7.TEMATS ALGEBRISKAS IZTEIKSMES UN VIEEN\ĀDOJUMI

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home.**

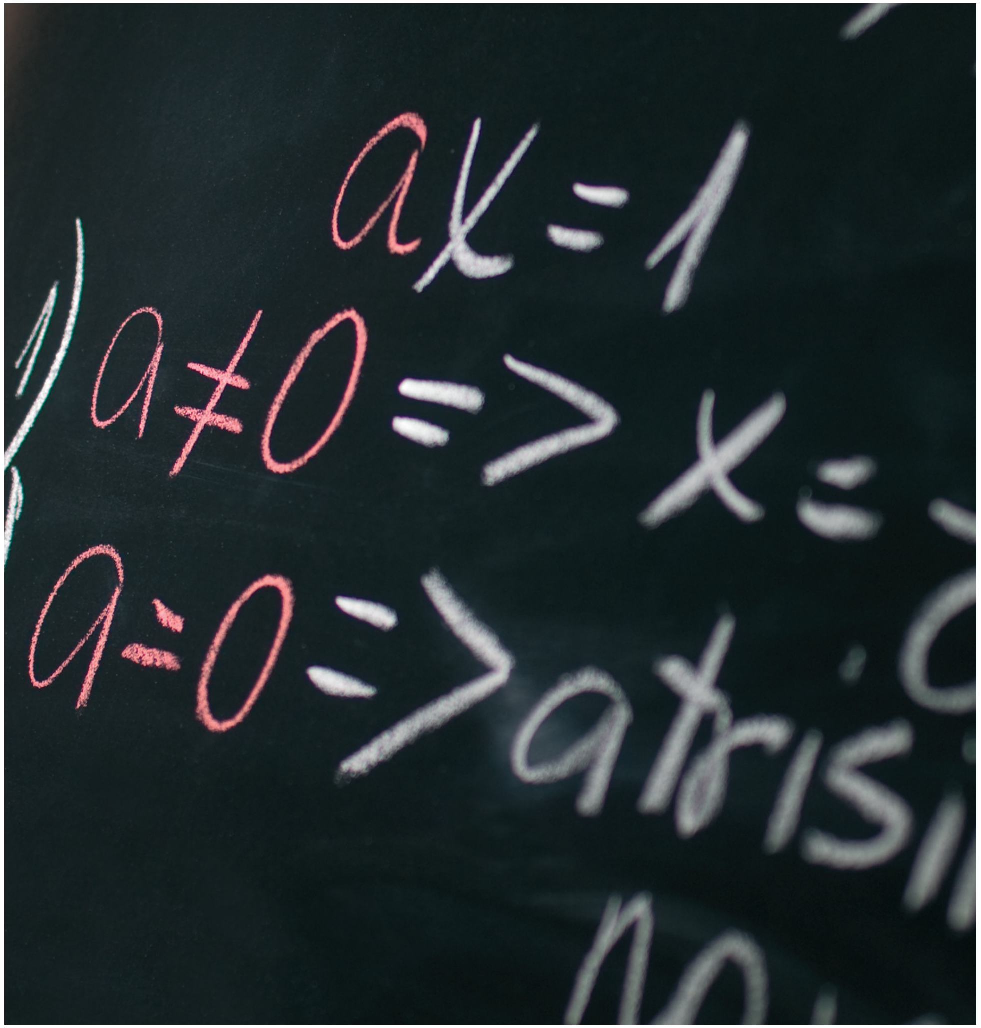
ALGEBRISKAS IZTEIKSMES UN VIENĀDOJUMI

TEMATA APRAKSTS

Temats ir nozīmīgs, jo nostiprina algoritmiskās prasmes, pilnveido izpratni par vienādojumu kā reāla procesa modeli. Būtiski ir prast izveidot algebrisku izteiksmi vai vienādojumu kā matemātisku modeli, risinot dažādus uzdevumus, piemēram, par procentiem un kustību., kā arī saskatīt atšķirību starp vienādojuma kā matemātiska modeļa atrisinājumu un reālas problēmas atrisinājumu.

Pamatskolā skolēni jau apguvuši racionālas algebriskas izteiksmes, identitātes un vienādojuma jēdzienus, prot izpildīt identiskus pārveidojumus, atrisināt lineārus un kvadrātvienādojumus. Īpaša uzmanība veltīta izteiksmes definīcijas apgabala nozīmei, aplūkojot izteiksmju pārveidojumus, kur tas mainās. Skolēniem jāveido izpratne par to, ka atrisināt vienādojumu nozīmē atrast visas tā saknes un pamatot, ka citu nav.

Izmantojot pazīstamus vienādojumus, būtiski ir attīstīt prasmes saskatīt un lietot atbilstošas vienādojumu risināšanas metodes (sadalīšana reizinātājos, substitūcijas metode, grafiskais paņēmiens), kas noderēs arī citu vienādojumu atrisināšanā. Dažkārt ir lietderīgi uzskicēt grafikus, lai rastos priekšstats par vienādojuma sakņu skaitu, turklāt tiek nostiprinātas iemaņas funkciju grafiku zīmēšanā.



CEĻVEDIS

Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Izprot izteiksmju definīcijas apgabala nozīmi, izpilda matemātisku izteiksmju identiskos pārveidojumus.	Izprot, ko nozīmē atrisināt vienādojumu, vienādojumu sistēmu; lieto vienādojumam, vienādojumu sistēmai piemērotus atrisināšanas algoritmus vai vispārīgās metodes.	Izvērtē iegūtos rezultātus, to ticamību un atbilstību kontekstam, novērtē izvēlēto problēmas risinājumu, iesaka uzlabojumus, piedāvā citu risinājumu.	Lieto matemātikas mācību saturā sastopamos jēdzienus un pieņemtos simbolus kā valodas kultūras elementus.	Plāno risinājumu; izvēlas vai izveido problēmai atbilstošu matemātisko modeli.	Izprot matemātikas kā zinātnes attīstības tendences un novērtē matemātikas svarīgāko sasniegumu nozīmi sabiedrības attīstībā, nosaucot piemērus.
PROGRAMMĀ	• Izpilda identiskus pārveidojumus ar daļveida racionālām algebriskām izteiksmēm. • Nosaka racionālu algebrisku izteiksmju definīcijas apgabalu.	• Izprot, ko nozīmē atrisināt vienādojumu. • Izprot daļveida vienādojuma atrisināšanu, atrisina daļveida racionālus vienādojumus, kas satur pirmās un otrās pakāpes polinomus. • Izprot substitūciju metodi, lieto to augstāku pakāpju un daļveida vienādojumu atrisināšanā. • Izprot vienādojuma atrisināšanu, izmantojot sadalīšanu reizinātājos, lieto šo metodi trešās un ceturtās pakāpes vienādojumu atrisināšanā. • Lieto vienādojumu atrisināšanas grafisko paņēmienu.	• Saskata atšķirību starp vienādojuma kā matemātiska modeļa atrisinājumu un reālās problēmas atrisinājumu; izprot, kādā skaitļu kopā meklējams konkrētās problēmas atrisinājums, novērtē vienādojuma atrisinājuma atbilstību kontekstam.	• Lieto jēdzienus – *racionāla algebriska izteiksme, identitāte, identiski vienādas izteiksmes, identisks pārveidojums, sadalīšana reizinātājos, kvadrāttrinoms, monoma un polinoma pakāpe, ekvivalenti vienādojumi, vienādojuma sakne, substitūcija (aizvietošana), sadalīšana reizinātājos, modulis* –, komentējot darbības ar izteiksmēm, vienādojuma atrisināšanas gaitu.	• Izveido algebrisku izteiksmi vai vienādojumu kā matemātisko modeli, risinot dažādus uzdevumus (par procentiem un proporcijām, par kustību, ar ģeometrisku saturu u.c.).	• Ir iepazinies ar vienādojumu atrisināšanas vēsturi, novērtē augstākas pakāpes vienādojumu atrisināšanas iespējas.
STUNDĀ	**Uzdevumu risināšana. Jautājumi un atbildes.** *SP. Racionālu algebrisku izteiksmju identiskie pārveidojumi.*	*VM. Vienādojuma grafiskā atrisināšana.* *KD. Daļveida vienādojumi.*		*KD. Izteiksmju pārveidojumi.* *KD. Identiskas izteiksmes.*	**Izpēte.** *LD. Algebriskas izteiksmes skaitļu pētīšanā.*	**Darbs ar tekstu. Uzdevumu risināšana.** *SP. Augstāku pakāpju vienādojumu atrisināšanas iespējas.*

UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Nosaka racionālu algebrisku izteiksmju definīcijas apgabalu.	Kuras no dotajām algebriskajām izteiksmēm nav definētas, ja $y=5$? a) $\frac{y+5}{y-5}$ b) $\frac{y-5}{y}$ c) $\frac{y-5}{y+5}$ d) $\frac{(y-5)^2}{y+5}$	Nosaki izteiksmes definīcijas apgabalu! a) $\frac{a-5}{a^2}$ b) $\frac{x+3}{x^2-3x-4}$ c) $\frac{3y}{y^2+1}$	Uzraksti racionālu algebrisku izteiksmi, kuras definīcijas apgabals ir $(-\infty;-2)\cup(-2;2)\cup(2;+\infty)$!
Izpilda identiskus pārveidojumus ar daļveida racionālām algebriskām izteiksmēm.	Pārveido par daļu! a) $2-\frac{x+1}{3}$ b) $\frac{1}{x^2-x}-\frac{1}{x-1}$	Saīsini daļu! Norādi skaitļu kopu, kurā iegūtā izteiksme ir identiski vienāda ar doto! $\frac{x^3+x^2-4x-4}{x^2-x-2}$	Nosaki, kurš apgalvojums ir patiess! Nepatiesos apgalvojumus ilustrē ar piemēriem! Dotajai izteiksmei identiski vienādu izteiksmi noteikti iegūs, ja: a) dotajā izteiksmē iznesīs kopīgo reizinātāju pirms iekavām, b) doto izteiksmi kāpinās kvadrātā, c) doto izteiksmi *A* reizinās un izdalīs ar vienu un to pašu izteiksmi *B*.
Izprot, ko nozīmē atrisināt vienādojumu.	1. Uzraksti, ko nozīmē atrisināt vienādojumu! 2. Cik atrisinājumu ir vienādojumam? a) $4x-x-3=3x+2$ b) $5y-2=4y-2+y$	1. Uzraksti lineāru vienādojumu pamatformā, kuram nav sakņu! 2. Vai dotie vienādojumi ir ekvivalenti? a) $\frac{x-2}{x+3}=\frac{3x+4}{x+3}$ un $x-2=3x+4$ b) $\frac{x-2}{x^2+1}=\frac{6}{x^2+3}$ un $x-2=6$	1. Vai vienādojums ir atrisināts pareizi? $x^4=x$ $x=1$, jo $1^4=1$ $x=0$, jo $0^4=0$ Atbilde: $x=1$ un $x=0$ 2. Atrisini vienādojumu, nekāpinot binomus kvadrātā! $(x-2)^2+(3x-5)^2=0$

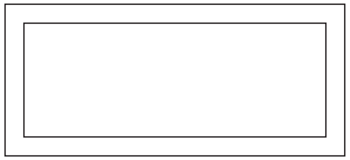
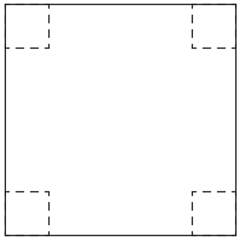
Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot daļveida vienādojuma atrisināšanu, atrisina daļveida racionālus vienādojumus, kas satur pirmās un otrās pakāpes polinomus.	1. Pabeidz apgalvojumu! Daļa ir vienāda ar nulli, ja skaitītājs ………………., bet saucējs ………………………………… . 2. Atrisini vienādojumu! a) $\frac{x^2-9}{x+3}=0$ b) $\frac{2x}{x-1}-2=0$	Atrisini vienādojumu! $\frac{x}{x-10}-\frac{8}{x-6}=\frac{4x}{x^2-16x+60}$	1. Kur risinājumā ir ieviesusies kļūda? $\frac{x^2-2x}{x-2}=0$ $x^2-2x=0\cdot(x-2)$ $x^2-2x=0$ $x(x-2)=0$ $x_1=0$ $x_2=2$ 2. Nosaki, ar kādām *a* vērtībām vienādojumam $\frac{x^2+4x}{x+a}=0$ būs viena sakne!
Atrisina vienādojumus formā $x^n=a$, kur $n\in N$.	Atrisini vienādojumu! a) $x^3=7$ b) $x^4=-16$	Atrisini vienādojumu! $(2x-1)^3=-8$	Atrisini vienādojumu visām *a* vērtībām! $x^4=a$
Izprot substitūciju metodi, lieto to augstāku pakāpju un daļveida vienādojumu atrisināšanā.	1. Papildini teikumus! Vienādojumu risināšana ar substitūcijas metodi sastāv no šādiem posmiem: a) izteiksmi, kuru satur dotais vienādojums, apzīmē …………………………………, b) uzraksta ………………………… ar jaunu mainīgo tā, ka paliek tikai ……….. mainīgais, c) atrisina …………………………………, d) iegūtās jaunā mainīgā vērtības ievieto izteiksmē, kur tas tika nodefinēts, e) atrisina …………………………………. 2. Atrisini vienādojumu! a) $(2x-1)^3=-1$ b) $(x^2+2x)^2-14(x^2+2x)-15=0$	1. Ja iespējams, pārveido doto vienādojumu par vienkāršāku, izmantojot atbilstošu substitūciju (*vienādojums nav jāatrisina*)! a) $(x^2+3x)^2-10x^2-30x-24=0$ b) $(3x-5)^2-4(3x-5)=3x^2-15$ c) $\frac{x}{x-1}+\frac{x-1}{x}=2{,}05$ 2. Izdomā ceturtās pakāpes vienādojumu, lai to varētu atrisināt, izmantojot substitūciju metodi!	Atrisini vienādojumu! $x^2+\frac{1}{x^2}+x+\frac{1}{x}=10$

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot vienādojuma atrisināšanu, izmantojot sadalīšanu reizinātājos, lieto šo metodi trešās un ceturtās pakāpes vienādojumu atrisināšanā.	1. Cik sakņu ir dotajam vienādojumam? $(3x-17)(9x-2)4x=0$ 2. Atrisini vienādojumu! $3z^4-z^3=0$	1. Atrisini vienādojumu! $x^3+2x^2-x-2=0$ 2. Kur risinājumā ieviesusies kļūda? Izskaidro tās rašanās cēloņus! $(x-2)(x-1)=1$ $x-2=1$ un $x-1=1$ $x_1=3$ un $x_2=2$	1. Uzraksti piektās pakāpes vienādojumu, kuram ir tieši trīs dažādas saknes! 2. Izmantojot tekstā doto informāciju, atrisini vienādojumu $(x-5)(y-4)=0$! Atrisināt vienādojumu ar diviem mainīgajiem x un y nozīmē: a) atrast visus skaitļu pārus $(x;y)$, kurus ievietojot dotajā vienādojumā, tas pārvēršas par pareizu skaitlisku vienādību; b) pamatot, ka citu tādu skaitļu pāru nav.
Atrisina vienādojumus, kas satur moduli $\|f(x)\|=a$ $(a\in R)$ un $\|f(x)\|=\|g(x)\|$, izmantojot moduļa definīciju un ģeometrisko interpretāciju.	Atrisini vienādojumu! a) $\|x+5\|=4$ b) $\|x^2-25\|=-25$ c) $\left\|\frac{1-2x}{x+1}\right\|=1$	1. Atrisini vienādojumu! $\|5-x\|=\|x+8\|$ 2. Atrisini vienādojumu! $5\|x-5\|-2=\|x-5\|$	Atrisini vienādojumu visām a vērtībām! $\|x-2\|=a$
Lieto vienādojumu atrisināšanas grafisko paņēmienu.	1. Papildini teikumus! Vienādojuma $2^x=3x-1$ risināšana ar grafisko paņēmienu sastāv no šādiem soļiem: a) konstruē funkcijas $y=$ .... grafiku, b) konstruē ...., c) saskata punktus, kuros ...., d) nosaka vienādojuma saknes, kuras ir šo punktu ...., e) pārbauda .... 2. Konstruē funkciju $y=2x-1$ un $y=x^3$ grafikus vienā koordinātu sistēmā! Izmantojot grafikus, atrisini vienādojumu $2x-1=x^3$!	1. Cik sakņu ir dotajam vienādojumam? $2+x^2=\frac{12}{x}$ 2. Nosaki, cik sakņu ir vienādojumam $0{,}3^x-x^2+x=1$! Nosaki sakņu aptuvenās vērtības ar precizitāti līdz desmitdaļām!	1. Kurus no dotajiem vienādojumiem tu risinātu ar grafisko paņēmienu un kurus – ne? Atbildi pamato! a) $x-2=3x$ b) $x^3-2=x$ c) $x^2=x+2$ 2. Nosaki vienādojuma $x^2=ax-1$ sakņu skaitu atkarībā no a vērtības!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto jēdzienus – *racionāla algebriska izteiksme, identitāte, identiski vienādas izteiksmes, identisks pārveidojums, sadalīšana reizinātājos, kvadrāttrinoms, monoma un polinoma pakāpe, ekvivalenti vienādojumi, vienādojuma sakne, substitūcija (aizvietošana), sadalīšana reizinātājos, modulis* –, komentējot darbības ar izteiksmēm, vienādojuma atrisināšanas gaitu.	1. Uzraksti: a) identitāti, b) kvadrāttrinomu, c) trešās pakāpes polinomu! 2. Komentē dotos pārveidojumus! $\frac{6x^2-54}{3x+9}=\frac{6(x^2-9)}{3(x+3)}=\frac{2(x^2-9)}{(x+3)}=\frac{2(x+3)(x-3)}{(x+3)}=$ $=2(x-3)=2x-6$	Kur vienādojuma risinājumā ieviesusies kļūda? Izskaidro tās rašanās cēloņus! $x^2-4x=x-4$ $x(x-4)=x-4 \ \vert :(x-4)$ $x=1$	Formulē nosacījumu par izteiksmi $c(x)$, lai vienādojumi $a(x)=b(x)$ un $a(x)\cdot c(x)=b(x)\cdot c(x)$ būtu ekvivalenti!
Izvēlas paņēmienu polinomu sadalīšanai reizinātājos: iznesot kopīgo reizinātāju pirms iekavām, grupējot polinoma locekļus, izmantojot saknes, lietojot saīsinātās reizināšanas formulas (arī kubu summa, starpība, summas, starpības kubs).	1. Kura no izteiksmēm ir sadalīta reizinātājos? a) $(x-2)\cdot a-2$ b) $x\cdot a-2\cdot x$ a) $(x-2)\cdot(a-2)$ b) $(x-a-2)\cdot 2$ 2. Norādi, ar kuru no paņēmieniem (iznešana pirms iekavām, grupēšana, sakņu izmantošana, saīsinātās reizināšanas formulu lietošana) var sadalīt reizinātājos doto izteiksmi! a) $c^4d-c^5d^3$ b) x^3+x^2-9x-9 c) $x^2+8x-20$ d) $0{,}25-4b^2$ e) m^3-125 f) $25y^2+30y+9$ 3. Uzraksti "pazīmi", pēc kuras varētu pateikt, vai dotā izteiksme ir sadalīta reizinātājos!	1. Sadali reizinātājos! a) $(m+3)^2-a(m+3)$ b) a^6-b^6 c) $25-(b+3)^2$ d) $7y^3-56$ e) $5y^2+8y-13$ f) $9-m^2-2mn-n^2$ 2. Sadali izteiksmi x^6-1 reizinātājos divos veidos!	Sadali reizinātājos izteiksmi x^4+64, izmantojot identisku pārveidojumu $a+b=a+b+c-c$!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Saskata likumsakarības, iespēju vispārināt saīsinātās reizināšanas formulas.	Kāpini dotos polinomus (ja nepieciešams, pārej uz reizināšanu)! $(a+b)^2=$ $(a+b+c)^2=$ $(a+b+c+d)^2=$ Izmantojot iegūtos rezultātus, papildini teikumu! Summas kvadrāts vienāds ar visu saskaitāmo .... un katru divu saskaitāmo divkāršotu .... summu.	Kāpini binomu! $(a-b)^0=$ $(a-b)^1=$ $(a-b)^2=$ $(a-b)^3=$ $(a-b)^4=$ utt. Ja vari saskatīt likumsakarību, noformulē to! Salīdzini izkāpināto binomu koeficientus ar Paskāla trijstūri (M_10_UP_07_VM1 un VM2)!	Izveido uzdevumu virkni (no vienkāršākā uz sarežģītāko), kuru atrisināšana tev ļautu sadalīt reizinātājos izteiksmi a^5-b^5!
Analizē gadījumus, risinot lineārus vienādojumus ar parametru formā $ax=b\ (a,b\in R)$, $\lvert x\rvert=a\ (a\in R)$ un $ax^2=b\ (a,b\in R)$.	Nosaki, kāds skaitlis jāieraksta daudzpunktu vietā, lai vienādojumam nebūtu sakņu! $\ldots\cdot x=5$	Atrisini vienādojumu, ja nezināmais ir x! a) $ax=4$ b) $x^2=a$	Atrisini vienādojumu $ax=b$ visām iespējamām a un b vērtībām!
Izveido algebrisku izteiksmi vai vienādojumu kā matemātisko modeli, risinot dažādus uzdevumus (par procentiem un proporcijām, par kustību, ar ģeometrisku saturu u.c.).	Kvadrāta mala ir b cm. Divas pretējās kvadrāta malas tika pagarinātas par 2 cm, bet pārējās divas malas palielinātas par 20 %. Izsaki iegūtā taisnstūra laukumu kā algebrisku izteiksmi!	1. Preces sākotnējā cena bija a lati. Tā tika paaugstināta par 25 %. Pēc kāda laika tā tika paaugstināta vēl par 20 %. Uzraksti izteiksmi, kas izsaka pašreizējo cenu! 2. Divi strādnieki nopelnīja kopā 310 latu. Cik latu nopelnīja katrs strādnieks, ja 4 % no pirmā strādnieka algas ir vienādi ar 6 % no otrā strādnieka algas?	Tūristam noteiktā laikā bija jānokļūst līdz autobusa pieturai. Noejot pirmajā stundā 4 km, viņš aprēķināja, ka ejot ar šādu ātrumu, viņš autobusu nokavēs par 40 minūtēm, tāpēc atlikušo ceļu viņš gāja ar ātrumu 6 km/h un nonāca autobusa pieturā 20 minūtes pirms tā atiešanas. Aprēķini, cik garš ceļš bija jānoiet tūristam!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Saskata atšķirību starp vienādojuma kā matemātiska modeļa atrisinājumu un reālās problēmas atrisinājumu; izprot, kādā skaitļu kopā meklējams konkrētās problēmas atrisinājums; novērtē vienādojuma atrisinājuma atbilstību kontekstam.	1. Uzraksti, kurā skaitļu kopā *(N,Z,Q,R)* vajadzētu atrasties atrisinājumam, ja jāaprēķina: a) cilvēku skaits, kas piedalās ekskursijā, b) trijstūra malas garums, c) dienu skaits, d) motocikla ātrums, e) divu veselu skaitļu reizinājums, f) šķīduma masa! 2. Trijstūra augstums ir par 5 cm garāks nekā mala, pret kuru tas novilkts. Aprēķini šīs malas garumu, ja zināms, ka trijstūra laukums ir 12 cm^2! 3. Prognozē, kādā intervālā ir dotā uzdevuma atrisinājums (*uzdevums nav jāatrisina*)! Piena kombinātā piegādāja 1260 kg piena, kura tauku saturs bija 3,15 %, un 1540 kg piena, kura tauku saturs bija 2,85 %. Visu pienu sajauca kopā. Aprēķini iegūtā maisījuma tauku saturu procentos!	Baseinam pievienotas divas caurules. Pirmā caurule viena pati baseinu piepilda par 3 stundām ātrāk nekā otrā. Ja pirmo cauruli atvērtu par 1,5 stundām vēlāk nekā otro cauruli, tad tvertne piepildītos 7 stundās. Cik stundās katra caurule atsevišķi var piepildīt baseinu? Apzīmējot ar x stundu skaitu, kurā baseinu piepilda pa otro cauruli, sastādot vienādojumu $\frac{1}{x}\cdot 7+\frac{1}{x-3}\cdot 5{,}5=1$ un atrisinot to, ieguva saknes $x_1=14$ un $x_2=1{,}5$. Novērtē vienādojuma atrisinājuma atbilstību uzdevuma nosacījumiem!	Vienādsānu trijstūra pamats ir par 6 cm garāks nekā sānu mala, bet trijstūra perimetrs ir p. Aprēķini trijstūra malas un nosaki, ar kādām p vērtībām uzdevumam ir atrisinājums!
Ir iepazinies ar vienādojumu atrisināšanas vēsturi, novērtē augstākas pakāpes vienādojumu atrisināšanas iespējas.	Nosauc slavenus matemātiķus, kuri savos zinātniskajos darbos ir pētījuši vienādojumus!	1. Uzraksti, tavuprāt, racionālāko dotā vienādojuma atrisināšanas metodi! a) $x^5-2x-1=0$ b) $x^6-x^3-2=0$ c) $x^4+x^3-2x^2=0$ 2. Atrodi informāciju par to, kuras pakāpes vienādojumiem vispārīgā veidā ir sakņu atrisināšanas formulas! Uzraksti šīs formulas!	Vienādojumam $x^3+x^2-5x-2=0$ viena no saknēm ir 2. Atrodi pārējās vienādojuma saknes!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Risinot praktiskus uzdevumus, izmanto vienādojumus.	Temperatūras skaitliskās vērtības pēc Celsija skalas *(C)* un Fārenheita skalas *(F)* saista sakarība $C=\frac{5}{9}(F-32)$. Kāda temperatūra pēc Fārenheita skalas atbilst 30 grādiem pēc Celsija skalas? Temperatūras skaitliskā vērtība pēc Celsija skalas ir puse no temperatūras skaitliskās vērtības pēc Fārenheita skalas. Cik liela ir temperatūra pēc Celsija skalas?	1. Doti 2 litri 9 % etiķa šķīduma. Kāds daudzums 70 % etiķa esences jāpielej, lai iegūtu 20 % etiķa šķīdumu? 2. Sporta laukumam ir taisnstūra forma, kura malas ir 30 m un 80 m. Visapkārt ap to ir skrejceļš, kura platums gar laukuma malām ir vienāds (zīm.). Skrejceļa laukums ir vienāds ar sporta laukuma platību. Nosaki skrejceļa platumu ar precizitāti līdz desmitdaļām! *Atļauts izmantot kalkulatoru.* 	Izdarot stūros vienādus kvadrātveida iegriezumus (zīm.) un uzlokot tos uz augšu, no kvadrātveida kartona gabala jāizgatavo kārba, kuras augstums ir 8 garuma vienības un tilpums ir 128 tilpuma vienības. Kāda izmēra kvadrātveida kartons jāņem? *Līmēšanai maliņas nav jāparedz.* 

RACIONĀLU ALGEBRISKU IZTEIKSMJU IDENTISKIE PĀRVEIDOJUMI

Vērtētāja vārds .... Risinātāja vārds ....

Uzdevuma numurs	Vērtējums par			Risinātāja komentārs par savu darbu
	atrisinājumu (pareizs/daļēji atrisināts/ nepareizs/nav risināts/ nezinu)	stāstījumu (skaidrs/daļēji izprotams/ trūkst pamatojuma/nav stāstījuma)	atbildēm uz jautājumiem (saprotamas/nevar paskaidrot/nebija jautājumu)	
1.				
2.				
3.				

Savstarpējās sadarbības vērtējums: ....
....

Vērtētāja paraksts: Risinātāja paraksts:

✂..

RACIONĀLU ALGEBRISKU IZTEIKSMJU IDENTISKIE PĀRVEIDOJUMI

Vērtētāja vārds .... Risinātāja vārds ....

Uzdevuma numurs	Vērtējums par			Risinātāja komentārs par savu darbu
	atrisinājumu (pareizs/daļēji atrisināts/ nepareizs/nav risināts/ nezinu)	stāstījumu (skaidrs/daļēji izprotams/ trūkst pamatojuma/nav stāstījuma)	atbildēm uz jautājumiem (saprotamas/nevar paskaidrot/nebija jautājumu)	
1.				
2.				
3.				

Savstarpējās sadarbības vērtējums: ....
....

Vērtētāja paraksts: Risinātāja paraksts:

TREŠĀS PAKĀPES VIENĀDOJUMU ATRISINĀŠANA

Trešās pakāpes vienādojumu var pārveidot formā $ax^3 + ax^2 + cx + d = 0$, ceturtās pakāpes vienādojumu – formā $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$, kur *a, b, c* utt. – kaut kādi skaitļi, pie tam $a \neq 0$. Var pierādīt, ka trešās pakāpes vienādojumam ir ne vairāk kā trīs saknes, ceturtās pakāpes vienādojumam – ne vairāk kā četras saknes. Vispār – *n*-tās pakāpes vienādojumam ir ne vairāk kā *n* saknes.

Gan trešās, gan ceturtās pakāpes vienādojumiem ir zināmas sakņu formulas, taču šīs formulas ir samērā sarežģītas. Piektās un arī augstākas pakāpes vienādojumiem nav vispārīgu formulu sakņu aprēķināšanai. Trešās un arī augstāku pakāpju vienādojumus iespējams atrisināt, pielietojot kādu speciālu paņēmienu. Dažus vienādojumus ir izdevīgi risināt, izmantojot polinoma sadalīšanu reizinātājos, substitūcijas metodi.

Daudziem vienādojumiem, arī augstāku pakāpju, viegli noteikt sakņu aptuvenās vērtības, izmantojot grafisko paņēmienu.

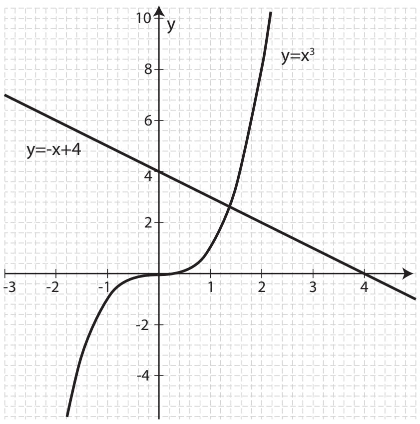
Piemērs.

Uzdevums: atrisināt vienādojumu $x^3 + x - 4 = 0$.

Risinājums.

Doto vienādojumu izsaka formā $x^3 = -x + 4$.

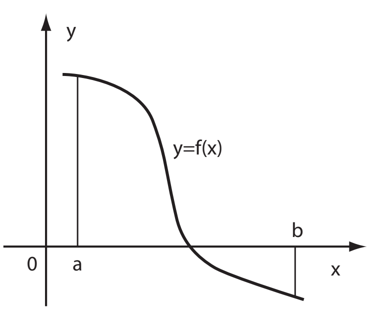
Konstruē vienā koordinātu sistēmā funkciju $y = x^3$ un $y = -x + 4$ grafikus.



1. zīm.

Kā redzams 1. zīm., grafiki krustojas vienā punktā (viena no funkcijām ir augoša visā definīcijas apgabalā, otra – dilstoša). Grafiku krustpunkta abscisa ir aptuveni vienāda ar 1,4. Tātad vienādojumam ir tikai viena sakne $x \approx 1{,}4$.

Jāpiebilst, ka grafiskais paņēmiens neuzrāda rezultātu ar pietiekamu precizitāti. Ja nepieciešams atrast sakņu vērtības ar lielāku precizitāti, tad grafiski noteiktās sakņu aptuvenās vērtības var precizēt, veicot skaitliskus aprēķinus.



2. zīm.

Vesela vienādojuma sakņu vērtības var precizēt saskaņā ar šādu apgalvojumu: funkcijas $y = f(x)$, kur $f(x)$ ir polinoms, grafiks ir nepārtraukta līnija. No tā savukārt izriet šāds secinājums: ja kāda intervāla $[a, b]$ galapunktos funkcijas vērtības ir ar dažādām zīmēm, tad minētajā intervālā noteikti ir sakne $f(x) = 0$.

Precizēsim vienādojuma $x^3 + x - 4 = 0$ atrasto saknes vērtību. No grafiku konstrukcijas redzams (1. zīm.), ka šī vienādojuma sakne pieder pie intervāla [1; 2]. Par to var pārliecināties, aprēķinot funkcijas $f(x) = x^3 + x - 4$ vērtības, ja $x = 1$ un $x = 2$.

Iegūst, ka $f(1) = -2 < 0$, bet $f(2) = 6 > 0$.

Sadala 10 vienādās daļās koordinātu taisnes nogriezni, kura galapunkti ir 1 un 2: 1,0; 1,1; 1,2; 1,3; ...; 1,8; 1,9; 2,0.

Aprēķina funkcijas $f(x) = x^3 + x - 4$ vērtības, kas atbilst norādītajām argumenta x vērtībām tik ilgi, kamēr atrod to 0,1 vienības garo intervālu, kura galapunktos dotās funkcijas vērtības ir ar dažādām zīmēm. Šajā nolūkā ērti izmantot kalkulatoru.

Tādējādi atrod, ka $f(1{,}3) = -0{,}503 < 0$, bet $f(1{,}4) = 0{,}144 > 0$. Tas nozīmē, ka vienādojuma saknes pieder pie intervāla [1,3; 1,4]. Par decimālo tuvinājumu ar precizitāti līdz 0,1 var izvēlēties katru no skaitļiem 1,3 vai 1,4.

Lai noteiktu saknes ar vēl lielāku precizitāti, tad 10 vienādās daļās jāsadala koordinātu taisnes nogrieznis, kura galapunkti ir 1,3 un 1,4. Pēc tam aprēķina funkcijas vērtības, ja x ir 1,30; 1,31; 1,32; ...; 1,38; 1,39; 1,40.

Iegūst, ka $f(1{,}37) = -0{,}058647 < 0$, bet $f(1{,}38) = 0{,}008072 > 0$. Tātad sākotnējā vienādojuma sakne pieder pie intervāla [1,37; 1,38]. Par decimālo tuvinājumu ar precizitāti līdz 0,01 var izvēlēties katru no skaitļiem 1,37 vai 1,38.

Analoģiski var atrast vienādojuma sakņu decimālos tuvinājumus ar precizitāti līdz 0,001; 0,0001 utt.

Vienādojuma $x^3 + x - 4 = 0$ saknes var noteikt arī pēc Kardano formulas.

Ja trešās pakāpes vienādojums ir kanoniskajā formā $y^3 + py + q = 0$, tad

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Vienādojumam $x^3 + x - 4 = 0$ koeficienti $p = 1$ un $q = -4$, tad

$$x = \sqrt[3]{-\frac{-4}{2} + \sqrt{\frac{(-4)^2}{4} + \frac{1^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{-4}{2} - \sqrt{\frac{(-4)^2}{4} + \frac{1^3}{27}}} \approx 1{,}3787967.$$

Vispārīgajam trešās pakāpes vienādojumam $ax^3 + ax^2 + cx + d = 0$ sakni ar Kardano formulu var noteikt, ja to pārveido kanoniskajā formā, aizstājot $x = y - \frac{b}{3a}$ un iegūstot vienādojumu $y^3 + py + q = 0$, kur $p = -\frac{b^2}{3a^2} + \frac{c}{a}$ un $q = \frac{2b^3}{27a^3} + \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a}$.

Vārds	uzvārds	klase	datums

Uzdevums

Iepazīsties ar divām trešās pakāpes vienādojumu atrisināšanas metodēm, izdomā tām nosaukumu un aizpildi tabulu!

Metodes nosaukums		
Kādos gadījumos šo metodi var lietot?		
Metodes trūkumi.		
Darbību secība.		

VIENĀDOJUMU ATRISINĀŠANAS VĒSTURE

Ferrari *(Ferrari)* Ludoviko (1522 – 1565) – itāļu matemātiķis. Atradis ceturtās pakāpes vienādojuma vispārējo atrisinājumu.

Ferro *(del Ferro)* Scipions (1465 – 1526) – itāļu matemātiķis. Noskaidrojis paņēmienu, kā atrisināt kubvienādojumu $x^3 + mx = n$.

Anjezi *(Agnesie)* Marija Gaetana (1718 – 1799) – itāļu matemātiķe. Grāmatā "Analīzes pamati" (1748) pierādījusi, ka jebkuram kubvienādojumam ir trīs saknes.

Haijams Omārs (1048 – ~1123) – persiešu dzejnieks, filozofs, astronoms un matemātiķis. Klasificējis vienādojumus un izveidojis pirmo 3 pakāpju vienādojumu risināšanas teoriju.

Hariots *(Harriot)* Tomass (1560 – 1621) – angļu matemātiķis. Attīstījis algebras simboliku, ieviesis zīmes > un <, pierakstījis vienādojumus formā, kas tuva mūsdienu pierakstam. Pirmais ievērojis, ka vienādojuma sakņu skaitu nosaka vienādojuma pakāpe.

Hērons (~1. gs. p. m. ē.) – sengrieķu zinātnieks. (..) Aprakstījis kvadrātvienādojuma skaitlisko atrisināšanu, kvadrātsakņu un kubsakņu aptuvenu aprēķināšanu.

Horezmī al Muhameds Ben Musa (9. gs.) – uzbeku matemātiķis, astronoms, ģeogrāfs. Aplūkojis pirmās un otrās pakāpes vienādojumu dažādus tipus. (..)

Horners *(Horner)* Viljams Džordžs (1786 – 1837) – angļu matemātiķis. Publicējis polinoma reālo sakņu tuvinātas aprēķināšanas paņēmienu. Hornera vārdā nosaukta shēma polinoma dalīšanai ar binomu $x - a$.

Kardano *(Cardano)* Džeromino (1501 – 1676) – itāļu matemātiķis, filozofs, ārsts. Pirmais publicējis formulu trešās pakāpes vienādojumu atrisināšanai, tādējādi izraisot asu diskusiju ar N. Tartalju. Viens no pirmajiem Eiropā pieļāvis vienādojumu negatīvo sakņu eksistenci.

Tartalja *(Tartaglia)* Nikolo (~1499 – 1557) – itāļu matemātiķis. Noskaidrojis 3. pakāpes vienādojuma vispārīgo atrisinājumu, ko publicēja Dž. Kardano. Šis fakts radīja vienu no lielākajiem skandāliem matemātikas vēsturē. Publicējis arī binomiālo koeficientu tabulas. Norādījis, ka šāviņa lidojuma trajektorija ir parabola un tā sasniedz vislielāko attālumu, ja to izšauj 45^o leņķī.

Vans Sjao Tuns (7. gs.) – ķīniešu astronoms un matemātiķis. Risinot ģeometriskus uzdevumus, ieguvis trešās pakāpes vienādojumus $x^3 + px^2 = q$ un $x^3 + ax^2 + bx = c$. Kaut arī atrisinājumi noteikti pareizi, risināšanas metode netiek atklāta.

(*Briedis Z.* Izcilie matemātiķi. – Rīga: Zvaigzne, 1990)

FRANSUĀ VJETS *(VIETE)* (1540 – 1603)

Fransuā Vjets ir izcilākais franču 16. gadsimta matemātiķis. Dažkārt Vjetu dēvē par mūsdienu simboliskās algebras tēvu, jo viņš daudz darba ieguldījis burtu apzīmējumu izveidošanā.

Pēc profesijas Fransuā Vjets bija jurists, brīvo laiku viņš veltīja matemātikai. Savas darbības sākumā Vjets bija parlamenta padomnieks Bretaņā, pēc tam kalpoja karaļa Indriķa III un Indriķa IV galmā. Te līdztekus kārtējiem darbiem izpaudās Vjeta spējas slepeno ziņojumu atšifrēšanā. (..) Jau jaunībā Fransuā Vjets iepazinās ar Kopernika mācību par heliocentrisko sistēmu un sāka interesēties par astronomiju. Šī aizraušanās lika jauneklim nodarboties ar trigonometriju un algebru. Pamazām šīs nozares viņam kļuva par galvenajām, un rezultātā Vjets kļuva par jauna attīstības ceļa iesācēju algebrā.

1545. gadā iznāca itāļu matemātiķa Dž. Kardano darbs “Lielā māksla jeb Par algebras likumiem”. Šajā grāmatā saglabājās arābu tradīcija pārveidot katru vienādojumu tā, lai tajā būtu tikai pozitīvi locekļi. Kardano izmantoja jau senāk iegūtos vienādojumus, vēl aplūkoja 4. pakāpes un dažus augstāku pakāpju vienādojumus, tādējādi iegūstot 66 dažāda veida vienādojumus. Katram no tiem bija savs atrisināšanas paņēmiens, un algebra kļuva neizsakāmi sarežģīta.

Fransuā Vjets stājās pie vienādojumu apvienošanas un vispārināšanas. Viņš izveidoja burtu apzīmējumus gan pozitīviem, gan arī negatīviem lielumiem. Jaunā simboliskā valoda kā analīzes līdzeklis ļāva ātri visus nosacījumus ietvert burtu formulās. 1591. gadā iznāca Vjeta grāmata “Ievads analīzes mākslā” (“In artem analyticam isagoge”). Tās sākumā ir ievads, kurā izskaidrota analīzes nozīme, uzsverot, ka tā ir metode matemātisku jautājumu atrisināšanai un teorēmu pierādīšanai.

Vienādojumos Vjets dotos lielumus apzīmēja ar līdzskaņiem, meklējamos – ar patskaņiem. (..) Vjets lietoja darbību zīmes (+ un –) mūsdienu nozīmē, bez tam viņš ir ieviesis arī jēdzienu “koeficients”. (..)

Matemātikas kursā vidusskolā pazīstamā Vjeta teorēma par sakarībām starp kvadrātvienādojuma koeficientiem un tā saknēm pirmo reizi formulēta 1591. gadā: ja $B + D$ reizināts ar A mīnus A^2 vienāds ar BD, tad A vienāds ar B un vienāds ar D. Te jāatceras, ka A (patskanis) apzīmē x, bet B un D (līdzskaņi) apzīmē koeficientus.

Tātad (ar mūsdienu apzīmējumiem), ja $(a + b)x - x^2 = ab$, t.i., $x^2 - (a + b)x + ab = 0$, tad $x_1 = a$, $x_2 = b$.

Jāuzsver, ka Fransuā Vjets šo teorēmu vispārinājis arī augstāku pakāpju vienādojumiem.

(*Briedis Z.* Izcilie matemātiķi. – Rīga: Zvaigzne, 1990)

Vārds .... uzvārds .... klase .... datums ....

DVĪŅU SKAITĻI

Situācijas apraksts

Kādam studentam patika "spēlēties" ar skaitļiem. Viņš izvēlējās naturālu skaitli A, kas nedalās ar 10, un uzrakstīja tā *spoguļattēlu* – skaitli A_S. Par *spoguļattēlu* viņš nosauca skaitli, ko iegūst, uzrakstot dotā skaitļa ciparus apgrieztā secībā, piemēram,
$A = 246$ un $A_S = 642$.

Skaitļus A un B viņš nosauca par *dvīņiem*, ja izpildījās šāda sakarība:
$A \cdot B = A_S \cdot B_S$. Piemēram, *dvīņi* ir $A = 462$ un $B = 396$, jo $A_S = 264$,
$B_S = 693$ un $462 \cdot 396 = 264 \cdot 693$. Students nolēma pētīt divciparu dvīņu skaitļus.

No iespējamām **pētāmām problēmām** viņš izvēlējās: Kāda ir sakarība starp dvīņu skaitļu cipariem?

Lai atrastu atbildi, students aplūkoja dažus divciparu dvīņu skaitļus 42 un 36, 24 un 21, 43 un 68, 96 un 23, 63 un 12. Viņam ilgi neizdevās ieraudzīt sakarību starp šo skaitļu cipariem, līdz viņam ienāca prātā uzrakstīt dvīņu skaitļus vienu zem otra:

$$\begin{array}{c} 42 \\ 36 \\ \hline 1212 \end{array} \quad \begin{array}{c} 24 \\ 21 \\ \hline 44 \end{array} \quad \begin{array}{c} 43 \\ 68 \\ \hline 2424 \end{array} \quad \begin{array}{c} 96 \\ 23 \\ \hline 1818 \end{array} \quad \begin{array}{c} 63 \\ 12 \\ \hline 66 \end{array}.$$

Tas, ko viņš ievēroja un pierakstīja zem dvīņu skaitļiem, ļāva studentam formulēt **hipotēzi –** divciparu dvīņu skaitļu pirmo ciparu reizinājums ir vienāds ar otro ciparu reizinājumu.

Hipotēzes pierādījums

Rezultātu analīze, izvērtējums, secinājumi

STUNDAS PIEMĒRS

RACIONĀLU ALGEBRISKU IZTEIKSMJU IDENTISKIE PĀRVEIDOJUMI

Mērķis

Nostiprināt zināšanas un prasmes algebrisku izteiksmju pārveidošanā un atbilstošo jēdzienu lietošanā, veicinot skolēnu sadarbības, pašnovērtēšanas un savstarpējās vērtēšanas prasmju attīstību.

Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Izpilda izteiksmju identiskos pārveidojumus.
- Paskaidro risinājumu, pamato pārveidojumu gaitu.
- Sadarbojas un respektē cita skolēna vajadzības.

Nepieciešamie resursi

Izdales materiāls – vērtējuma lapa (M_10_SP_07_01_P1).

Mācību metodes

Uzdevumu risināšana, jautājumi un atbildes.

Mācību organizācijas formas

Individuāls darbs, pāru darbs.

Vērtēšana

Skolēni vērtē sava partnera darbu – identisko pārveidojumu pareizību, stāstījumu, atbildes uz jautājumiem, kā arī sadarbību pāra ietvaros; skolotājs secina no vērojumiem, ja uzskata par nepieciešamu – arī iepazīstoties ar skolēnu aizpildītajām vērtējuma lapām.

Skolotāja pašnovērtējums

Secina par stundas mērķa sasniegšanu, izmantoto metožu lietderību un efektivitāti, par to, kas izdevās un kādas problēmas rada šādas sadarbības realizēšana.

Stundas gaita

Stundā tiek risināti tradicionāli tipveida uzdevumi. Uzdevumus, to skaitu un grūtības pakāpi izvēlas skolotājs no uzdevumu krājuma vai mācību grāmatas, vai sagatavo darba lapu ar uzdevumiem katram skolēnam.

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Uzdevumu risināšana (20 minūtes)	
Piedāvā skolēniem sadalīties pāros, lai stundas gaitā varētu kopīgi strādāt. Lūdz pāros pārdomāt atbildes uz jautājumiem: “Kādas izteiksmes sauc par identiski vienādām? Kādus algebrisko izteiksmju identiskos pārveidojumus skolēni prot veikt?” Norāda, ka atbildes var ilustrēt ar piemēriem. Pārrunā atbildes uz jautājumiem. Lūdz nosaukt “atslēgas vārdus” (jēdzienus), kas tiek lietoti, runājot par algebriskā izteiksmēm, identiskiem pārveidojumiem, pieraksta tos uz tāfeles, pārliecinās, vai skolēni saprot to jēgu.	Atrod sev sadarbības partneri pāru darbam. Atceras, ko jau zina un prot par identiskiem pārveidojumiem. Formulē atbildes uz jautājumiem, izdomā piemērus. Nosauc “atslēgas vārdus”, pārliecinās, par jēdzienu izpratni, ja nepieciešams, veic pierakstus.

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Norāda/izdala veicamos uzdevumus. Uzdevumiem ir divi varianti (A un B); skolēni, kuri ir vienā pārī, risina atšķirīgu variantu uzdevumus. *Iespējams variēt uzdevumu grūtības pakāpi dažādos pāros, ja izvēlas veidot pārus, kopā liekot skolēnus ar līdzīgām matemātiskajām prasmēm. Var izvēlēties pāros apvienot skolēnus ar dažādām prasmēm, lai viens otru varētu papildināt un kopīgi pilnveidotu risināšanas iemaņas.* Norāda, ka darbs veicams individuāli, nepieciešamības gadījumā konsultējoties tikai ar skolotāju, skolēni var izmantot iepriekš risināto uzdevumu paraugus, pierakstu klades, mācību grāmatas. Nosaka darba izpildes laiku. Vēro skolēnu darbu, ja nepieciešams, palīdz tikt galā ar kāda uzdevuma risinājumu. *Ja kādā pārī abi skolēni paveikuši individuālos uzdevumus, var atļaut sākt apspriešanu.*	Saņem uzdevumus, iepazīstas ar tiem. Individuāli risina uzdevumus. Ja nepieciešams, izmanto iepriekš risināto uzdevumu paraugus, pierakstu kladi, mācību grāmatas, konsultējas ar skolotāju.
Jautājumi un atbildes (20 minūtes)	
Aicina risināšanu beigt un ar savu uzdevumu risinājumiem iepazīstināt otru skolēnu – vispirms 7 minūtes A varianta risinātājs, pēc tam B varianta risinātājs. Kontrolē laika sadalījumu, seko, lai abi skolēni pagūtu izstāstīt risinājumus. *Vēlams nodrošināt skolēniem iespēju iepazīties ar atbildēm, iepriekš sagatavojot pareizos risinājumus, īpaši tad, ja iespējami dažādi risinājuma ceļi.* *Ja kāds pāris darbu veic ātrāk, var piedāvāt papilduzdevumu kopīgai atrisināšanai.*	Skaidro risinājumus otram skolēnam, atbild uz jautājumiem, pamato pārveidojumus.
Lūdz aizpildīt vērtējuma lapu par sava partnera veikumu, akcentējot pozitīvo. Aicina savstarpēji iepazīstināt sadarbības partneri ar vērtējumu un kopīgi novērtēt savstarpējo sadarbību. *Var lūgt vērtējuma darba lapas nodot, ja nepieciešams precizēt secinājumus par atsevišķu skolēnu un kopumā stundā paveikto.* Aicina skolēnus izteikties par problēmām un veiksmēm uzdevumu risināšanas gaitā un par to, kā skaidrojot veicās ar stundas sākumā nosaukto jēdzienu lietošanu.	Izvērtē partnera veikumu un aizpilda vērtējuma lapu. Iepazīstina viens otru ar vērtējumu. Ja nepieciešams, komentē; piekrīt vai apšauba vērtējumu, vienojas par savstarpējās sadarbības novērtējumu. Izsakās par to, kas risinot uzdevumus izdevās labi, kas vēl sagādā grūtības, kā veicās ar risinājumu skaidrošanu, lietojot atbilstošos jēdzienus.

STUNDAS PIEMĒRS

AUGSTĀKU PAKĀPJU VIENĀDOJUMU ATRISINĀŠANAS IESPĒJAS

Mērķis

Iepazīstināt ar trešās pakāpes vienādojumu risināšanas paņēmieniem un vienādojumu atrisināšanas vēsturi, izmantojot darbu ar tekstu.

Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Ir izveidojis pārskatu par vienādojumu atrisināšanas metodēm, izmantojot doto tekstu.
- Atrisina 3. pakāpes vienādojumu, izmantojot doto informāciju.

Nepieciešamie resursi

- Izdales materiāls (M_10_SP_07_02_P1), papildmateriāls (M_10_SP_07_02_P2).
- Kalkulators.

Mācību metodes

Darbs ar tekstu, uzdevumu risināšana.

Mācību organizācijas formas

Individuāls darbs, frontāls darbs, pāru darbs.

Vērtēšana

Skolotājs vērtē skolēnu prasmi iegūt un izmantot tekstā dotu informāciju, novērojot darba procesu, pēc skolēnu uzdotajiem jautājumiem, komentāriem un atbildēm uz jautājumiem; skolēni var novērtēt savu prasmi izmantot doto informāciju vienādojuma atrisināšanai, salīdzinot savu risinājumu ar paraugu.

Skolotāja pašnovērtējums

Secina par stundas mērķa sasniegšanu, izmantotās metodes lietderību un efektivitāti, par to, kas izdevās un kādiem jautājumiem būtu jāpievērš lielāka uzmanība.

Stundas gaita

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Darbs ar tekstu (20 minūtes)	
Aktualizē zināmo par vienādojumiem un to atrisināšanu, uzdodot jautājumus par to, kādus vienādojumu veidus skolēni zina, vai skolēni spēj īsi aprakstīt katra vienādojumu veida atrisināšanas algoritmu, kādas vispārīgas vienādojumu atrisināšanas metodes viņi zina. Aicina skolēnus prognozēt viņu iespējas atrisināt trešās un ceturtās pakāpes vienādojumus. Informē par stundas mērķi.	Iesaistās sarunā, atbild uz jautājumiem. *Vajadzētu stāstīt, ka viņi prot atrisināt lineāru vienādojumu, kvadrātvienādojumu gan ar sakņu formulu, gan izmantojot Vjeta teorēmu, lieto vienādojumu atrisināšanai substitūcijas metodi, sadalīšanu reizinātājos, grafisko metodi.* Izsaka apsvērumus par iespējām atrisināt augstāku pakāpju vienādojumus. *Varētu nosaukt, ka dažu vienādojumu atrisināšanai varētu derēt substitūcijas metode, sadalīšana reizinātājos, grafiskā metode.*

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Izdala tekstu un darba lapu. Informē, ka lasot tekstu, iepazīsies ar divām trešās pakāpes vienādojumu atrisināšanas iespējām (paņēmieniem). Tekstā atrodamo metožu apraksti jāizmanto darba lapas aizpildīšanai. Norāda, ka soļu skaits, aprakstot metodes, var būt dažāds, būtiski, lai varētu izmantot tabulu, turpmāk risinot citus vienādojumus. Nosaka uzdevuma izpildes laiku. *Pierakstu veikšanai var neizmantot darba lapas, tabulu veidojot pierakstu kladēs.* Vada īsu sarunu, akcentējot būtiskākos soļus, kas jāveic, lietojot katru no metodēm. *Ja skolēni paši nenorāda, ka metode ļauj iegūt saknes tuvinātu vērtību, vajadzētu uzdot uzvedinošu jautājumu par saknes vērtību, saistot ar līdzšinējo pieredzi, kad vienādojuma atrisinājums parasti bija precīzs skaitlis.* Noskaidro skolēnu viedokli par to, vai un kādos gadījumos saknes aptuvenās vērtības atrašana var būt pieņemams vienādojuma atrisināšanas rezultāts.	Individuāli lasa tekstu, cenšas izprast katras metodes būtību, lietošanas iespējas, trūkumus, izveido vienādojuma atrisināšanas plānu, izmantojot katru metodi. Aizpilda darba lapu. Pārliecinās, vai uztvēruši būtiskāko, ja nepieciešams, papildina ierakstus darba lapā. Izsaka viedokli par vienādojuma saknes precizitātes nozīmi dažādās situācijās.
Uzdevumu risināšana (20 minūtes)	
Aicina skolēnus atrisināt kubisko vienādojumu $x^3 - x + 2 = 0$, izmantojot vienu no metodēm – Kardano formulu vai grafisko paņēmienu. Uzdevumu veikšanai iesaka sadalīties pāros. Nosaka laiku. *Rosina izvēlēties dažādas metodes, lai nebūtu tā, ka kādu metodi neizmanto neviens pāris. Ja kāds pāris vienādojumu atrisina ātrāk, iesaka izmēģināt citu metodi.* Aicina salīdzināt risinājumus, novērtēt atrisinājumu pareizību. *Vēlams iepriekš sagatavot demonstrējamus atrisinājumu paraugus.* Iesaka turpmāk pirms jaunapgūtās metodes izmantošanas pārliecināties, vai nav iespējams izmantot substitūcijas metodi vai sadalīšanu reizinātājos. Lūdz vēlreiz izlasīt teksta pirmo rindkopu un atcerēties, ko vispār nozīmē atrisināt vienādojumu. Jautā vai skolēni nesaskata kādu trūkumu (problēmu) stundā veiktajā vienādojumu risināšanā saistībā ar šiem apsvērumiem. *Var apspriest iespēju iegūt augstākas pakāpes vienādojuma pārējās saknes, ja viena jau zināma, ņemot tomēr vērā, ka polinomu dalīšana nav apgūta. Var ieteikt vienu no saknēm uzminēt, kas dažos gadījumos var būt vienkāršāk nekā lietot kādu no speciālām metodēm.*	Sadalās pāros. Izvēlas vienādojuma atrisināšanas metodi. Atrisina vienādojumu, izmantojot pierakstus darba lapā. Komentē risinājumu, uzdod jautājumus, atbild uz jautājumiem, precizē, salīdzina, iepazīstas ar vienādojuma atrisinājumu ar citu metodi, izsaka viedokli par metožu izvēli, metodes efektivitāti. Saskata, ka vienādojumu atrisināšanā īpaši netika pievērsta uzmanība atrisinājumu skaitam (netika pamatots, ka citu atrisinājumu nav) un Kardano formula vispār ļauj atrast tikai vienu sakni.
Iepazīstina skolēnus ar atsevišķiem faktiem no vienādojumu atrisināšanas vēstures, akcentējot Vjeta, Tartaljas, Kardano nopelnus. *Var lūgt skolēnus mājās iepazīties ar matemātikas vēstures materiāliem, lai nākamajā stundā to pastāstītu pārējiem – tematus vēlams sadalīt, var norādīt avotus.* Aicina skolēnus izvērtēt stundā paveikto.	Iepazīstas ar matemātikas vēstures faktiem saistībā ar vienādojumu atrisināšanu. Pieraksta (izvēlas) tematu, materiālu ar ko mājās iepazīties. Izsaka viedokli par stundā apgūto.

STUNDAS PIEMĒRS

AR RIŅĶA LĪNIJU SAISTĪTI LEŅĶI

Mērķis

Veidot izpratni par leņķiem, kas saistīti ar riņķa līniju un to mērīšanu, pilnveidot prasmi pierādīt teorēmas, vizualizējot un veidojot mācību dialogu.

Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Klasificē ar riņķa līniju saistītus leņķus, definē tos.
- Izprot teorēmas par ārējā leņķa mērīšanu pierādījumu.

Nepieciešamie resursi

- Interaktīvā tāfele, dators, projektors.
- Izdales materiāls katram skolēnam (M_10_SP_08_P1).
- Vizuālais materiāls (M_10_SP_08_VM1).

Mācību metodes

Vizualizēšana, jautājumi un atbildes.

Mācību organizācijas formas

Individuāls darbs, pāru darbs, frontāls darbs.

Vērtēšana

Skolotājs gūst informāciju par skolēnu izpratni par leņķiem un teorēmas pierādījumu sarunas un uzdevumu risināšanas gaitā, apkopojot skolēnu atbildes darba lapā.

Skolotāja pašnovērtējums

Secina par stundas mērķa sasniegšanu.

Stundas gaita

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Vizualizēšana (15 minūtes)	
Uz interaktīvās tāfeles demonstrē riņķa līniju (O;R) un leņķi ABC (figūrām nav kopīgu punktu). Uzdod jautājumu: “Kā ir iespējams savstarpēji novietot šīs divas ģeometriskās figūras?” Aicina skicēt zīmējumus, klasificēt iespējamos gadījumus pēc kādas pazīmes. Darbu var veikt apspriežoties pāros.	Izdomā iespējamos riņķa līnijas un leņķa savstarpējos novietojumus, skicē atbilstošos zīmējumus. Apspriežas par iespējamajām pazīmēm, pēc kurām varētu klasificēt iespējamos gadījumus, cenšas formulēt leņķu novietojuma veidus.
Aicina atsevišķus skolēnus demonstrēt iespējamos figūru novietojumus uz interaktīvās vai parastās tāfeles. Apkopo skolēnu sniegtās atbildes, secina, ka svarīgs ir leņķa virsotnes un malu novietojums attiecībā pret riņķa līniju.	Demonstrē savu atbildi uz jautājumu, iepazīstas ar citu skolēnu piedāvātajām klasifikācijām. Vienojas par pazīmēm, pieņem lēmumu par leņķu veidiem un nosaukumiem.
Demonstrē uz interaktīvās tāfeles un vienojas par nosaukumiem – centra leņķis, ievilkts leņķis, iekšējs leņķis (leņķis starp hordām), ārējs leņķis (leņķis starp sekantēm, pieskarēm), hordas – pieskares leņķis.	
Izdala skolēniem darba lapu (M_10_SP_08_P1), lūdz aizpildīt tukšās vietas, izmantojot iepriekšējās zināšanas par centra leņķi un ievilktu leņķi.	Aizpilda darba lapu, atceroties centra un ievilkta leņķa definīciju un teorēmas par šo leņķu lielumiem.

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Demonstrē uz interaktīvās tāfeles darba lapu ar pareizām atbildēm par centra leņķi un ievilkto leņķi. Kopā ar skolēniem precizē iekšējā leņķa, ārējā leņķa un hordas pieskares leņķa definīcijas. *Definīcijas iesaka pierakstīt stāstījuma gaitā vai lūdz to izdarīt mājās.* Mudina skolēnus prognozēt šo leņķu lielumu saistību ar atbilstošajiem riņķa līnijas loku leņķiskajiem lielumiem. Iepazīstina ar teorēmām par šo leņķu mērīšanu. Norāda, ka teorēmas nepieciešams pierādīt, lai turpmāk uz tām varētu atsaukties.	Salīdzina ar dotajām pareizajām atbildēm, veic korekcijas. Precizē leņķu definīcijas, klausās, veido pierakstus darba lapā par jaunajiem jēdzieniem, uzdod jautājumus. Izsaka minējumus par leņķu aprēķināšanas iespējām, ja zināmi loku leņķiskie lielumi. Ieraksta darba lapā teorēmu formulējumu.
Jautājumi un atbildes (25 minūtes)	
Aicina skolēnus kopīgi pierādīt teorēmu par ārējā leņķa mērīšanu. Vada teorēmas pierādīšanas procesu pa soļiem, sākot ar sarunu par to, uz kādiem faktiem varētu pierādījumā balstīties, kā varētu papildināt zīmējumu, lai tajā būtu redzami iekšējie leņķi, kuru lielumi atbilst kādam no lokiem. Visā pierādīšanas procesā maksimāli iesaista skolēnus, uzdodot jautājumus, uzklausot skolēnu idejas, noteikti tās visas apspriežot.	Klausās, uzdod jautājumus, atbild uz skolotāja jautājumiem, pamato savu viedokli. Pierāda teorēmu pa soļiem skolotāja vadībā. *Droši vien iedomāsies, ka jāizmanto sakarības starp ievilktā leņķa un atbilstošā loka lielumiem, ieteiks variantus zīmējuma papildināšanai.*
Aicina skolēnus rakstiski atbildēt uz jautājumiem: 1. Uzraksti teorēmas pierādīšanas plānu! 2. Ar kādu mērķi tika papildināts zīmējums? 3. Kādas jēdzienu un faktu zināšanas bija jāizmanto teorēmas pierādīšanā! Uzsver, ka atbildot skolēni drīkst izmantot pierakstus. Lūdz skolēnus samainīties ar uzrakstīto, izlasīt un pēc tam pāros pārrunāt to, ko katrs uzrakstījis, ja rodas neskaidrības – sagatavo jautājumus, kas tiks pārrunāti klasē. *Var atbildes savākt, lai gūtu precīzāku priekšstatu par skolēnu izpratni.* *Ja skolēnu prasmes ļoti labas, var šo pierādījuma pārdomāšanas fāzi aizstāt ar citas teorēmas patstāvīgu pierādīšanu.*	Pārskata un pārdomā pierādījuma gaitu, un darbības, kas tika veiktas, faktus, kuri tika izmantoti, atbild uz jautājumiem. Iepazīstas ar otra skolēna atbildēm. Pārrunā, fiksē neskaidrības, pretrunas, ja nevar kopīgi vienoties vai nav pilnīgi pārliecināti, sagatavo un uzdod jautājumu.

PĒTĀMĀS PROBLĒMAS

Darba izpildes laiks 20 minūtes M_10_LD_08

Mērķis

Pilnveidot prasmi saskatīt un formulēt pētāmos jautājumus un prezentēt darba rezultātus.

Sasniedzamais rezultāts

- Formulē pētāmo problēmu.
- Iepazīstina pārējos skolēnus ar formulētajiem jautājumiem.

Saskata un klasificē lielumus, formulē pētāmo problēmu	Dots
Veido plānu	-
Iegūst un apstrādā informāciju	-
Formulē pieņēmumu/ hipotēzi	Dots
Veic pierādījumu	Mācās
Analizē un izvērtē rezultātus, secina	Mācās
Prezentē darba rezultātus	-
Sadarbojas, strādājot grupā (pārī)	-

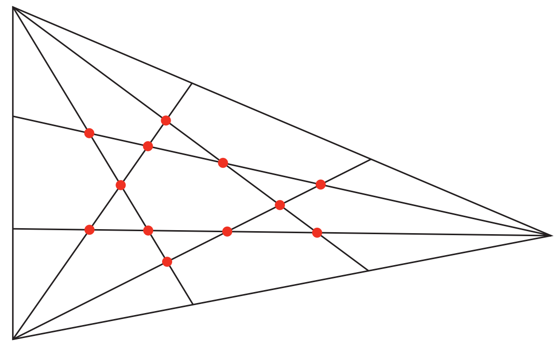
Skolotājs rosina censties saskatīt un formulēt pēc iespējas vairāk pētāmo problēmu, norāda darba izpildes laiku (10 minūtes). Skolēni, strādājot grupās vai pāros, aizpilda darba lapas. Katram pārim (grupai) piedāvā vienu no divām situācijām. Pēc tam notiek prezentācija – tiek aicināti divi grupu skolēni, kuri pētīja dažādas situācijas, iepazīstināt pārējos ar savu uzdevumu un formulētajiem jautājumiem. Pārējiem skolēniem tiek dota iespēja papildināt.

Darba mērķis ir saskatīt un formulēt pēc iespējas dažādas problēmas, nedomājot par to, kā šīs problēmas atrisināt. Iespējams, ka dažu problēmu risinājumi ir vienkārši, citu – sarežģīti. Skolotājs var rosināt skolēnus, kuriem kāda no šīm problēmām šķiet interesanta, veikt pētījumu patstāvīgi, iespēju robežās konsultējot.

1. variants

Situācijas apraksts

Katru trijstūra malu sadala trīs vienādās daļās. Dalījuma punktus savieno ar pretējo virsotni. Šiem nogriežņiem krustojoties, šī trijstūra iekšpusē veidojas sešstūris.



Formulē jautājumus, uz kuriem varētu iegūt atbildes pētījuma ceļā!

Pētāmās problēmas

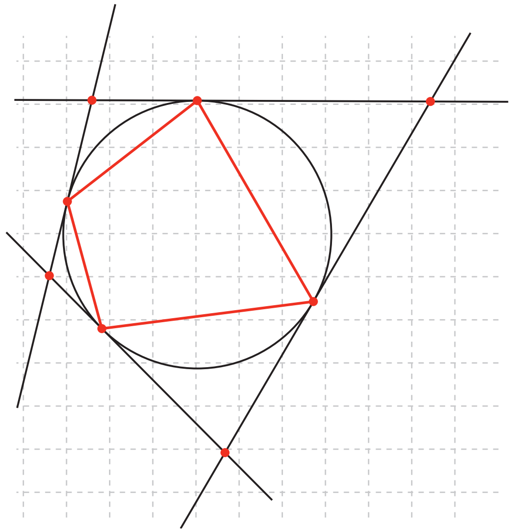
Daži iespējamie jautājumi.

- *Vai šādi nogriežņi jebkura trijstūra iekšpusē veido sešstūri?*
- *Vai pastāv sakarība starp trijstūra un sešstūra laukumiem?*
- *Kāda ir sešstūra un trijstūra laukumu attiecība?*
- *Kuri no zīmējumā redzamajiem trijstūriem ir vienlieli?*

2. variants

Situācijas apraksts

Riņķī ievilkts četrstūris, tā virsotnēs novilktas pieskares. Šīm pieskarēm krustojoties, veidojas vēl viens četrstūris.



Formulē jautājumus, uz kuriem varētu iegūt atbildes pētījuma ceļā!

Pētāmās problēmas

Daži iespējamie jautājumi.

- *Vai pastāv sakarība starp ievilktā un apvilktā četrstūra laukumiem?*
- *Vai pastāv sakarība starp ievilktā un apvilktā četrstūra perimetriem?*
- *Vai riņķī ievelkot trapeci, arī apvilktais četrstūris būs trapece?*
- *Vai ārējam četrstūrim var apvilkt riņķa līniju?*
- *Kādu apvilkto četrstūri iegūs, ja ievilktais ir taisnstūris?*
- *Kāda ir ievilktā un apvilktā četrstūra laukumu attiecība?*

.... Vārds
.... uzvārds
.... klase
.... datums

APVILKTA DAUDZSTŪRA LAUKUMS

1. uzdevums *(3 punkti)*

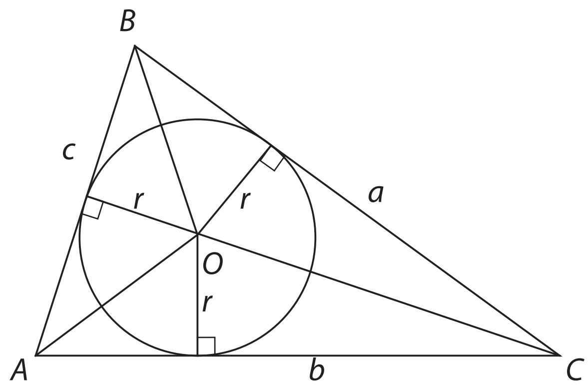
Dots ΔABC ar malu garumiem a, b, c, un tajā ievilkta riņķa līnija ar rādiusu r.
Izpēti, kā pierādīta trijstūra laukuma formula! Papildini pierādījumu!

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AOB} + \ldots\ldots\ldots + S_{\Delta AOC}$

$S_{\Delta AOB} = \dfrac{c \cdot r}{2}$, $S_{\Delta BOC} = \dfrac{a \cdot r}{2}$, $S_{\Delta AOC} = \ldots\ldots\ldots$

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{c \cdot r}{2} + \dfrac{a \cdot r}{2} + \dfrac{b \cdot r}{2} = \dfrac{r \cdot (\ldots\ldots\ldots)}{2}$

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{r \cdot P_{\Delta ABC}}{2} = r \cdot p$



2. uzdevums *(5 punkti)*

Uzzīmē četrstūri, kurā ievilkta riņķa līnija ar rādiusu r, un pierādi formulu $S = p \cdot r$, kur S – četrstūra laukums un p – četrstūra pusperimetrs!

3. uzdevums (*2 punkti*)

Ko vari secināt par laukuma formulu n-stūrim, kurā var ievilkt riņķa līniju?

....

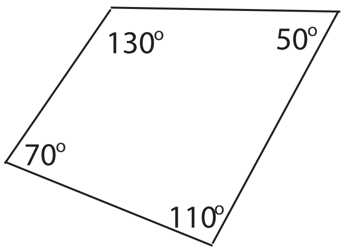
Vārds uzvārds klase datums

IEVILKTI ČETRSTŪRI

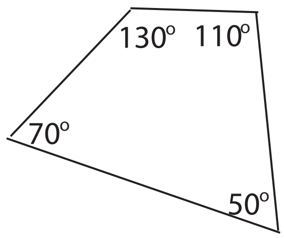
1. uzdevums *(2 punkti)*

Apvelc pareizai atbildei atbilstošo burtu!

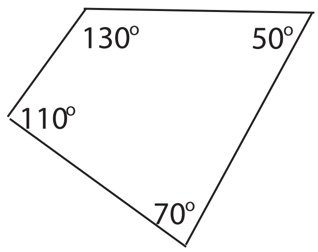
a) Ap kuru no četrstūriem var apvilkt riņķa līniju?



A

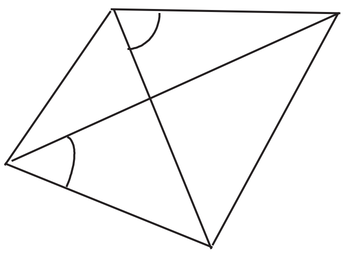


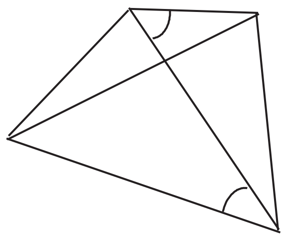
B

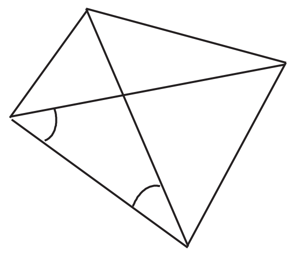


C

b) Ap kuru no četrstūriem noteikti var apvilkt riņķa līniju?


A


B


C

2. uzdevums *(2 punkti)*

Pamato, ka ap taisnleņķa trapeci nevar apvilkt riņķa līniju!

3. uzdevums *(2 punkti)*

Pamato, ka ap patvaļīgu vienādsānu trapeci var apvilkt riņķa līniju!

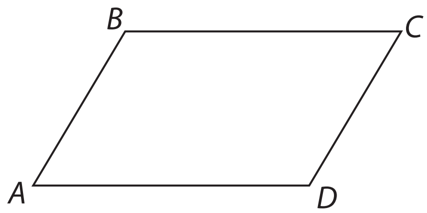
....	....	....	....
Vārds	uzvārds	klase	datums

RIŅĶI UN DAUDZSTŪRI

1. variants

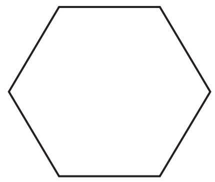
1. uzdevums *(2 punkti)*

Dots paralelograms $ABCD$, kurā $AB=4$ cm, $AD=6$ cm, $\angle A=60°$.
Aprēķini paralelograma diagonāles BD garumu!



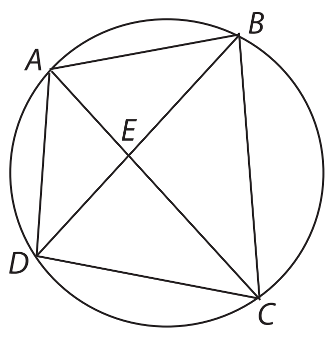
2. uzdevums *(3 punkti)*

Ap regulāru sešstūri apvilktās riņķa līnijas rādiuss ir a.
Aprēķini regulārajā sešstūrī ievilktās riņķa līnijas rādiusu!



3. uzdevums *(4 punkti)*

Dots riņķa līnijā ievilkts četrstūris $ABCD$, kura diagonāles krustojas punktā E.



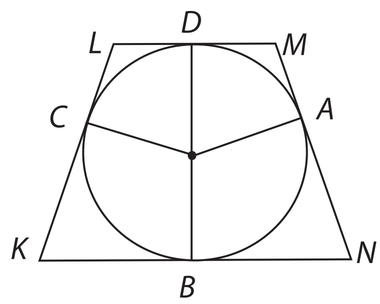
a) Pamato, ka $\angle BCA=\angle BDA$ un $\angle ABD=\angle ACD$!

b) Nosaki $\angle BAD$ un $\angle BCD$ summu!
Atbildi pamato!

c) Zināms, ka $\overset{\frown}{AD}=80°$ un $\overset{\frown}{BC}=110°$. Aprēķini $\angle ABD$ un $\angle AED$!

4. uzdevums *(5 punkti)*

Dota vienādsānu trapece $KLMN$ ($KL = MN$), kurā ievilkta riņķa līnija.
A, B, C un D ir riņķa līnijas un trapeces kopīgie punkti.



a) Pamato, ka $AN = NB$!

b) Pamato, ka $KB = BN$!

c) Papildini zīmējumu, atzīmējot zīmējumā redzamos vienāda garuma nogriežņus!

d) Aprēķini trapeces sānu malas garumu, ja trapeces pamatu garumi ir 6 cm un 14 cm!

5. uzdevums *(4 punkti)*

Dotajam uzdevumam izveido risinājuma plānu! Rakstot plānu, izmanto savā zīmējumā lietotos apzīmējumus!
Dots romba šaurais leņķis un rombā ievilktās riņķa līnijas rādiuss. Aprēķini romba laukumu!

6. uzdevums *(4 punkti)*

Paralelogramā $ABCD$ no platā leņķa virsotnes B vilktie augstumi krusto malas AD un CD to iekšējos punktos F un E.

a) Pierādi, ka punkti B, E, F un D atrodas uz vienas riņķa līnijas!

b) H un G ir attiecīgi malu AB un BC krustpunkti ar riņķa līniju.
Pierādi, ka $FHGE$ ir taisnstūris!

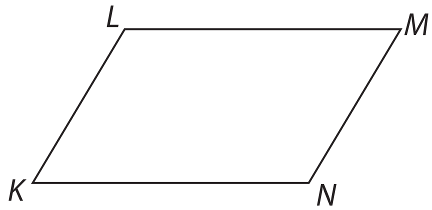
Vārds .... uzvārds .... klase .... datums ....

RIŅĶI UN DAUDZSTŪRI

2. variants

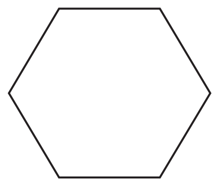
1. uzdevums *(2 punkti)*

Dots paralelograms $KLMN$, kurā $KL=5$ cm, $KN=7$ cm, $\angle K=60°$.
Aprēķini paralelograma diagonāles LN garumu!



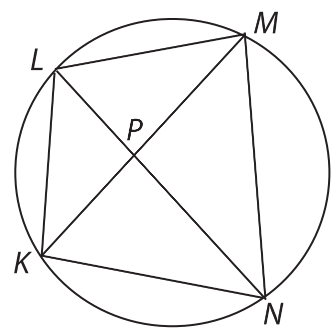
2. uzdevums *(3 punkti)*

Regulārā sešstūrī ievilktās riņķa līnijas rādiuss ir a.
Aprēķini ap regulāru sešstūri apvilktās riņķa līnijas rādiusu!



3. uzdevums *(4 punkti)*

Dots riņķī ievilkts četrstūris $KLMN$, kura diagonāles krustojas punktā P.



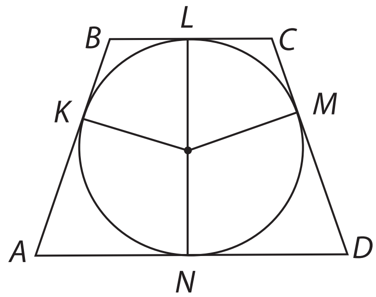
a) Pamato, ka $\angle LMK=\angle LNK$ un $\angle KMN=\angle KLN$!

b) Nosaki $\angle LMN$ un $\angle NKL$ summu!
Atbildi pamato!

c) Zināms, ka $\overset{\smile}{LM}=70°$ un $\overset{\smile}{KN}=100°$. Aprēķini $\angle KMN$ un $\angle LPK$!

4. uzdevums *(4 punkti)*

Dota vienādsānu trapece $ABCD$ ($AB = CD$), kurā ievilkta riņķa līnija.
K, L, M un N ir riņķa līnijas un trapeces kopīgie punkti.



a) a) Pamato, ka $BK = BL$!

b) Pamato, ka $BL = LC$!

c) Papildini zīmējumu, atzīmējot zīmējumā redzamos vienāda garuma nogriežņus!

d) Aprēķini trapeces sānu malas garumu, ja trapeces pamatu garumi ir 8 cm un 18 cm!

5. uzdevums *(4 punkti)*

Dotajam uzdevumam izveido risinājuma plānu! Plānā izmanto savā zīmējumā lietotos apzīmējumus!
Dots ap taisnstūri apvilktā riņķa rādiuss un leņķis starp taisnstūra diagonālēm. Aprēķini taisnstūra laukumu!

6. uzdevums *(4 punkti)*

Paralelogramā $KLMN$ no platā leņķa virsotnes L vilktie augstumi krusto malas KN un NM to iekšējos punktos A un B.

a) Pierādi, ka punkti L, B, N un A atrodas uz vienas riņķa līnijas!

b) D un C ir attiecīgi malu KL un LM krustpunkti ar riņķa līniju. Pierādi, ka $DCBA$ ir taisnstūris!

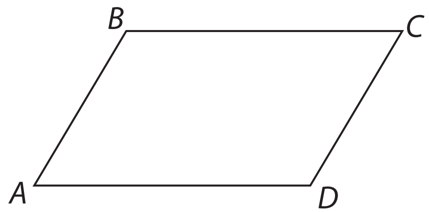
RIŅĶI UN DAUDZSTŪRI

1. variants

1. uzdevums *(2 punkti)*

Dots paralelograms $ABCD$, kurā $AB=4$ cm, $AD=6$ cm, $\angle A=60°$.

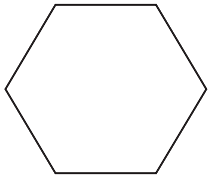
Aprēķini paralelograma diagonāles BD garumu!



2. uzdevums *(3 punkti)*

Ap regulāru sešstūri apvilktās riņķa līnijas rādiuss ir a.

Aprēķini regulārajā sešstūrī ievilktās riņķa līnijas rādiusu!

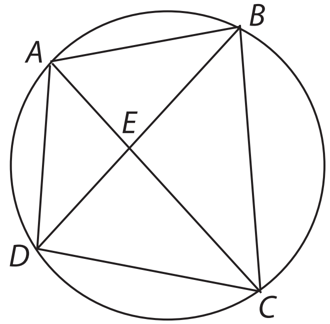


3. uzdevums *(4 punkti)*

Dots riņķa līnijā ievilkts četrstūris $ABCD$, kura diagonāles krustojas punktā E.

a) Pamato, ka $\angle BCA=\angle BDA$ un $\angle ABD=\angle ACD$!

b) Nosaki $\angle BAD$ un $\angle BCD$ summu! Atbildi pamato!



c) Zināms, ka $\overset{\smile}{AD}=80°$ un $\overset{\smile}{BC}=110°$. Aprēķini $\angle ABD$ un $\angle AED$!

4. uzdevums *(5 punkti)*

Dota vienādsānu trapece $KLMN$ ($KL = MN$), kurā ievilkta riņķa līnija.

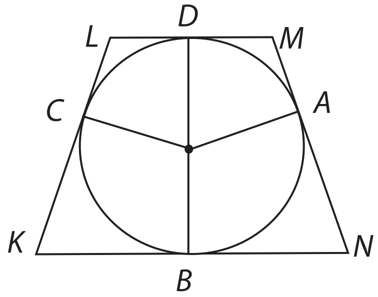
A, B, C un D ir riņķa līnijas un trapeces kopīgie punkti.

a) Pamato, ka $AN = NB$!

b) Pamato, ka $KB = BN$!

c) Papildini zīmējumu, atzīmējot zīmējumā redzamos vienāda garuma nogriežņus!

d) Aprēķini trapeces sānu malas garumu, ja trapeces pamatu garumi ir 6 cm un 14 cm!



5. uzdevums *(4 punkti)*

Dotajam uzdevumam izveido risinājuma plānu! Rakstot plānu, izmanto savā zīmējumā lietotos apzīmējumus!

Dots romba šaurais leņķis un rombā ievilktās riņķa līnijas rādiuss. Aprēķini romba laukumu!

6. uzdevums *(4 punkti)*

Paralelogramā $ABCD$ no platā leņķa virsotnes B vilktie augstumi krusto malas AD un CD to iekšējos punktos F un E.

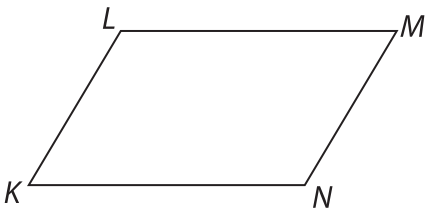
a) Pierādi, ka punkti B, E, F un D atrodas uz vienas riņķa līnijas!

b) H un G ir attiecīgi malu AB un BC krustpunkti ar riņķa līniju. Pierādi, ka $FHGE$ ir taisnstūris!

RIŅĶI UN DAUDZSTŪRI

2. variants

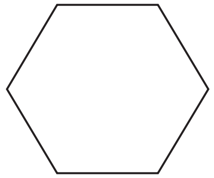
1. uzdevums *(2 punkti)*



Dots paralelograms $KLMN$, kurā $KL=5$ cm, $KN=7$ cm, $\angle K=60°$.

Aprēķini paralelograma diagonāles LN garumu!

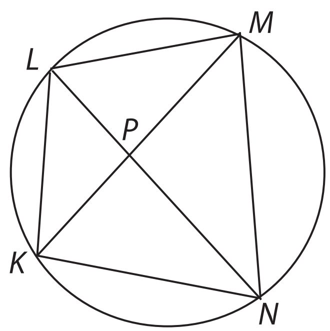
2. uzdevums *(3 punkti)*



Regulārā sešstūrī ievilktās riņķa līnijas rādiuss ir a.

Aprēķini ap regulāru sešstūri apvilktās riņķa līnijas rādiusu!

3. uzdevums *(4 punkti)*



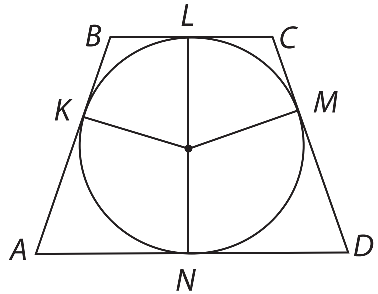
Dots riņķī ievilkts četrstūris $KLMN$, kura diagonāles krustojas punktā P.

a) Pamato, ka $\angle LMK=\angle LNK$ un $\angle KMN=\angle KLN$!

b) Nosaki $\angle LMN$ un $\angle NKL$ summu! Atbildi pamato!

c) Zināms, ka $\breve{LM}=70°$ un $\breve{KN}=100°$. Aprēķini $\angle KMN$ un $\angle LPK$!

4. uzdevums *(4 punkti)*



Dota vienādsānu trapece $ABCD$ ($AB = CD$), kurā ievilkta riņķa līnija.

K, L, M un N ir riņķa līnijas un trapeces kopīgie punkti.

a) a) Pamato, ka $BK = BL$!

b) Pamato, ka $BL = LC$!

c) Papildini zīmējumu, atzīmējot zīmējumā redzamos vienāda garuma nogriežņus!

d) Aprēķini trapeces sānu malas garumu, ja trapeces pamatu garumi ir 8 cm un 18 cm!

5. uzdevums *(4 punkti)*

Dotajam uzdevumam izveido risinājuma plānu! Plānā izmanto savā zīmējumā lietotos apzīmējumus!

Dots ap taisnstūri apvilktā riņķa rādiuss un leņķis starp taisnstūra diagonālēm. Aprēķini taisnstūra laukumu!

6. uzdevums *(4 punkti)*

Paralelogramā $KLMN$ no platā leņķa virsotnes L vilktie augstumi krusto malas KN un NM to iekšējos punktos A un B.

a) Pierādi, ka punkti L, B, N un A atrodas uz vienas riņķa līnijas!

b) D un C ir attiecīgi malu KL un LM krustpunkti ar riņķa līniju. Pierādi, ka $DCBA$ ir taisnstūris!

RIŅĶI UN DAUDZSTŪRI

Vērtēšanas kritēriji

Uzde-vums	Kritēriji	Punkti
1.	Lieto kosinusu teorēmu – 1 punkts	2
	Aprēķina diagonāles garumu – 1 punkts	
2.	Zīmējumā attēlo regulārā sešstūrī ievilktas (apvilktas) riņķa līnijas rādiusus – 1 punkts	3
	Izsaka regulāra trijstūra augstumu (malu), ja dota mala (augstums) – 1 punkts	
	Aprēķina regulārajā sešstūrī ievilktās (apvilktās) riņķa līnijas rādiusu – 1 punkts	
3.	Pamato leņķu, kas balstās uz viena loka, vienādību – 1 punkts	4
	Zina ievilkta četrstūra pretējo leņķu summu – 1 punkts	
	Aprēķina ievilkto leņķi – 1 punkts	
	Aprēķina leņķi starp hordām – 1 punkts	
4.	Lieto pieskaru nogriežņu īpašību – 1 punkts	5
	Zina, ka ievilktās riņķa līnijas centrs ir bisektrišu krustpunktā – 1 punkts	
	Lieto vienādsānu trijstūra īpašību – 1 punkts	
	Iezīmē vienādā garuma nogriežņus – 1 punkts	
	Aprēķina trapeces sānu malas garumu – 1 punkts	
5.	Izveido zīmējumu – 1 punkts	4
	Izveido risinājuma plānu. Ja uzraksta atsevišķus plāna soļus, tos nepamatojot – 1 punkts Ja izveido secīgu, bet neprecīzi noformulētu vai nepilnīgi pamatotu plānu – 2 punkti Ja izveido pilnīgu risinājuma plānu un pamato tā soļus – 3 punkti	
6.	Pamato, ka četri punkti atrodas uz vienas riņķa līnijas – 1 punkts	4
	Uzraksta pierādījumu par taisnstūri. Ja izsaka atsevišķus spriedumus – 1 punkts Ja pierāda, nepamatojot visus spriedumus – 2 punkti Ja uzraksta korektu pierādījumu – 3 punkti	
	Kopā	22