

5. TRIGONOMETRISKAS, LOGARITMISKAS UN EKSPONENTFUNKCIJAS

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

[Stundas piemērs](#)

[M_10_SP_05_P1](#)

[Trigonometrisko funkciju grafiku konstruēšana](#)

[Skolēna darba lapa](#)

[M_10_UP_05_P1](#)

[Funkciju grafiki](#)

[Skolēna darba lapa](#)

[M_10_LD_05](#)

[Pulksteņa rādītāju kustība](#)

[Skolēna darba lapa](#)

[Kārtējais vērtēšanas darbs](#)

[Nobeiguma vērtēšanas darbs](#)

[1.variants](#)

[2.variants](#)

[Vērtēšanas kritēriji](#)

TRIGONOMETRISKAS, LOGARITMISKAS UN EKSPONENTFUNKCIJAS

TEMATA APRAKSTS

Lai aprakstītu mainīgus procesus, nepieciešamas arī tādas funkcijas, kā eksponentfunkcijas, logaritmiskās un trigonometriskās funkcijas, jo ne vienmēr to var izdarīt ar lineārām funkcijām, kvadrātfunkcijām un pakāpes funkcijām. Ļoti daudzus dabas procesus, piemēram, baktēriju skaita izmaiņas, radioaktīvo elementu daudzuma atkarību no laika, raksturo eksponentfunkcija.

Šajā tematā tiek definēti daudz jauni jēdzieni: n – tās pakāpes sakne, pakāpe ar racionālu kāpinātāju, logaritms. Darbības ar saknēm un logaritmiem tiks apskatītas 12. klases tematos “Eksponentvienādojumi un nevienādības” un “Logaritmiskie vienādojumi un nevienādības”. Papildus jau apgūtajiem jēdzieniem, kas saistīti ar funkciju: definīcijas un vērtību apgabals, funkcijas nulles, augšanas un dilšanas intervāls, vislielākā, vismazākā vērtība, paritāte, tiek ieviests jēdziens funkcijas periodiskums. Tādēļ tiek akcentēta prasme saskatīt periodiskumu dažādos procesos, piemēram, svārstības, viļņi, Saules lēktu laiks, Mēness fāžu maiņa. Pirms trigonometrisko funkciju apguves, papildus skolēnam jau pazīstajai leņķa mērīšanai grādos, jālieto jauna leņķa lieluma mērvienība – radiāns.

Nepieciešams nostiprināt prasmi saskatīt funkciju kopīgās un atšķirīgās īpašības, saistot tās ar jaunām funkcijām (eksponentfunkciju, logaritmisko funkciju un trigonometriskām funkcijām) un to grafiku konstruēšanu, pētīšanu, tai skaitā, parametru ietekmi uz funkcijas grafiku. Parametru ietekme uz funkciju grafikiem tiek pētīta, izmantojot informācijas tehnoloģijas. Grafiku transformāciju iegaumēšana netiek prasīta, svarīga ir izpratne par transformāciju veidošanos. Tiek aplūkota tikai to parametru ietekme, kas nepieciešama apgūstot fiziku, risinot praktiska satura uzdevumus.

Ļoti svarīga ir spēja formulēt matemātiskos faktus, precīzi un pareizi lietojot matemātiskos terminus. Vēlams mācīties to, saskatot funkcijas īpašības, dažādus faktus par parametru ietekmi uz funkcijas grafiku.



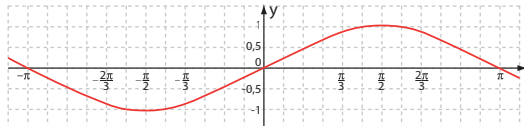
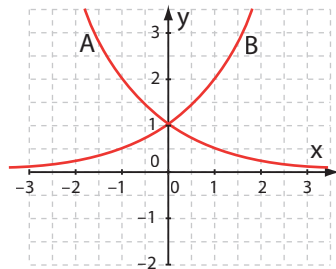
CEĻVEDIS

Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

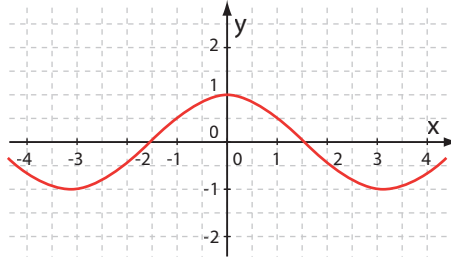
STANDARTĀ	Izprot funkcijas un ar to saistītos jēdzienus; lieto dažādus funkcijas uzdošanas veidus (grafiski, analītiski, ar tabulu); pazīst lineāru funkciju, kvadrātfunkciju, pakāpes funkciju ar veselu kāpinātāju, eksponentfunkciju, logaritmisko funkciju, trigonometriskās funkcijas, virkni kā naturāla argumenta funkciju.	Nosaka funkciju un to kompozīciju īpašības, izmantojot grafiku un analītiski, lieto funkciju īpašības.	Formulē, argumentē, pamato viedokli (tai skaitā – matemātiskas sakarības, faktus, sava darba rezultātus) un ciena citu viedokli.	Izmanto IT informācijas apkopošanai, sakārtošanai, pārveidošanai un aprēķiniem.	Saskata matemātikas saikni ar dabas un humanitārajām zinātnēm.
PROGRAMMĀ	Uzzīmē funkciju $y = a^x$, $y = \log_a x$, $y = a \cdot \sin bx$, $y = a \cdot \cos bx$, $y = a \cdot \operatorname{tg} bx$, $y = a \cdot \operatorname{ctg} bx$ grafikus, izmantojot zināšanas par funkciju īpašībām un konkrētas vērtības.	- Izprot periodiskuma jēdzienu, pēc funkcijas grafika nosaka, vai funkcija ir periodiska, periodiskai funkcijai nosaka perioda garumu. - Lieto eksponentfunkcijas, logaritmiskās funkcijas un trigonometrisko funkciju īpašības.	Formulē saskatītās funkciju īpašības, faktus par parametru ietekmi uz funkcijas grafiku.	Lieto IT, aprēķinot funkciju vērtības, konstruējot funkciju grafikus un pētot parametru ietekmi uz funkciju $y = a \cdot \sin bx$, $y = a \cdot \cos bx$, $y = a \cdot b^x$ grafikiem.	- Saskata periodiskumu dažādos procesos, piemēram, svārstības, viļņi, Saules lēktu laiks, Mēness fāžu maiņa, konstruē un izmanto atbilstošo funkciju grafikus, raksturojot šos procesus. - Izprot, ka daudzi reāli procesi ir eksponenciāli, piemēram, ražošanas izmaksas, pasaules iedzīvotāju skaita izmaiņas, baktēriju vairošanās, kondensatora izlādēšanās, aprēķina to raksturlielumus.
STUNDĀ	VM. Trigonometrisko funkciju grafiki. KD. Funkciju grafiki un nosaukumi. KD. Funkciju grafiku zīmēšana.	Uzdevumu risināšana. SP. Trigonometrisko funkciju grafiku konstruēšana.	Problēmu risināšana. SP. Trigonometrisko funkciju grafiku konstruēšana.	Uzdevumu risināšana. SP. Trigonometrisko funkciju grafiku konstruēšana. VM. Eksponentfunkciju grafiki. VM. Logaritmisko funkciju grafiki.	Izpēte. LD. Pulksteņa rādītāju kustība.

UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot jēdzienus: n-tās pakāpes sakne, logaritms, decimāllogaritms, naturāllogaritms, pakāpe ar daļveida kāpinātāju, aprēķina logaritma un n-tās pakāpes saknes vērtību, izmantojot definīciju.	1. Izteiksmi a^{-5} pārveido par pakāpi ar pozitīvu kāpinātāju! 2. Izteiksmi $7^{\frac{4}{3}}$ uzraksti kā sakni! 3. No vienādības $3^4=81$ izsaki skaitli 4! 4. Pabeidz teikumu! Izteiksmes $\sqrt[3]{10}$ vērtība ir skaitlis, kuru kāpinot iegūst 5. Aprēķini! a) $\log_2 64$ b) $\log_7 1$ c) $\ln e^3$ d) $\sqrt[5]{32}$ e) $\log_a a$, ja $a>0$, $a\neq 1$ f) $\log_a 1$, ja $a>0$, $a\neq 1$	Aprēķini! a) $\log_2 \sqrt{2}$ b) $\log_3 125$ c) $\log_3 \lg 10$ d) $\sqrt[2]{\sqrt[5]{1024}}$ e) $125^{\frac{2}{3}}$ f) $5^{-2} - \log_6 \frac{1}{6}$ g) $8^{\frac{1}{2}} - \sqrt{2}$	1. Izsaki savus apsvērumus, kāpēc logaritms netiek definēts pie bāzes 1! 2. Starp kuriem blakus esošiem veseliem skaitļiem atrodas dots skaitlis? a) $\sqrt[4]{30}$ b) $\log_3 35$ c) $\ln 35$

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Atpazīst eksponentfunkciju, logaritmisko funkciju un trigonometriskās funkcijas, ja tās uzdotas analītiski vai grafiski, izprot to definīcijas un vērtību apgabalus.	1. Kādu funkciju sauc par eksponentfunkciju? Uzskicē tās grafiku gadījumā, ja bāze ir lielāka nekā 1 un gadījumā, ja bāze ir lielāka nekā 0 un mazāka nekā 1! 2. Nosaki, kādas funkcijas grafiks ir attēlots zīmējumā! Nosaki tās vērtību apgabalu!  3. Zīmējumā doti divi eksponentfunkcijas $y=a^x$ grafiki. Atrodi bāzes vērtību un uzraksti katram grafikam atbilstošu funkcijas analītisko izteiksmi! 	leguldot naudu bankā, svarīgi aprēķināt noguldījuma vērtību pēc noteikta gadu skaita. To aprēķina ar salikto procentu formulu $A(t)=A_0(1+\frac{r}{100})^t$, kur A_0 – noguldītās naudas apjoms (Ls), r – bankas procentu likme, t – laiks (gados), $A(t)$ – noguldījuma summa (Ls) pēc t gadiem. a) Bankā tika noguldīti Ls 500 ar procentu likmi 5 %. Uzraksti izteiksmi, kas apraksta noguldījuma summu pēc 15 gadiem! b) Vai sakarība $A(t)=A_0(1+\frac{r}{100})^t$ ir funkcija? Ja ir, tad kura no tev zināmajām funkcijām tā ir? Nosaki tās definīcijas apgabalu!	Dots kvadrāts. Pirmajā solī to sagriež četros vienādos kvadrātos. Otrajā solī katru iegūto kvadrātu sagriež četros vienādos kvadrātos. Trešajā solī katru iegūto kvadrātu sagriež četros vienādos kvadrātos utt. Vai sagriešanas rezultātā iegūto kvadrātu skaitu var aprakstīt ar funkciju? Ja var, uzraksti šīs funkcijas analītisko izteiksmi!
Zina sakarību starp grādiem un radiāniem, pāriet no vienām leņķa lieluma mērvienībām uz otrām.	1. Pārveido grādos! a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{2\pi}{3}$; c) 7π 2. Pārveido radiānos! a) 45°; b) 150°; c) 1080°	1. Nosaki izteiksmes $\cos 5$ zīmi! 2. Salīdzini! $\sin 3 \dots \sin 200^\circ$	Situācija klasē: Kārlītis kādu laiku nebija sekojis stundai. Paskatījies uz tāfeli, viņš ieraudzīja rindiņu $\pi=180^\circ$. "Skolotāj, es tomēr te kaut ko nesaprotu, vai tad vienādība $3,14=180^\circ$ ir pareiza?" Kā tu atbildētu uz šo jautājumu?

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto eksponentfunkcijas, logaritmiskās funkcijas un trigonometrisko funkciju īpašības.	1. Nosaki, kuras no funkcijām $y=2^x$, $y=\log_2 x$, $y=\sin x$ un $y=\cos 2x$ ir pāra funkcijas! 2. Kuras no funkcijām $y=0,3^x$, $y=\log_{\sqrt{3}} x$, $y=e^x$ un $y=\log_{\frac{1}{5}} x$ ir tikai augošas un kuras tikai dilstošas? 3. Kuras no funkcijām $y=2^x$, $y=\lg x$, $y=1-2x$, $y=\cos x$, $y=\log_3 x$ ir periodiskas? Kāds ir to periods?	1. Vienkāršo! $\sin(-x)+\cos(-x)\cdot \operatorname{tg} x$ 2. Nosaki funkcijas $y=0,5^x$ lielāko un mazāko vērtību intervālā $[-2;2]$! 3. Pamato izteiksmes pārveidojumus! $\sin(-480^\circ)=-\sin 480^\circ=-\sin 120^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2}$	1. Kurai no tev zināmajām funkcijām vienlaikus piemīt šādas īpašības: a) funkcija ir periodiska; b) funkcijai ir gan pozitīvas, gan negatīvas vērtības; c) funkcija ir augoša visā definīcijas apgabalā? 2. Vai dotā funkcija ir pāra? Atbilde pamato! a) $y=\sin^2 x$ b) $y=\log_2^2 x$ 3. Cik kopīgu punktu ir funkciju $y=\sin x$ un $y=\operatorname{tg} x$ grafikiem intervālā $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$? Atbilde pamato!
Izprot periodiskuma jēdzienu, pēc funkcijas grafika nosaka, vai funkcija ir periodiska, periodiskai funkcijai nosaka perioda garumu.	Uzskicē grafiku periodiskai funkcijai, kuras periods ir 2!	1. Funkcijas $y=f(x)$ periods ir 3. Aprēķini $f(57)$, ja $f(0)=1$, $f(1)=3$, $f(2)=5$, $f(3)=1$! 2. Uzzīmē grafiku funkcijai $y=\begin{cases} 1, & \text{ja } x \in [2n; 2n+1) \\ 0, & \text{ja } x \in [2n+1; 2n+2) \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$ Ja tā ir periodiska, tad nosaki tās periodu!	Ar $\{x\}$ tiek apzīmēta skaitļa x daļveida daļa (piemēram, $\{5,8\}=0,8$; $\{4\}=0$). Uzzīmē funkcijas $y=\{x\}$ grafiku, ja $x \geq 0$! Nosaki tās periodu!
Uzzīmē funkciju $y=a^x$; $y=\log_a x$; $y=a \cdot \sin(bx)$; $y=a \cdot \cos(bx)$; $y=\operatorname{tg} x$; $y=\operatorname{ctg} x$ grafikus, izmantojot zināšanas par funkciju īpašībām un konkrētas vērtības.	1. Uzzīmē funkcijas $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ grafiku, precīzi atliekot vismaz 3 punktus! 2. Uzskicē funkciju grafikus! a) $y=\log_3 x$ b) $y=\cos x$	Uzzīmē funkcijas $y=-2\sin x$ grafiku intervālā $[-2\pi; 2\pi]$!	Darba lapā (M_10_UP_05_P1) doti četru funkciju grafiki. Iezīmē x un y asis (lapas var grozīt plaknē) tā, lai vienā no zīmējumiem būtu funkcijas $y=2^x$ grafiks, vienā funkcijas $y=0,5^x$ grafiks, vienā funkcijas $y=\log_2 x$ grafiks un vienā funkcijas $y=\log_{0,5} x$ grafiks! Vienība ir 2 rūtiņas.
Lieto funkcionālo simboliku, aprēķinot parametru vērtības, ja dotas argumenta un funkcijas vērtības.	Vai dotie punkti pieder funkcijas $y=\log_{0,25} x$ grafikam? a) (0,5;2) b) (4;-1) c) (0;1) d) (1;0)	1. Funkcijas $y=a \cdot 3^x$ grafiks krusto ordinātu asi punktā (0;2). Aprēķini a vērtību! 2. Funkcijas $y=a \cos x$ grafikam pieder punkts $\left(\frac{2\pi}{3}; -3\right)$. Aprēķini a vērtību!	Funkcijas $y=a \cdot b^x$ grafikam pieder punkti (1;6) un (3;24). Aprēķini a un b vērtības!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Raksturojot funkciju īpašības, konstruējot un lasot funkciju grafikus, lieto jēdzienus: definīcijas apgabals, vērtību apgabals, funkcijas nulles, augoša un dilstoša, periodiska, pāra funkcija, nepāra funkcija, augšanas un dilšanas intervāls, lielākā un mazākā vērtība.	Vārdiski raksturo dotās funkcijas īpašības, izmantojot tās grafiku! 	Kā, konstruējot funkcijas $y = \cos x$ grafiku, var izmantot to, ka šī funkcija ir pāra funkcija un periodiska funkcija?	Par funkciju $f(x)$ ir zināms, ka $D(f) = \mathbb{R}$; $E(f) = (0; +\infty)$; funkcija ir augoša visā definīcijas apgabalā; funkcijas grafika krustpunkts ar y asi ir $(0; 1)$; funkcijai nav lielākās un mazākās vērtības. Uzskicē iespējamās funkcijas grafiku! Kāda varētu būt šīs funkcijas analītiskā izteiksme?
Salīdzina izteiksmju vērtības, izmantojot funkciju īpašības.	1. Nosaki izteiksmes $2^{1.5}$ aptuveno vērtību, izmantojot funkcijas $y = 2^x$ grafiku! Pēc tam ar kalkulatoru pārbaudi iegūtās atbildes precizitāti! 2. Nosaki izteiksmju $\cos 90^\circ$, $\sin 390^\circ$, $\sin 3\pi$ vērtības, neizmantojot kalkulatoru!	1. Izmantojot funkcijas $y = 0,5^x$ grafiku, salīdzini izteiksmju $0,5^{-3,5}$ un $0,5^{-4,5}$ vērtības! 2. Salīdzini izteiksmju $\log_2 \frac{1}{3}$ un $\log_4 \frac{1}{3}$ vērtības, neizmantojot kalkulatoru! 3. Nosaki izteiksmes $3 + 2 \cos x$ lielāko un mazāko vērtību visiem $x \in \mathbb{R}$!	Sakārto izteiksmes $\log_a a$, $\log_a 3$ un $\log_a 5$ augošā secībā, ja $a > 0$, $a \neq 1$!
Saskata kopīgās un atšķirīgās funkciju īpašības.	1. Ar kādām parametra a vērtībām funkcijas $y = \log_a x$ un $y = a^x$ ir augošas? 2. Uzraksti formulas trim eksponentfunkcijām, kuras ir dilstošas!	Ar ko atšķiras funkciju $y = \sin x$ un $y = \cos x$ grafiki? Nosaki funkciju $y = \sin x$ un $y = \cos x$ kopīgās un atšķirīgās īpašības intervālā $[-2\pi; 2\pi]$!	Raksturo funkciju $y = 3^x$; $y = \lg x$; $y = x^3$ kopīgās un atšķirīgās īpašības!
Formulē saskatītās funkciju īpašības, faktus par parametru ietekmi uz funkciju grafiku.	Formulē teikumu/us, kas matemātiski korekti un precīzi raksturotu funkcijas $y = \sin x$: a) zīmi visā definīcijas apgabalā, b) augšanas un dilšanas intervālus visā definīcijas apgabalā!	Uzraksti īsu stāstījumu, kurā salīdzinātas funkciju $y = \cos x$ un $y = -\cos x$ īpašības!	Formulē teikumu/us, kas matemātiski korekti un precīzi raksturotu funkcijas $y = a \cdot \sin x$ ($a \neq 0$) īpašības atkarībā no a !
Sadarbojas, risinot problēmuzdevumus par parametru ietekmi uz funkciju grafiku.	<i>Uzdevums skolēnu grupai.</i> Dotas funkcijas $y = \sin x$ un $y = \cos x$. Katrs no pāra dalībniekiem uzskicē vienas funkcijas grafiku un uzraksta tās īpašības. Izmantojot funkciju grafikus un īpašības, formulējiet šo funkciju kopīgās un atšķirīgās īpašības intervālā $[-2\pi; 2\pi]$!	<i>Uzdevums skolēnu grupai.</i> Dotas funkcijas $y = \sin 2x$, $y = \sin 4x$, $y = \sin \frac{x}{2}$, $y = \sin \frac{x}{4}$. Katrs no grupas dalībniekiem uzzīmē vienu no doto funkciju grafikiem un nosaka funkcijas periodu. Apspriežoties grupā, nosakiet funkcijas $y = \sin bx$ periodu!	<i>Uzdevums skolēnu grupai.</i> Izveidojiet plānu funkciju $y = a \sin bx$ un $y = a \cos bx$ grafiku zīmēšanai!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III														
Lieto IT, aprēķinot funkciju vērtības, konstruējot funkciju grafikus, pētīt funkciju īpašības un parametru ietekmi uz funkciju $y = a \cdot \sin bx$, $y = a \cdot \cos bx$, $y = a \cdot b^x$ grafikiem.	1. Ar kalkulatoru aprēķini $\log_3 44$ ar precizitāti līdz 0,1, izmantojot sakarību $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$! 2. Vienā koordinātu sistēmā uzzīmē funkciju $y = \sin x$, $y = 0,5 \sin x$ un $y = 2 \sin x$ grafikus (katru savā krāsā)! Uzraksti šo funkciju: a) definīcijas apgabalus, b) vērtību apgabalus, c) augšanas, dilšanas intervālus, d) periodu! 3. Vēro (M_10_UP_05_VM2, VM3, VM4, VM5) un raksturo, kā mainās funkciju $y = a^x$ un $y = \log_a x$ grafiki, mainoties a vērtībai!	1. Raksturo, kā, mainot parametru a ($a \neq 0$), mainās funkcijas $y = \cos x$ grafiks un īpašības! 2. Kā mainās īpašības funkcijai $y = a \cdot 2^x$, mainoties parametram a ($a \neq 0$)? 3. Konstruē funkciju $y = \sin x$, $y = 4 \sin x$ un $y = \sin 4x$ grafikus, izmantojot programmu Excel! Izmantojot iegūtos grafikus, prognozē funkciju $y = 0,5 \sin 2x$ un $y = 2 \sin 3x$ grafiku aptuvenu novietojumu koordinātu sistēmā un uzskicē tos!	1. Viena banka piedāvā procentu likmi 6 %, bet otra banka 8 %. a) Neizdarot aprēķinus, novērtē, kā atšķirsies ieguldītās summas vērtība pēc 25 gadiem, ja ieguldīs Ls 500! b) Aprēķini ieguldīto summu vērtības, izmantojot salikto procentu formulu $A(t) = A_0 \cdot (1 + \frac{r}{100})^t$! c) Iegūtos rezultātus salīdzini ar savu pieņēmumu! 2. Izpēti un raksturo, kā mainoties b vērtībai, mainās funkcijas $y = \sin bx$ periods! Izmanto iegūtās zināšanas un nosaki parametra b vērtību funkcijai $y = 2 \sin bx$, kuras periods ir 4π!														
Saskata periodiskumu dažādos procesos, piemēram, svārstības, viļņi, Saules lēktu laiks, Mēness fāžu maiņa, konstruē un izmanto atbilstošo funkciju grafikus, raksturojot šos procesus.	Novērtē, kuri no nosauktajiem procesiem ir periodiski: Zemes kustība ap Sauli, maršruta autobusa kustība, mēness fāžu maiņa, lietusgāzes Rīgā!	Uzzīmē grafiku, kas raksturo periodisku dabas procesu (piemēram, saullēkta laiks (ordinātu ass) atkarībā no gada dienas (abscisu ass))!	Izvērtē, ar ko atšķiras periodiskuma jēdziena lietošana matemātikā un reālu procesu aprakstos!														
Izprot, ka daudzi reāli procesi ir eksponenciāli, piemēram, ražošanas izmaksas, pasaules iedzīvotāju skaita izmaiņas, baktēriju vairošanās, kondensatora izlādēšanās, aprēķina to raksturlielumus.	1. Pasaules iedzīvotāju skaits 35 gadu laikā divkāršojas. 1940. gadā tas bija aptuveni 2 miljardi. Uzzīmē grafiku, kas ilustrētu prognozējamo pasaules iedzīvotāju skaitu līdz 2080. gadam, ja iedzīvotāju skaita pieauguma tendence saglabāsies! 2. Jaunas automašīnas cena katru gadu samazinās par 20 %. Aizpildi tabulu, nosakot automašīnas cenu $A(t)$ pēc t gadiem! Uzskicē grafiku funkcijai, kas attēlo automašīnas cenu atkarībā no laika! <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>$A(t)$</td><td>10000</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	t	0	1	2	3	4	5	$A(t)$	10000						1. Dažas aļģu sugas ļoti strauji attīstās. Noteiktos apstākļos atkarībā no laika x (diennakts) to garums y (cm) pieaug eksponenciāli, atbilstoši formulai $y = a \cdot b^x$. Attīstoties aļģei, kuras sākotnējais garums ir 2,4 cm, tās garums vienā diennaktī ir pieaudzis līdz 2,88 cm. Cik gara būs šī aļģe pēc 10 diennaktīm? 2. Pienis ir laba baktēriju barotne. Konstantā temperatūrā baktēriju skaits y atkarībā no laika x (min) pieaug eksponenciāli atbilstoši formulai $y = a \cdot b^x$. Piemēram, 24°C temperatūrā baktēriju skaits dubultojas ik pēc 30 minūtēm. Virtuvē, kuras temperatūra ir 24°C, novieto 1 litru piena, kurā ir 50 baktērijas. Uzraksti formulu, kas raksturo šo konkrēto procesu! Cik baktēriju pienā būs pēc 5 stundām?	Rādija pussabrukšanas periods ir 1600 gadi (<i>tā laikā radioaktīvā elementa masa samazinās tieši 2 reizes</i>). Uzraksti formulu funkcijai, kas parāda rādija masas m izmaiņu atkarībā no laika t (<i>gados</i>), ja tā sākotnējā masa ir 1 kg!
t	0	1	2	3	4	5											
$A(t)$	10000																

STUNDAS PIEMĒRS

TRIGONOMETRISKO FUNKCIJU GRAFIKU KONSTRUĒŠANA

Mērķis

Pilnveidot prasmi formulēt likumsakarības, veidot izpratni par parametru ietekmi uz sinusa un kosinusa funkcijas grafiku, risinot uzdevumus ar lietojumprogrammu *MS Excel*.

Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Uzzīmē sinusa un kosinusa funkciju grafikus lietojumprogrammā *MS Excel*.
- Izmantojot grafikus, nosaka un salīdzina funkciju $y = A \sin x$ un $y = \sin Ax$, $y = A \cos x$ un $y = \cos Ax$ īpašības.
- Ir izveidojis funkciju grafiku konstruēšanas plānu.

Nepieciešamie resursi

- Datori un lietojumprogramma *MS Excel*, vēlams projektor.
- Izdales materiāls katram skolēnam (M_10_SP_05_P1).

Stundas gaita

Skolēni iepriekš ir konstruējuši funkciju $y = \sin x$ un $y = \cos x$ grafikus un pētījuši šīs funkcijas; skolēniem ir prasmes lietojumprogrammas *MS Excel* lietošanā (formulu lietošana, diagrammu zīmēšana). Ir sagatavotas elektroniskās tabulas lietojumprogrammā *MS Excel* skolotājam kā paraugs tam, ko skolēni iegūs (M_10_SP_05_VM1).

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Uzdevumu risināšana (25 minūtes)	
Noskaidro, kā skolēni rīkotos, lai konstruētu, piemēram, funkcijas $y = -4 \sin 0,5x$ grafiku, un cik darbietilpīgs būtu šis process. Aicina skolēnus sadalīties pāros vai individuāli pie datoriem datorklasē. Izsniedz katram skolēnam darba lapu. <i>Darbam (arī darba lapām) ir 2 varianti – sinusa vai kosinusa funkciju grafiku konstruēšana. Pirmais uzdevums ir visiem vienāds. Ja skolēni strādā pāros, abiem ir viens variants.</i> Demonstrē vienā koordinātu plaknē konstruētus funkciju $y = \sin x$ un $y = \cos x$ grafikus, pārliacinās, vai skolēni tos atpazīst, un aicina sākt aizpildīt darba lapu, ierakstot šo funkciju īpašības. Demonstrē pareizās atbildes vai organizē īsu sarunu par abu funkciju īpašībām. Pārrunā stundā plānotos sasniedzamos rezultātus un kritērijus, kā skolēniem pašiem pārliecināties par padarītā rezultativitāti, kā par to pārliecināsies skolotājs.	Izsaka viedokli, ka grafika konstruēšana, izmantojot IT, aizņems mazāk laika un grafiks būs precīzāks un glītāks. Sasēžas pie datoriem pa vienam vai pāriem. Saņem darba lapu, iepazīstas ar darba lapas saturu. Izpilda 1. uzdevumu darba lapā, kas prasa iepriekšējās zināšanas par sinusa un kosinusa funkcijām – vēro demonstrētos funkciju grafikus, atpazīst tos, uzraksta nosaukumus, raksturīgās īpašības. Pārliacinās par savām zināšanām, salīdzinot savus pierakstus ar dotajām pareizajām atbildēm. Pārliacinās, ka saprot, kāds ir plānotais rezultāts, pārrunā novērtēšanas kritērijus, skolēna un skolotāja darbību. Ja nepieciešamas, uzdod jautājumus.

Mācību metodes

Uzdevumu risināšana, problēmu risināšana.

Mācību organizācijas formas

Pāru darbs, individuāls darbs.

Vērtēšana

Skolēni veic pašnovērtējumu par sinusa un kosinusa funkciju īpašību izpratni, aizpildot darba lapu, par grafiku konstruēšanas plānu, salīdzinot savu plānu ar kopīgo; skolotājs gūst informāciju par skolēnu prasmēm, vērojot darbu, vērtējot ierakstus darba lapās, uzklusot secinājumus.

Skolotāja pašnovērtējums

Secina par stundas mērķu sasniegšanu, izmantotās metodes lietderību, par skolēnu darba lapu efektivitāti, secina, kas būtu jāņem vērā turpmāk, izmantojot IT skolēnu patstāvīgam darbam.

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Aicina sākt darbu – izpildīt 2. – 6. uzdevumu, izmantojot norādījumus darba lapā. Palīdz skolēniem ar padomu, ja nepieciešams. <i>Laika taupīšanas nolūkos var tabulu dot jau daļēji aizpildītu, piemēram, ar ierakstītiem kolonnu nosaukumiem (skat. sagatavoto elektroniskās tabulas paraugu).</i> Organizē iespēju izdrukāt grafikus.	Izpilda 2. – 6.uzdevumu: elektroniski sagatavo vērtību tabulu, konstruē funkciju $y = \sin x$, $y = 2\sin x$, $y = 3\sin x$, $y = 0,5\sin x$, $y = \sin 2x$, $y = \sin 0,5x$ vai $y = \cos x$, $y = 2\cos x$, $y = 3\cos x$, $y = 0,5\cos x$, $y = \cos 2x$, $y = \cos 0,5x$ grafikus, veic nepieciešamos ierakstus darba lapā par funkciju īpašībām. Saglabā datni kā norādīts darba lapā, izdrukā to.
Problēmu risināšana (15 minūtes)	
Aicina salīdzināt abu variantu rezultātus, saskatīt kopsakarības, izveidot grafiku konstruēšanas plānu (7. uzdevums). <i>Ja skolēni iepriekš strādāja pāros, tad pa 4, vai jauktos pāros – katrā grupā jābūt skolēniem, kas veikuši atšķirīgu variantu darbu.</i>	Salīdzina abu variantu rezultātus, komentē pamanītās kopsakarības, diskutē, argumentē. Secina par parametru ietekmi uz sinusa un kosinusa funkciju grafikiem. Ievērojot saskatītās sakarības, izveido plānu funkciju $y = A\sin x$, $y = A\cos x$, $y = \sin Ax$, $y = \cos Ax$ grafiku konstruēšanai, izmantojot grafikus $y = \sin x$ un $y = \cos x$ (7. uzdevums).
Pārrunā ar skolēniem iegūtos rezultātus, secinājumus, pārliecinās, vai skolēni sapratuši, kāda ir parametru ietekme uz funkcijas grafiku, kā to var izmantot, konstruējot funkciju grafikus. <i>Izveidoto plānu var lūgt prezentēt kādai no grupām, vai plānu izveido kopīgi, grupām lūdzot komentēt atsevišķos gadījumus.</i>	Salīdzina savu izveidoto plānu ar citiem, ja nepieciešams, uzlabo to. Izsaka secinājumus, atbild uz jautājumiem, komentē, jautā, cenšas vispārināt, pamatot.
Ja atliek laiks (<i>tas varētu būt ļoti atkarīgs no skolēnu datorlietošanas prasmēm</i>), aicina skolēnus novērtēt lietojumprogrammas <i>MS Excel</i> izmantošanas lietderību grafiku konstruēšanā un iespējamās problēmas. Informē skolēnus par lietojumprogrammas <i>MS Excel</i> izmantošanas iespējām grafiku konstruēšanai, uzsverot, ka tā nav funkciju grafiku konstruēšanas programma – demonstrē no sava datora, izmantojot projektoru, situācijas, kurās var rasties problēmas (funkcijas, kuru grafikiem ir pārtraukuma punkti, argumenta vērtības nav ņemtas augošā secībā, izvēlēts pārāk liels solis starp vērtībām), pārrunā to novēršanas iespējas. <i>Ja skolēni rīkosies precīzi kā darba lapā norādīts, ar minētajām problēmām nesastapsies.</i>	Izsaka savu viedokli par priekšrocībām, grūtībām un problēmām.

PULKSTENĀ RĀDĪTĀJU KUSTĪBA

Darba izpildes laiks 20 minūtes

M_10_LD_05

Mērķis

Pilnveidot prasmi analizēt lielumus un klasificēt tos, lietojot ar funkcijām saistītus jēdzienus.

Sasniedzamais rezultāts

- Reālu situāciju raksturo ar matemātiskiem jēdzieniem un lielumiem.
- Atšķir nemainīgus lielumus, neatkarīgus un atkarīgus lielumus.

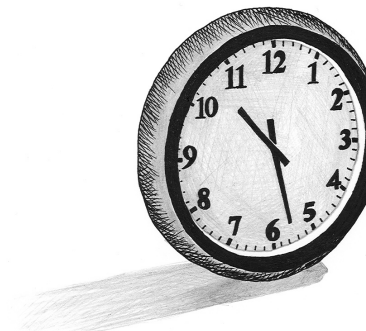
Saskata un klasificē lielumus, formulē pētāmo problēmu	Mācās
Veido plānu	-
Iegūst un apstrādā informāciju	-
Formulē pieņēmumu/ hipotēzi	-
Veic pierādījumu	-
Analizē un izvērtē rezultātus, secina	-
Prezentē darba rezultātus	-
Sadarbojas strādājot grupā (pāri)	-

Saturiski uzdevumā tiek aplūkoti periodiski procesi. Skolotājs pēc saviem ieskatiem šo darbu skolēniem var piedāvāt pirms jēdzienu “periods” un “periodiskums” ieviešanas, vai arī pēc to apgušanas, lai pilnveidotu skolēnu izpratni par šiem jēdzieniem.

Atkarībā no klases un situācijas skolotājs pieņem lēmumu par to, kā tālāk izmantot doto uzdevumu. Ja skolēni patstāvīgi vai skolotāja vadībā risina šo uzdevumu līdz galam, vajadzētu parādīt abus iespējamās risinājumus, kuri jau tiek iezīmēti skolēnu un skolotāja sarunā.

Situācijas apraksts

Nejauši ieskatījies pulkstenī, kas tobrīd rādīja tieši divpadsmit, izklaidīgais profesors Plusiņš satrūkās. Izskatās, ka pulkstenim ir tikai viens rādītājs! Bet jau nākamajā mirklī viņā “pamodās” matemātiķis. “Interesanti, cikos vēl būs līdzīga situācija?” Brīdi padomājis un noteicis: “Tas nemaz nav tik vienkārši!”, profesors sēdās pie galda un sāka meklēt risinājumu. Pamēģini arī Tu!



Pētāmā problēma

Cik rāda pulkstenis, kad pulksteņa stundu un minūšu rādītāji sakrīt?

Lielumi

Pēc tam, kad skolēni ir iepazinušies ar situācijas aprakstu un pētāmo problēmu, skolotājs pakāpeniski uzdod jautājumus. Meklējot atbildes uz šiem jautājumiem un pārrunājot tās, kopīgi nonāk pie viena vai diviem variantiem par to, kuru lielumu pētīšana ļaus atbildēt uz pētāmo problēmu. Skolotājs aicina skolēnus savā darba lapā rakstīt gan savas, gan klases biedru domas.

1. Kuri matemātiski jēdzieni vai lielumi tev saistās ar pulksteni, tā rādītājiem, rādītāju savstarpējo stāvokli?
Iespējamās skolēnu atbildes: stars, skaitļi, riņķa līnija, apgrieziens, laiks, leņķis, loks, garums, ātrums u.c.
2. Kuri matemātiski lielumi raksturo pulksteņa rādītāja stāvokli, tā maiņu un kustību?
Iespējamās skolēnu atbildes: kustības ātrums, minūšu skaits, pagrieziena leņķis, ceļa garums, apgrieziena skaits, loka garums, laiks u.c.
Atkarībā no situācijas skolotājs uzdod arī papildu jautājumus ar mērķi precizēt skolēnu atbildes. Piemēram, kas veic šo ceļu?

3. Kuri pulksteņa rādītāju kustību raksturojošie lielumi ir nemainīgi (konstanti)?

Iespējamās skolēnu atbildes: pulksteņa rādītāju galapunktu pārvietošanās ātrumu skaitliskās vērtības; pilna apgrieziena garums; laiks, kurā minūšu rādītājs veic pilnu apgriezianu (perioda garums); laiks, kurā stundu rādītājs veic pilnu apgriezianu (perioda garums).

Skolotājs pārrunā jēdzienu "periods, periodisks" būtību.

4. Kuri pulksteņa rādītāju kustību raksturojošie lielumi mainās?

Iespējamās skolēnu atbildes: pagrieziena leņķis, laiks, pulksteņa rādītāja galapunkta veiktais ceļš, pilnu apgriezianu skaits.

Pirms nākamā jautājuma skolotājs pievērš skolēnu uzmanību pētāmajai problēmai.

5. Kā matemātiski varētu raksturot situāciju – stundu un minūšu rādītāji sakrīt?

Iespējamās skolēnu atbildes: leņķis starp rādītājiem ir 0° , pagrieziena leņķi ir vienādi vai atšķiras par pilnu apgriezianu skaitu, minūšu rādītāja un stundu rādītāja galapunktu veiktais ceļš atšķiras par pilnu apgriezianu skaitu, minūtes skaitliskās vērtības ir vienādas u.c.

6. Kuru lielumu pētīšana ļaus atrisināt pētāmo problēmu?

Iespējamās skolēnu atbildes: pagrieziena leņķis un laiks, rādītāja galapunkta noietais ceļš un laiks.

Skolēniem vajadzētu vienoties par vienu vai diviem variantiem. Ja nepieciešams, skolotājs ar uzvedinošiem jautājumiem un komentāriem virza sarunu.

7. Kuri no izvēlētajiem lielumiem ir neatkarīgi lielumi (mainīgie), kuri atkarīgi lielumi (mainīgie)?

Skolotājs atgādina, ka dažkārt sakarību starp diviem lielumiem var raksturot ar funkciju. Lai pētītu funkciju, zīmētu grafiku, svarīgi atbildēt uz jautājumu, kurš no lielumiem ir neatkarīgais mainīgais un kurš – atkarīgais mainīgais. Ja nepieciešams, skolotājs uzdod papildjautājumus. Vai pagrieziena leņķis ir atkarīgs no laika vai laiks ir atkarīgs no pagrieziena leņķa? Vai rādītāja galapunkta veiktais attālums ir atkarīgs no laika vai laiks ir atkarīgs no rādītāja galapunkta veikta attāluma? No matemātikas viedokļa atbilde uz šiem jautājumiem nav viennozīmīga. Skolotājs var uzsvērt, ka dabaszinātnēs, reālajā dzīvē laiku cilvēki uztver kā neatkarīgu mainīgo. Darbs noslēdzas ar to, ka skolēni klasificē lielumus, kuri tiks izmantoti risinājumā. Skolotājs pēc saviem ieskatiem var akcentēt arī nemainīgos jeb konstantos lielumus.

Piemēri.

Neatkarīgie lielumi: laiks.

Atkarīgie lielumi: pagrieziena leņķis.

Nemainīgie lielumi: pulksteņa rādītāju galapunktu pārvietošanās ātrumu skaitliskās vērtības.

Neatkarīgie lielumi: laiks.

Atkarīgie lielumi: pulksteņa rādītāja galapunkta veiktais ceļš.

Vārds

uzvārds

klase

datums

TRIGONOMETRISKO FUNKCIJU GRAFIKU KONSTRUĒŠANA

1. variants

1., 6. un 7. uzdevums veicams darba lapā.

1. uzdevums

Aizpildi tabulu (leņķis mērīts grādos)!

	Definīcijas apgabals	Vērtību apgabals	Funkcijas nulles	Funkcijas periods	Pirmais pozitīvais intervāls, kurā funkcija dilst
$y=\sin x$					
$y=\cos x$					

6. uzdevums

Aizpildi tabulu (leņķis mērīts grādos)!

	Vērtību apgabals	Funkcijas nulles	Funkcijas periods
$y=\sin x$			
$y=2\sin x$			
$y=3\sin x$			
$y=0,5\sin x$			
$y=\sin 2x$			
$y=\sin 0,5x$			

7. uzdevums

Izveido plānu funkciju $y=A\sin x$, $y=A\cos x$, $y=\sin Ax$ un $y=\cos Ax$ grafiku konstruēšanai, izmantojot grafikus $y=\sin x$ un $y=\cos x$, nelietojot datoru!

2.–5.uzdevums veicams elektroniski.

2. uzdevums

Izveido jaunu darbgrāmatu ar nosaukumu **sin_Janis** (lietojot savu vārdu) un saglabā to (norāda vietu, sāksim ar informātikas skolotāju)!

3. uzdevums

Darbgrāmatas pirmajā lapā veido tabulu ar funkciju $y = A \sin x$ un $y = \sin Ax$ vērtībām:

- a) šūnā A1 ieraksti tekstu: **Sinusa funkcijas vērtības**;
- b) 3. rindā ieraksti tabulas kolonnu nosaukumus:
 - šūnā A3 ieraksti tekstu: **x (grādos)**,
 - šūnā B3 ieraksti tekstu: **x (radiānos)**,
 - šūnā C3 ieraksti tekstu: **$y = \sin x$** ,
 - šūnā D3 ieraksti tekstu: **$y = 2 \sin x$** ,
 - šūnā E3 ieraksti tekstu: **$y = 3 \sin x$** ,
 - šūnā F3 ieraksti tekstu: **$y = 0,5 \sin x$** ,
 - šūnā G3 ieraksti tekstu: **$y = \sin 2x$** ,
 - šūnā H3 ieraksti tekstu: **$y = \sin 0,5x$** ;
- c) tabulas kolonnā “ x (grādos)” ieraksti leņķa lielumu vērtības no -380° līdz $+380^\circ$ ar soli 10° :
 - šūnā A4 ieraksti tekstu: **-380** ,
 - šūnā A5 ieraksti tekstu: **-370** ,
 - atlasī šūnas A4 un A5 un veido skaitļu virkni, kopējot lejup līdz 380;
- d) tabulas kolonnā “ x (radiānos)” izveido leņķu lielumu vērtību virkni radiānos:
 - šūnā B4 ieraksti formulu pārejai no grādiem uz radiāniem, vai nu izvēlies no f_x funkciju RADIANS, par argumentu ņemot A4 vērtību, vai šūnā raksti: **$=A4*PI()/180$** ,
 - atlasī šūnu B4 un veic formulas dublēšanu visām x vērtībām;
- e) šūnā C4 ieraksti formulu $\sin x$ aprēķināšanai, vai nu izvēlies no f_x funkciju SIN, par argumentu ņemot B4 vērtību, vai raksti: **$=\sin(B4)$** ;
- f) šūnā D4 ieraksti formulu $2 \sin x$ aprēķināšanai: **$=2*\sin(B4)$** ;
- g) šūnā E4 ieraksti formulu $3 \sin x$ aprēķināšanai: **$=3*\sin(B4)$** ;
- h) šūnā F4 ieraksti formulu $0,5 \sin x$ aprēķināšanai: **$=0,5*\sin(B4)$** ;
- i) šūnā G4 ieraksti formulu $\sin 2x$ aprēķināšanai: **$=\sin(2*(B4))$** ;
- j) šūnā H4 ieraksti formulu $\sin 0,5x$ aprēķināšanai: **$=\sin(0,5*(B4))$** ;
- k) atlasī šūnu apgabalu “C4:H4” un veic formulu dublēšanu visām x vērtībām,
- l) lapu nosauc: **Tabula!**

4. uzdevums

Konstruē funkciju $y = A \sin x$ grafikus:

- a) atlasī šūnu apgabalu “A3:A80” un “C3:F80”, izvēlies diagrammu zīmēšanas rīku un tajā diagrammas tipu “XY(Scatter)” kā līniju,
- b) noformē grafiku, ierakstot virsrakstu **Funkcija $y = A \sin x$** , x asij izvēloties rādīt “Major gridlines”, “Legend” novietojot apakšā,
- c) grafiku saglabā jaunā lapā, nosauc to: **$A \sin x$** ,
- d) noformē x asi, izvēloties skalu (Scale) no -450 līdz 450 ar maksimālo soli 90 un minimālo soli 10 !

5. uzdevums

Līdzīgi konstruē funkciju $y = \sin Ax$ grafikus, izmantojot šūnu apgabalu “A3:A80”, “C3:C80” un “G3:H80”!

Vārds

uzvārds

klase

datums

TRIGONOMETRISKO FUNKCIJU GRAFIKU KONSTRUĒŠANA

2. variants

1., 6. un 7. uzdevums veicams darba lapā.

1. uzdevums

Aizpildi tabulu (leņķis mērīts grādos)!

	Definīcijas apgabals	Vērtību apgabals	Funkcijas nulles	Funkcijas periods	Pirmais pozitīvais intervāls, kurā funkcija dilst
$y = \sin x$					
$y = \cos x$					

6. uzdevums

Aizpildi tabulu (leņķis mērīts grādos)!

	Vērtību apgabals	Funkcijas nulles	Funkcijas periods
$y = \cos x$			
$y = 2 \cos x$			
$y = 3 \cos x$			
$y = 0,5 \cos x$			
$y = \cos 2x$			
$y = \cos 0,5x$			

7. uzdevums

Izveido plānu funkciju $y = A \sin x$, $y = A \cos x$, $y = \sin Ax$ un $y = \cos Ax$ grafiku konstruēšanai, izmantojot grafikus $y = \sin x$ un $y = \cos x$, nelietojot datoru!

2.–5.uzdevums veicams elektroniski.

2. uzdevums

Izveido jaunu darbgrāmatu ar nosaukumu **cos_Janis** (lietojot savu vārdu) un saglabā to (norāda vietu, sākot ar informātikas skolotāju)!

3. uzdevums

Darbgrāmatas pirmajā lapā veido tabulu ar funkciju $y = A\cos x$ un $y = \cos Ax$ vērtībām:

- šūnā A1 ieraksti tekstu: **Kosinusa funkcijas vērtības**;
3. rindā ieraksti tabulas kolonnu nosaukumus:
 - šūnā A3 ieraksti tekstu: **x (grādos)**,
 - šūnā B3 ieraksti tekstu: **x (radiānos)**,
 - šūnā C3 ieraksti tekstu: **$y = \cos x$** ,
 - šūnā D3 ieraksti tekstu: **$y = 2\cos x$** ,
 - šūnā E3 ieraksti tekstu: **$y = 3\cos x$** ,
 - šūnā F3 ieraksti tekstu: **$y = 0,5\cos x$** ,
 - šūnā G3 ieraksti tekstu: **$y = \cos 2x$** ,
 - šūnā H3 ieraksti tekstu: **$y = \cos 0,5x$** ;
- tabulas kolonnā “ x (grādos)” ieraksti leņķa lielumu vērtības no -380° līdz $+380^\circ$ ar soli 10° :
 - šūnā A4 ieraksti tekstu: **- 380**,
 - šūnā A5 ieraksti tekstu: **- 370**,
 - atlasī šūnas A4 un A5 un veido skaitļu virkni, kopējot lejup līdz 380;
- tabulas kolonnā “ x (radiānos)” izveido leņķu lielumu vērtību virkni radiānos:
 - šūnā B4 ieraksti formulu pārejai no grādiem uz radiāniem, vai nu izvēlies no f_x funkciju RADIANS, par argumentu ņemot A4 vērtību, vai šūnā raksti: **$A4*PI()/180$** ,
 - atlasī šūnu B4 un veic formulas dublēšanu visām x vērtībām;
- šūnā C4 ieraksti formulu $\cos x$ aprēķināšanai, vai nu izvēlies no f_x funkciju COS, par argumentu ņemot B4 vērtību, vai raksti: **$=\cos(B4)$** ;
- šūnā D4 ieraksti formulu $2\cos x$ aprēķināšanai: **$=2*\cos(B4)$** ;
- šūnā E4 ieraksti formulu $3\cos x$ aprēķināšanai: **$=3*\cos(B4)$** ;
- šūnā F4 ieraksti formulu $0,5\cos x$ aprēķināšanai: **$=0,5*\cos(B4)$** ;
- šūnā G4 ieraksti formulu $\cos 2x$ aprēķināšanai: **$=\cos(2*(B4))$** ;
- šūnā H4 ieraksti formulu $\cos 0,5x$ aprēķināšanai: **$=\cos(0,5*(B4))$** ;
- atlasī šūnu apgabalu “C4:H4” un veic formulu dublēšanu visām x vērtībām;
- lapu nosauc: **Tabula!**

4. uzdevums

Konstruē funkciju $y = A\cos x$ grafikus:

- atlasī šūnu apgabalu “A3:A80” un “C3:F80”, izvēlies diagrammu zīmēšanas rīku un tajā diagrammas tipu “XY(Scatter)” kā līniju;
- noformē grafiku, ierakstot virsrakstu **Funkcija $y = A\cos x$** , x asij izvēloties rādīt “Major gridlines”, “Legend” novietojot apakšā;
- grafiku saglabā jaunā lapā, nosauc to: **$A\cos x$** ;
- noformē x asi, izvēloties skalu (Scale) no -450 līdz 450 ar maksimālo soli 90 un minimālo soli 10 !

5. uzdevums

Līdzīgi konstruē funkciju $y = \cos Ax$ grafikus, izmantojot šūnu apgabalu “A3:A80”, “C3:C80” un “G3:H80”!

Vārds

uzvārds

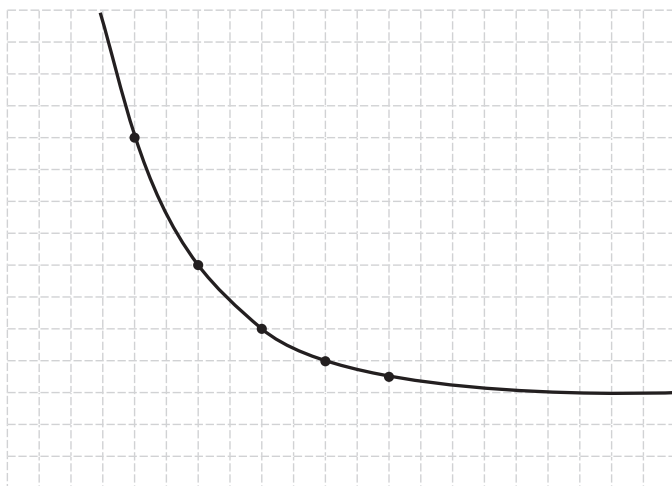
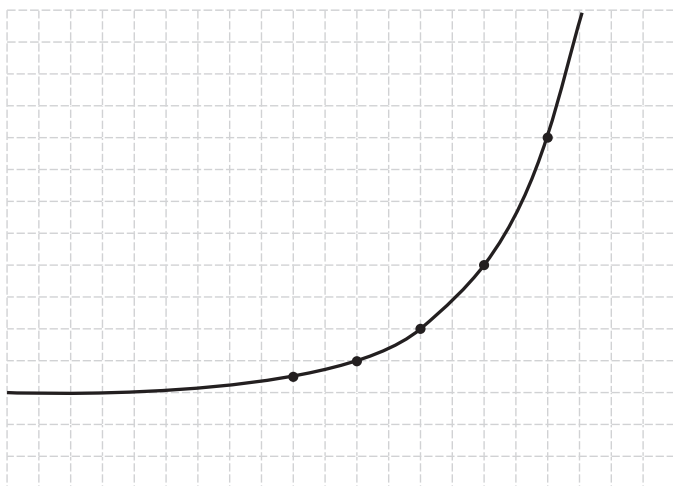
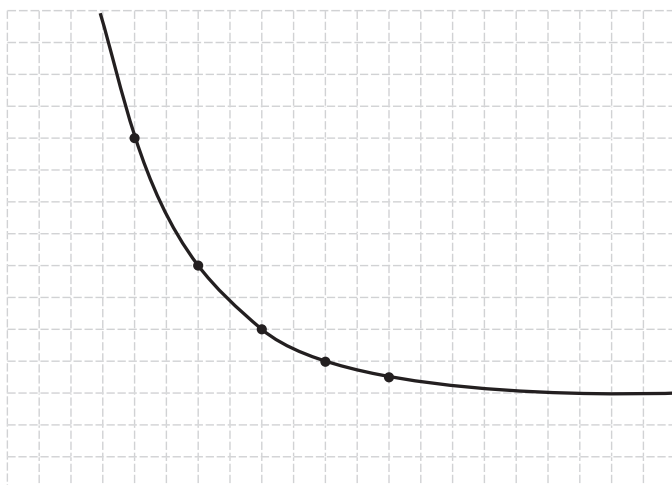
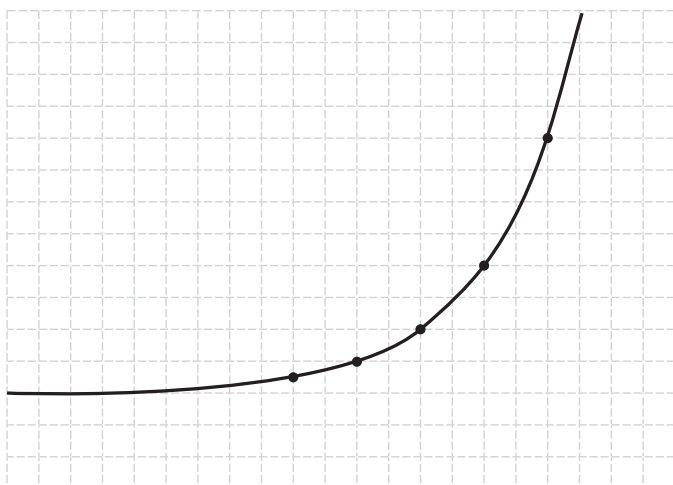
klase

datums

FUNKCIJU GRAFIKI

Uzdevums

Katrā zīmējumā uzzīmē x un y asis (lapu var grozīt plaknē) tā, lai vienā no zīmējumiem būtu attēlots funkcijas $y=2^x$ grafiks, vienā funkcijas $y=0,5^x$ grafiks, vienā funkcijas $y=\log_2 x$ grafiks un vienā funkcijas $y=\log_{0,5} x$ grafiks! Vienība ir divas rūtiņas.



Vārds

uzvārds

klase

datums

PULKSTEŅA RĀDĪTĀJU KUSTĪBA

Situācijas apraksts

Nejauši ieskatījies pulkstenī, kas tobrīd rādīja tieši divpadsmit, izklaidīgais profesors Plusiņš satrūkās. Izskatās, ka pulkstenim ir tikai viens rādītājs! Bet jau nākamajā mirklī viņā “pamodās” matemātiķis. “Interesanti, cikos vēl būs līdzīga situācija?” Brīdi padomājis un noteicis: “Tas nemaz nav tik vienkārši!”, profesors sēdās pie galda un sāka meklēt risinājumu. Pamēģini arī tu!

Pētāmā problēma

Cik rāda pulkstenis, kad pulksteņa stundu un minūšu rādītāji sakrīt?

Lielumi

Pārdomā izlasīto un atbildi uz jautājumiem! Pieraksti arī citu skolēnu izteiktās domas!

1. Kuri matemātiski jēdzieni vai lielumi tev saistās ar pulksteni, tā rādītājiem, rādītāju savstarpējo stāvokli?

2. Kuri matemātiski lielumi raksturo pulksteņa rādītāja stāvokli, tā maiņu un kustību?

3. Kuri pulksteņa rādītāju kustību raksturojošie lielumi ir nemainīgi (konstanti)?

4. Kuri pulksteņa rādītāju kustību raksturojošie lielumi mainās?



5. Kā matemātiski varētu raksturot situāciju – stundu un minūšu rādītāji sakrīt?

6. Kuru lielumu pētīšana ļaus atrisināt pētāmo problēmu?

7. Kuri no izvēlētajiem lielumiem ir neatkarīgi lielumi (mainīgie), kuri atkarīgi lielumi (mainīgie)?

Vārds

uzvārds

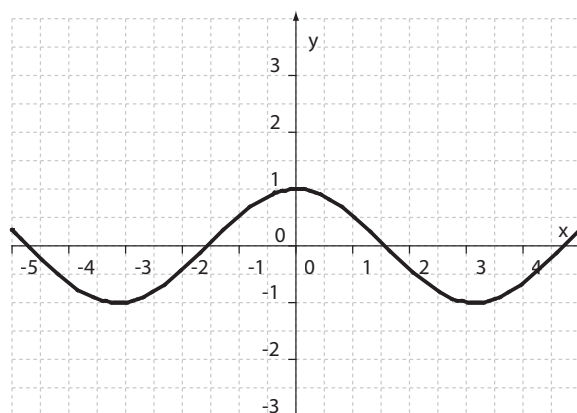
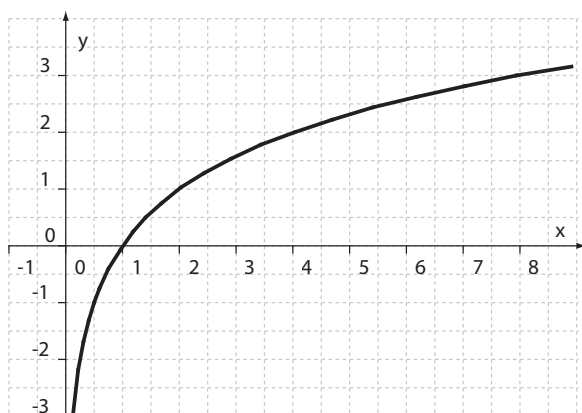
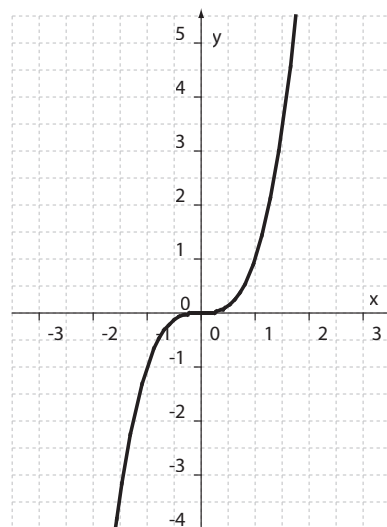
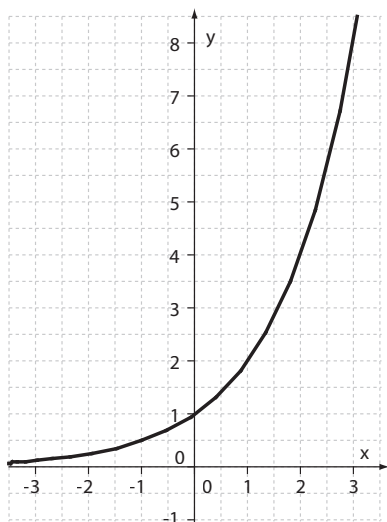
klase

datums

FUNKCIJU GRAFIKI UN NOSAUKUMI

1. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas: $y=x^3$, $y=0,5^x$, $y=\log_{0,5}x$, $y=2^x$, $y=\log_2x$, $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg}x$. Pie katra no grafikiem uzraksti atbilstošās funkcijas formulu!



2. uzdevums (5 punkti)

Aizpildi tabulu!

Funkcijas nosaukums	Funkcijas formula vispārīgajā gadījumā	Piemērs
Eksponentfunkcija		
	$y=ax^2+bx+c \quad (a,b,c \in R)$	
		$y=\log_2x$
Lineāra funkcija		
		$y=x^{-4}$

Vārds

uzvārds

klase

datums

LOGORITMISKĀS FUNKCIJAS GRAFIKS

Uzdevums (6 punkti)

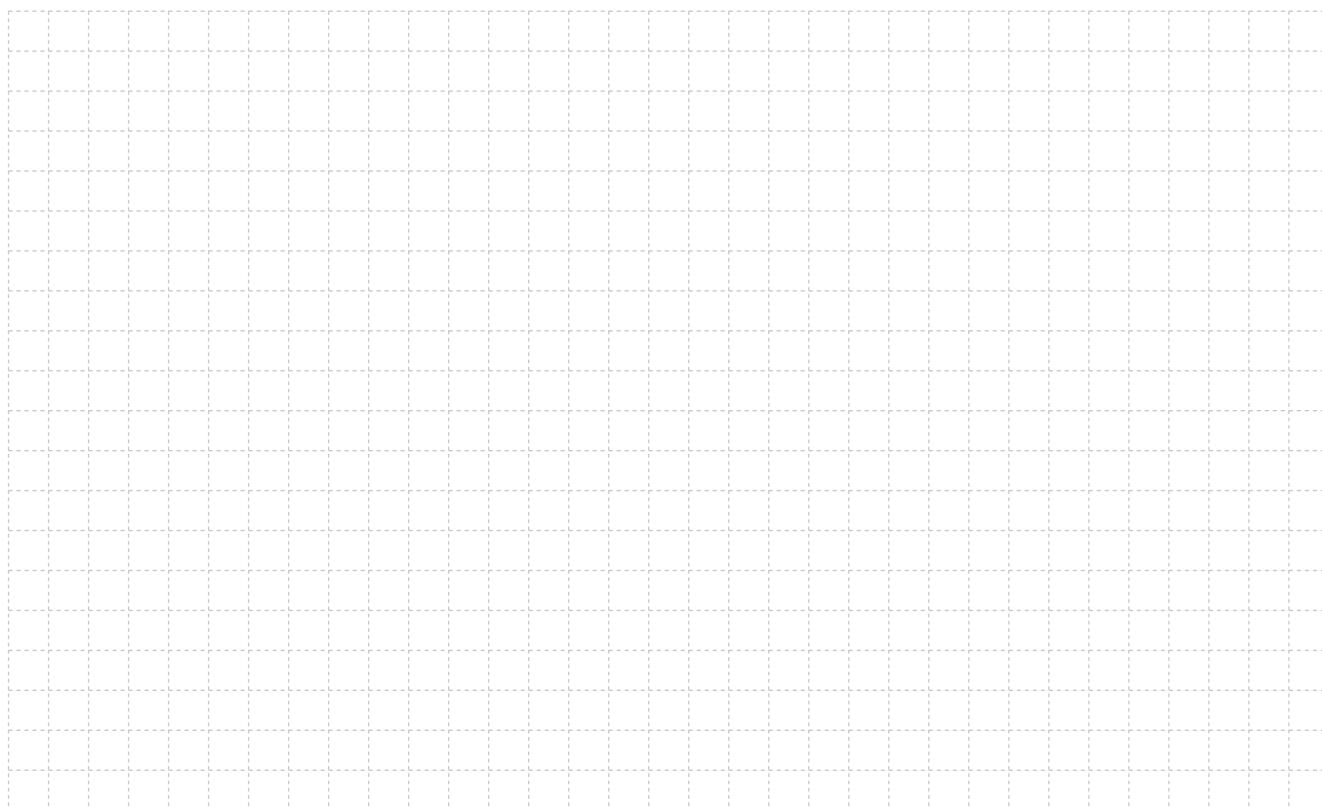
a) Aizpildi tabulu, aprēķinot funkcijas $y=\log_{\frac{1}{3}}x$ vērtības!

b) Uzzīmē funkcijas $y=\log_{\frac{1}{3}}x$ grafiku!

c) Tajā pašā koordinātu plaknē uzzīmē funkcijas $y=\log_3x$ grafiku!
Ja nepieciešams, veido vērtību tabulu!

d) Tajā pašā koordinātu plaknē uzskicē funkciju $y=\log_5x$ un $y=\log_{\frac{1}{4}}x$ grafikus!

x	$\frac{1}{3}$	1	3	9
y				



Vārds

uzvārds

klase

datums

TRIGONOMETRISKAS, LOGARITMISKAS UN EKSPONENTFUNKCIJAS

1. variants

1. uzdevums (3 punkti)

a) Pārveido par sakni!
 $20^{\frac{2}{3}} =$

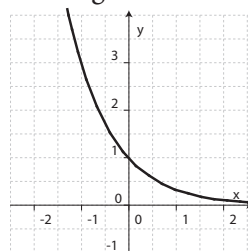
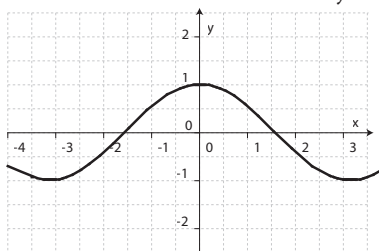
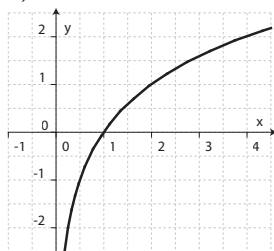
b) Aprēķini!
 $\log_6 216 =$

c) Pārveido radiānos!
 $20^\circ =$

2. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas $y = \cos x$, $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

a) Ieraksti doto funkciju formulas zem katrai funkcijai atbilstošā grafika!



b) Kura no dotajām funkcijām ir augoša visā savā definīcijas apgabalā?

c) Kurai no dotajām funkcijām eksistē mazākā vērtība?

d) Kurai no dotajām funkcijām vērtību apgabals ir $(0; +\infty)$?

3. uzdevums (4 punkti)

Mēnesi pētot aļģes ūdenskrātuvē, biologi noskaidroja, ka to masa pieaug eksponenciāli, atbilstoši formulai $y = a \cdot b^t$, kur t – pētījuma laiks dienās, y – aļģu masa gramos. Viena konkrētā parauga sākotnējā masa bija 50 g, bet pēc dienas tā masa sasniedza 70 g.

Izmantojot dotos datus, aprēķini parametru a un b vērtības un uzraksti formulu, kas atbilst konkrētajai situācijai!

Turpini iesākto uzdevuma atrisinājumu!

Formulā $y = a \cdot b^t$ ievietojot $t=0$ un $y=50$, iegūst vienādojumu, no kura var aprēķināt a vērtību.

Atbilde: $a =$

$b =$

$y =$

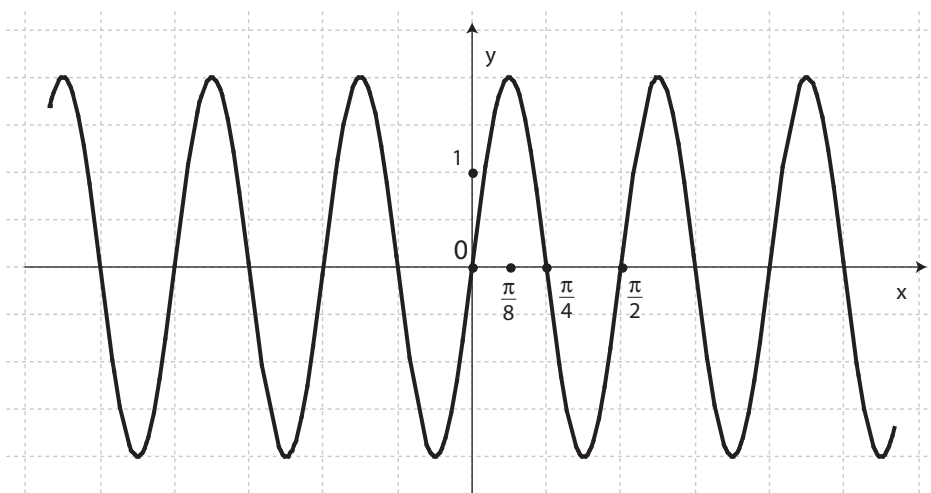
4. uzdevums (4 punkti)

Dots periodiskas funkcijas $y=f(x)$ grafiks ($D(f)=R$).

a) Nosaki šīs funkcijas periodu!

b) Nosaki šīs funkcijas lielāko vērtību intervālā $[\frac{\pi}{2}; \pi]$!

c) Nosaki vienu intervālu, kurā funkcija vienlaikus ir augoša un tās vērtības ir negatīvas!



d) Nosaki funkcijas nulles intervālā $[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{2}]$!

5. uzdevums (4 punkti)

a) Uzzīmē funkcijas $y=\log_4 x$ grafiku!



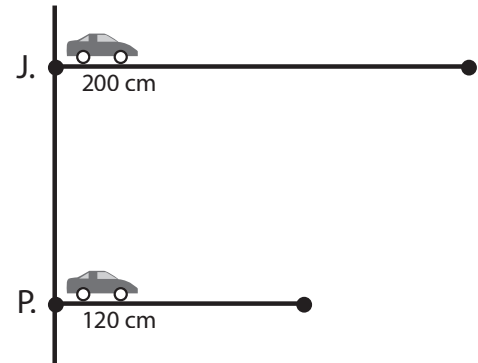
b) Izmantojot funkcijas grafiku, nosaki izteiksmes $\log_4 6$ aptuveno vērtību!

$\log_4 6 \approx$

c) Nosaki tās argumenta vērtības, ar kurām funkcijas vērtības ir mazākas par 0!

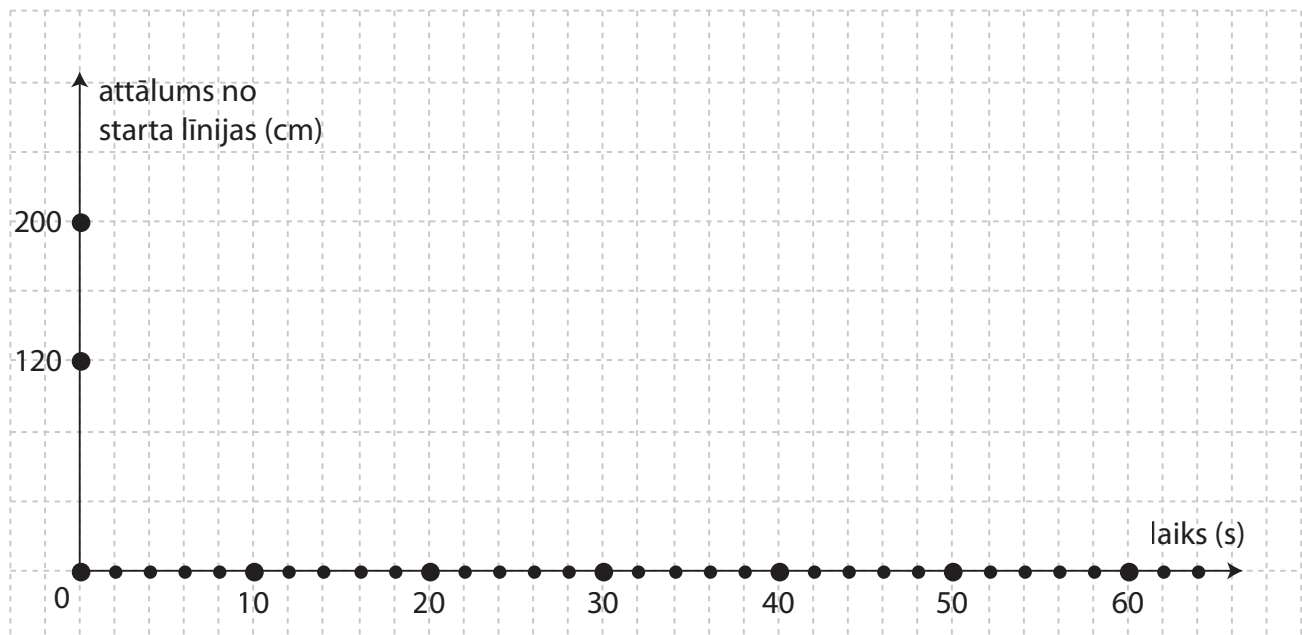
6. uzdevums (4 punkti)**Situācijas apraksts**

Jānim un Pēterim katram ir savs radiovadāms automašīnas modelis. Automašīnas pārvietojas katra pa savu atšķirīga garuma taisnu trasi turp un atpakaļ, sk. zīm. Automašīnu ātrumi ir vienādi un var pieņemt, ka ātrumi nemainās, arī mašīnai mainot kustības virzienu. Jāņa automašīna aizbrauc turp un atgriežas starta pozīcijā 20 sekunžu laikā, Pētera automašīna to izdara 12 sekundēs. Modeļus palaiž vienlaicīgi un darbina tik ilgi, līdz abas automašīnas vienlaicīgi atgriežas starta vietā.

**Pētāmā problēma**

Kad brauciena laikā abas automašīnas atrodas vienādā attālumā no starta līnijas?

- Dotajā koordinātu plaknē uzzīmē grafikus, kas raksturo abu modeļišu attālumu no starta līnijas atkarībā no laika! (Ja nepieciešams, veic aprēķinus, veido vērtību tabulu!)
- Atbildi uz pētāmās problēmas jautājumu!
- Uzraksti, kādu vēl informāciju vari iegūt, izmantojot uzzīmētos grafikus!



Vārds

uzvārds

klase

datums

TRIGONOMETRISKAS, LOGARITMISKAS UN EKSPONENTFUNKCIJAS

2. variants

1. uzdevums (3 punkti)

a) Pārveido par sakni!

$$5^{\frac{3}{4}} =$$

b) Aprēķini!

$$\log_2 32 =$$

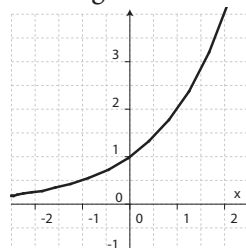
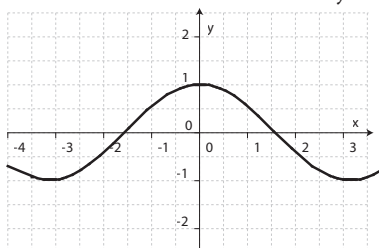
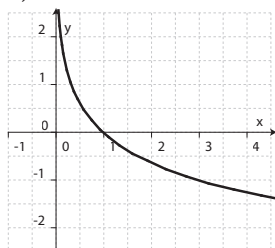
c) Pārveido radiānos!

$$15^\circ =$$

2. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas $y = \log_{\frac{1}{3}} x$, $y = \cos x$, $y = 2^x$.

a) Ieraksti doto funkciju formulas zem katrai funkcijai atbilstošā grafika!



b) Kura no dotajām funkcijām ir dilstoša visā savā definīcijas apgabalā?

c) Kurai no dotajām funkcijām eksistē lielākā vērtība?

d) Kurai no dotajām funkcijām vērtību apgabals ir $(0; +\infty)$?

3. uzdevums (4 punkti)

Mēnesi pētīt alģes ūdenskrātuvē, noskaidroja, ka to masa pieaug eksponenciāli, atbilstoši formulai $y = a \cdot b^t$, kur t – pētījuma laiks dienās, y – alģu masa gramos. Viena konkrētā parauga sākotnējā masa bija 80 g, pēc dienas tā masa sasniedza 110 g. Izmantojot dotos datus, aprēķini parametru a un b vērtības un uzraksti formulu, kas atbilst konkrētajai situācijai!

Turpini iesākto uzdevuma atrisinājumu!

Formulā $y = a \cdot b^t$ ievietojot $t=0$ un $y=80$, iegūst vienādojumu, no kura var aprēķināt a vērtību.

Atbilde: $a =$

$b =$

$y =$

4. uzdevums (4 punkti)

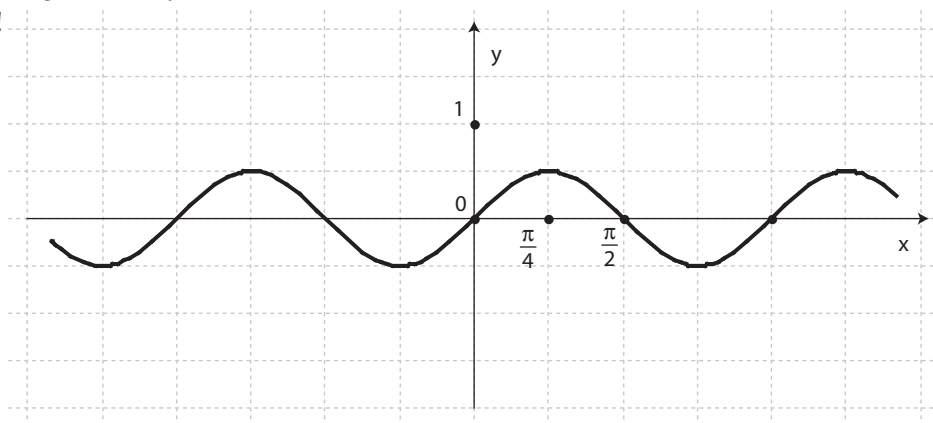
Dots periodiskas funkcijas $y = f(x)$ grafiks ($D(f) = \mathbb{R}$).

a) Nosaki šīs funkcijas periodu!

b) Nosaki šīs funkcijas lielāko vērtību intervālā $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$!

c) Nosaki vienu intervālu, kurā funkcija vienlaikus ir augoša un tās vērtības ir negatīvas!

d) Nosaki funkcijas nulles intervālā $[\frac{\pi}{4}, \pi]$!



5. uzdevums (4 punkti)

a) Uzzīmē funkcijas $y = \log_3 x$ grafiku!

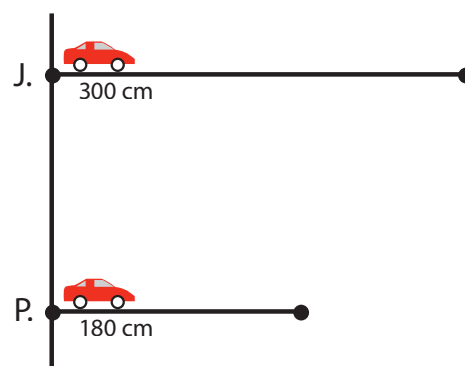


b) Izmantojot funkcijas grafiku, nosaki izteiksmes $\log_3 6$ aptuveno vērtību!
 $\log_3 6 \approx$

c) Nosaki tās argumenta vērtības, ar kurām funkcijas vērtības ir mazākas par 0!

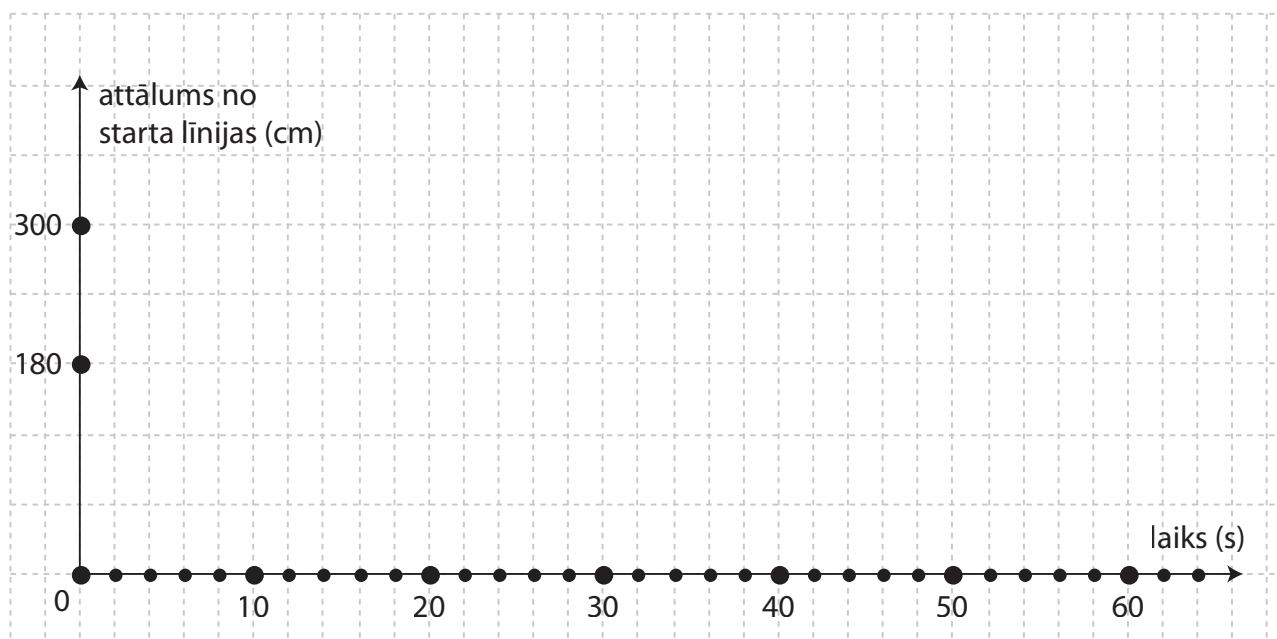
6. uzdevums (4 punkti)**Situācijas apraksts**

Jānim un Pēterim katram ir savs radiovadāms automašīnas modelis. Automašīnas pārvietojas katra pa savu atšķirīga garuma taisnu trasi turp un atpakaļ, sk. zīm. Automašīnu ātrumi ir vienādi, var pieņemt, ka ātrumi nemainās, arī mašīnai mainot kustības virzienu. Jāņa automašīna aizbrauc turp un atgriežas starta pozīcijā 20 sekunžu laikā, Pētera automašīna to izdara 12 sekundēs. Modeļus palaiž vienlaicīgi un darbina tik ilgi, līdz abas automašīnas vienlaicīgi atgriežas starta vietā.

**Pētāmā problēma**

Kad brauciena laikā abas automašīnas atrodas vienādā attālumā no starta līnijas?

- Dotajā koordinātu plaknē uzzīmē grafikus, kas raksturo abu modeļišu attālumu no starta līnijas atkarībā no laika! (Ja nepieciešams, veic aprēķinus, veido vērtību tabulu!)
- Atbildi uz pētāmās problēmas jautājumu, nosakot skaitu un atbilstošos punktus atzīmējot grafikā!
- Uzraksti, kādu vēl informāciju vari iegūt, izmantojot uzzīmētos grafikus!



TRIGONOMETRISKAS, LOGARITMISKAS UN EKSPONENTFUNKCIJAS

1. variants

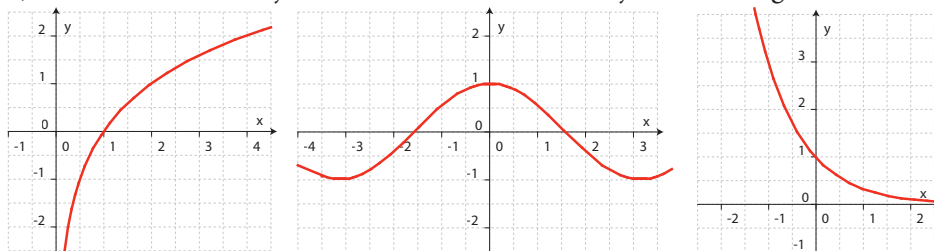
1. uzdevums (3 punkti)

- a) Pārveido par sakni! $20^{\frac{2}{3}} =$ b) Aprēķini! $\log_6 216 =$ c) Pārveido radiānos! $20^\circ =$

2. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas $y = \cos x$, $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

- a) Ieraksti doto funkciju formulas zem katrai funkcijai atbilstošā grafika!



- b) Kura no dotajām funkcijām ir augoša visā savā definīcijas apgabalā?
 c) Kurai no dotajām funkcijām eksistē mazākā vērtība?
 d) Kurai no dotajām funkcijām vērtību apgabals ir $(0; +\infty)$?

3. uzdevums (4 punkti)

Mēnesi pētot aļģes ūdenskrātuvē, biologi noskaidroja, ka to masa pieaug eksponenciāli, atbilstoši formulai $y = a \cdot b^t$, kur t – pētījuma laiks dienās, y – aļģu masa gramos. Viena konkrētā parauga sākotnējā masa bija 50 g, bet pēc dienas tā masa sasniedza 70 g.

Izmantojot dotos datus, aprēķini parametru a un b vērtības un uzraksti formulu, kas atbilst konkrētajai situācijai!

Turpini iesākto uzdevuma atrisinājumu!

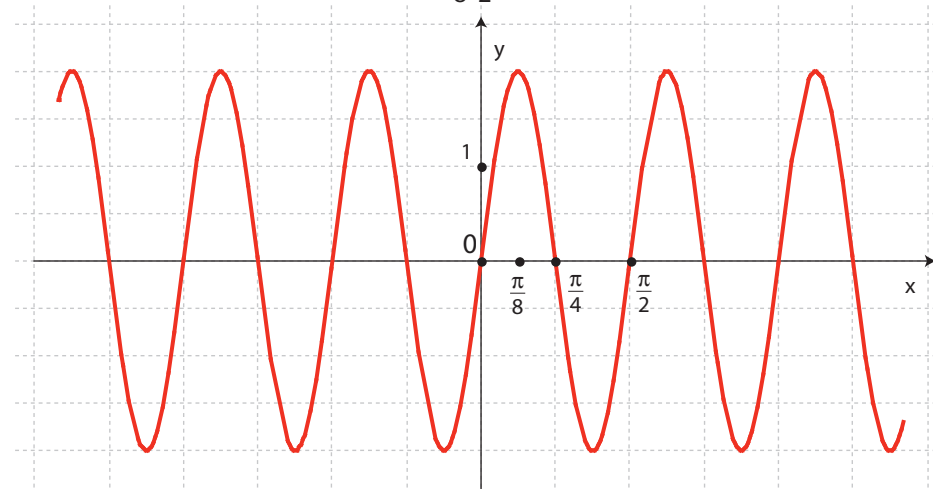
Formulā $y = a \cdot b^t$ ievietojot $t=0$ un $y=50$, iegūst vienādojumu, no kura var aprēķināt a vērtību.

Atbilde: $a =$ $b =$ $y =$

4. uzdevums (4 punkti)

Dots periodiskas funkcijas $y = f(x)$ grafiks ($D(f) = R$).

- a) Nosaki šīs funkcijas periodu!
 b) Nosaki šīs funkcijas lielāko vērtību intervālā $[\frac{\pi}{2}; \pi]$!
 c) Nosaki vienu intervālu, kurā funkcija vienlaikus ir augoša un tās vērtības ir negatīvas!
 d) Nosaki funkcijas nulles intervālā $[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{2}]$!

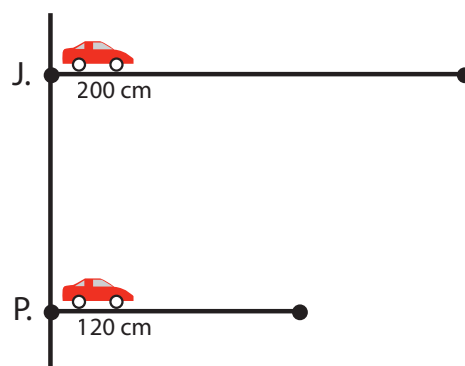


5. uzdevums (4 punkti)

- a) Uzzīmē funkcijas $y = \log_4 x$ grafiku!
 b) Izmantojot funkcijas grafiku, nosaki izteiksmes $\log_4 6$ aptuveno vērtību!
 $\log_4 6 \approx$ $\log_4 6 \approx$
 c) Nosaki tās argumenta vērtības, ar kurām funkcijas vērtības ir mazākas par 0!

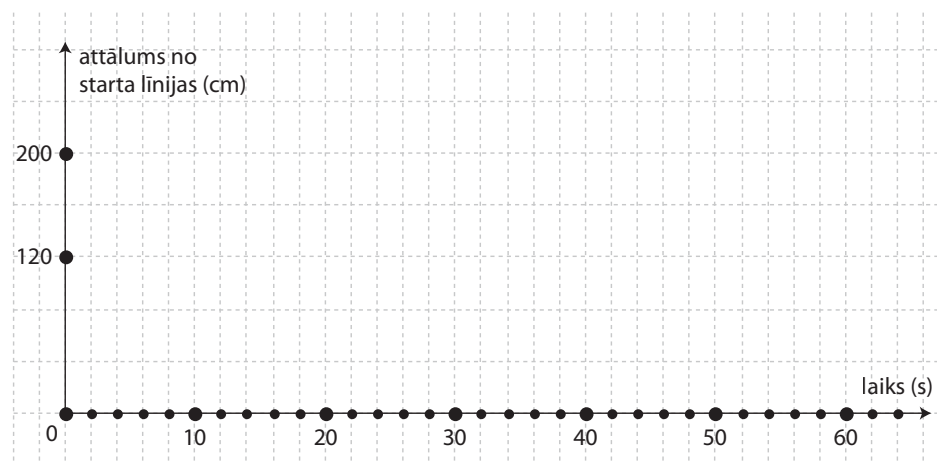
6. uzdevums (4 punkti)**Situācijas apraksts**

Jānim un Pēterim katram ir savs radiovadāms automašīnas modelis. Automašīnas pārvietojas katra pa savu atšķirīga garuma taisnu trasi turp un atpakaļ, sk. zīm. Automašīnu ātrumi ir vienādi un var pieņemt, ka ātrumi nemainās, arī mašīnai mainot kustības virzienu. Jāņa automašīna aizbrauc turp un atgriežas starta pozīcijā 20 sekunžu laikā, Pētera automašīna to izdara 12 sekundēs. Modeļus palaiž vienlaicīgi un darbina tik ilgi, līdz abas automašīnas vienlaicīgi atgriežas starta vietā.

**Pētāmā problēma**

Kad brauciena laikā abas automašīnas atrodas vienādā attālumā no starta līnijas?

- Dotajā koordinātu plaknē uzzīmē grafikus, kas raksturo abu modeļišu attālumu no starta līnijas atkarībā no laika! (Ja nepieciešams, veic aprēķinus, veido vērtību tabulu!)
- Atbildi uz pētāmās problēmas jautājumu!
- Uzraksti, kādu vēl informāciju vari iegūt, izmantojot uzzīmētos grafikus!



TRIGONOMETRISKAS, LOGARITMISKAS UN EKSPONENTFUNKCIJAS

2. variants

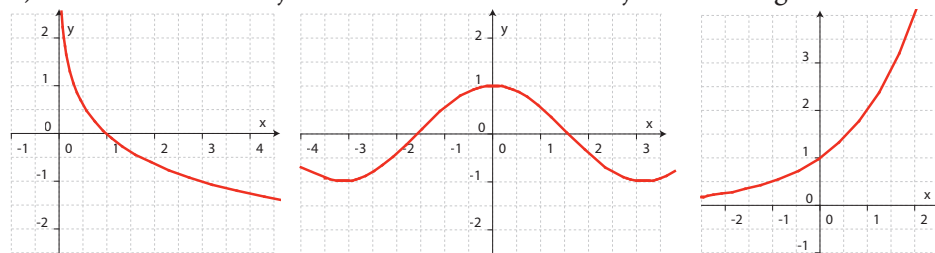
1. uzdevums (3 punkti)

- a) Pārveido par sakni! $5^{\frac{3}{4}} =$ b) Aprēķini! $\log_2 32 =$ c) Pārveido radiānos! $15^\circ =$

2. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas $y = \log_{\frac{1}{3}} x$, $y = \cos x$, $y = 2^x$.

a) Ieraksti doto funkciju formulas zem katrai funkcijai atbilstošā grafika!



- b) Kura no dotajām funkcijām ir dilstoša visā savā definīcijas apgabalā?
 c) Kurai no dotajām funkcijām eksistē lielākā vērtība?
 d) Kurai no dotajām funkcijām vērtību apgabals ir $(0; +\infty)$?

3. uzdevums (4 punkti)

Mēnesi pētot aļģes ūdenskrātuvē, noskaidroja, ka to masa pieaug eksponenciāli, atbilstoši formulai $y = a \cdot b^t$, kur t – pētījuma laiks dienās, y – aļģu masa gramos. Viena konkrētā parauga sākotnējā masa bija 80 g, pēc dienas tā masa sasniedza 110 g. Izmantojot dotos datus, aprēķini parametru a un b vērtības un uzraksti formulu, kas atbilst konkrētajai situācijai!

Turpini iesākto uzdevuma atrisinājumu!

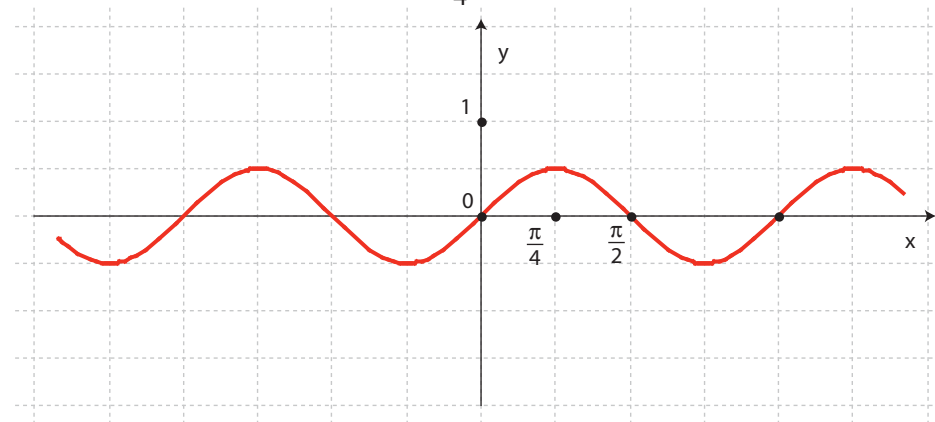
Formulā $y = a \cdot b^t$ ievietojot $t=0$ un $y=80$, iegūst vienādojumu, no kura var aprēķināt a vērtību.

Atbilde: $a =$ $b =$ $y =$

4. uzdevums (4 punkti)

Dots periodiskas funkcijas $y = f(x)$ grafiks ($D(f) = R$).

- a) Nosaki šīs funkcijas periodu!
 b) Nosaki šīs funkcijas lielāko vērtību intervālā $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$!
 c) Nosaki vienu intervālu, kurā funkcija vienlaikus ir augoša un tās vērtības ir negatīvas!
 d) Nosaki funkcijas nulles intervālā $[\frac{\pi}{4}; \pi]$!

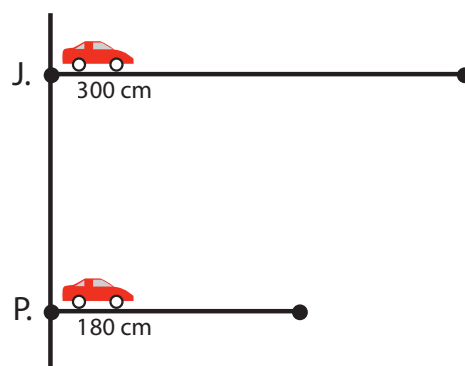


5. uzdevums (4 punkti)

- a) Uzzīmē funkcijas $y = \log_3 x$ grafiku!
 b) Izmantojot funkcijas grafiku, nosaki izteiksmes $\log_3 6$ aptuveno vērtību!
 $\log_3 6 \approx$
 c) Nosaki tās argumenta vērtības, ar kurām funkcijas vērtības ir mazākas par 0!

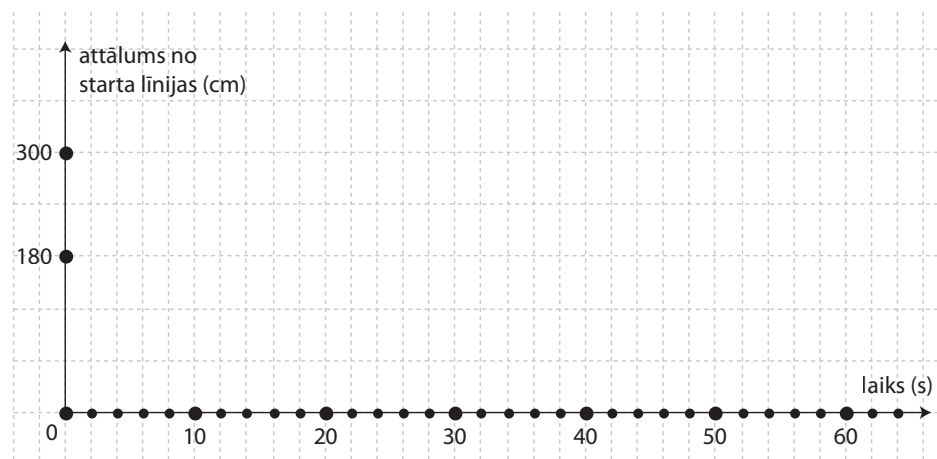
6. uzdevums (4 punkti)**Situācijas apraksts**

Jānim un Pēterim katram ir savs radiovadāms automašīnas modelis. Automašīnas pārvietojas katra pa savu atšķirīga garuma taisnu trasi turp un atpakaļ, sk. zīm. Automašīnu ātrumi ir vienādi, var pieņemt, ka ātrumi nemainās, arī mašīnai mainot kustības virzienu. Jāņa automašīna aizbrauc turp un atgriežas starta pozīcijā 20 sekunžu laikā, Pētera automašīna to izdara 12 sekundēs. Modeļus palaiž vienlaicīgi un darbina tik ilgi, līdz abas automašīnas vienlaicīgi atgriežas starta vietā.

**Pētāmā problēma**

Kad brauciena laikā abas automašīnas atrodas vienādā attālumā no starta līnijas?

- Dotajā koordinātu plaknē uzzīmē grafiklus, kas raksturo abu modeļišu attālumu no starta līnijas atkarībā no laika! (Ja nepieciešams, veic aprēķinus, veido vērtību tabulu!)
- Atbildi uz pētāmās problēmas jautājumu, nosakot skaitu un atbilstošos punktus atzīmējot grafikā!
- Uzraksti, kādu vēl informāciju vari iegūt, izmantojot uzzīmētos grafiklus!



TRIGONOMETRISKAS, LOGARITMISKAS UN EKSPONENTFUNKCIJAS

Vērtēšanas kritēriji

Uzdevums	Kritēriji	Punkti
1.	Pakāpi ar daļveida kāpinātāju pārveido par sakni – 1 punkts	3
	Aprēķina logaritma vērtību – 1 punkts	
	Pārveido leņķa lielumu no grādiem uz radiāniem – 1 punkts	
2.	Atpazīst funkciju grafikus – 1 punkts	4
	Zina funkciju īpašības – 3 punkti (1 punkts par katru īpašību)	
3.	Aprēķina parametru a – 1 punkts	4
	Sastāda vienādojumu b aprēķināšanai – 1 punkts	
	Aprēķina parametru b – 1 punkts	
	Uzraksta eksponentfunkcijas formulu – 1 punkts	
4.	Nosaka funkcijas periodu – 1 punkts	4
	Nosaka vislielāko funkcijas vērtību intervālā – 1 punkts	
	No grafika nolasa intervālu, kurā dotas funkcijas īpašības – 1 punkts	
	Nosaka funkcijas nulles – 1 punkts	
5.	Izvēlas argumenta vērtības un aprēķina funkcijas vērtības – 1 punkts	4
	Konstruē logaritmiskās funkcijas grafiku – 1 punkts	
	Nosaka aptuveno vērtību, izmantojot grafiku – 1 punkts	
	Nosaka argumenta vērtības, ar kurām funkcijas vērtības ir negatīvas – 1 punkts	
6.	Uzzīmē grafiku, kas raksturo viena modeļa kustību – 1 punkts	4
	Uzzīmē grafiku, kas raksturo otra modeļa kustību – 1 punkts	
	Atbild uz pētāmajā problēmā formulēto jautājumu – 1 punkts	
	Saskata papildu informāciju uzzīmētajā zīmējumā – 1 punkts	
Kopā		23