

### 3. MATEMĀTISKIE IZTEIKUMI, PIERĀDĪJUMI

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

[Stundas piemērs](#)

[M\\_10\\_SP\\_03\\_02\\_P1](#)

[Pierādījums](#)

[Skolēna darba lapa](#)

[Kārtējais vērtēšanas darbs](#)

[Nobeiguma vērtēšanas darbs](#)

[Matemātiskie izteikumi, pierādījumi](#)

[1.variants](#)

[Matemātiskie izteikumi, pierādījumi](#)

[2.variants](#)

[Matemātiskie izteikumi, pierādījumi](#)

[Vērtēšanas kritēriji](#)

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

# MATEMĀTISKIE IZTEIKUMI, PIERĀDĪJUMI

## TEMATA APRAKSTS

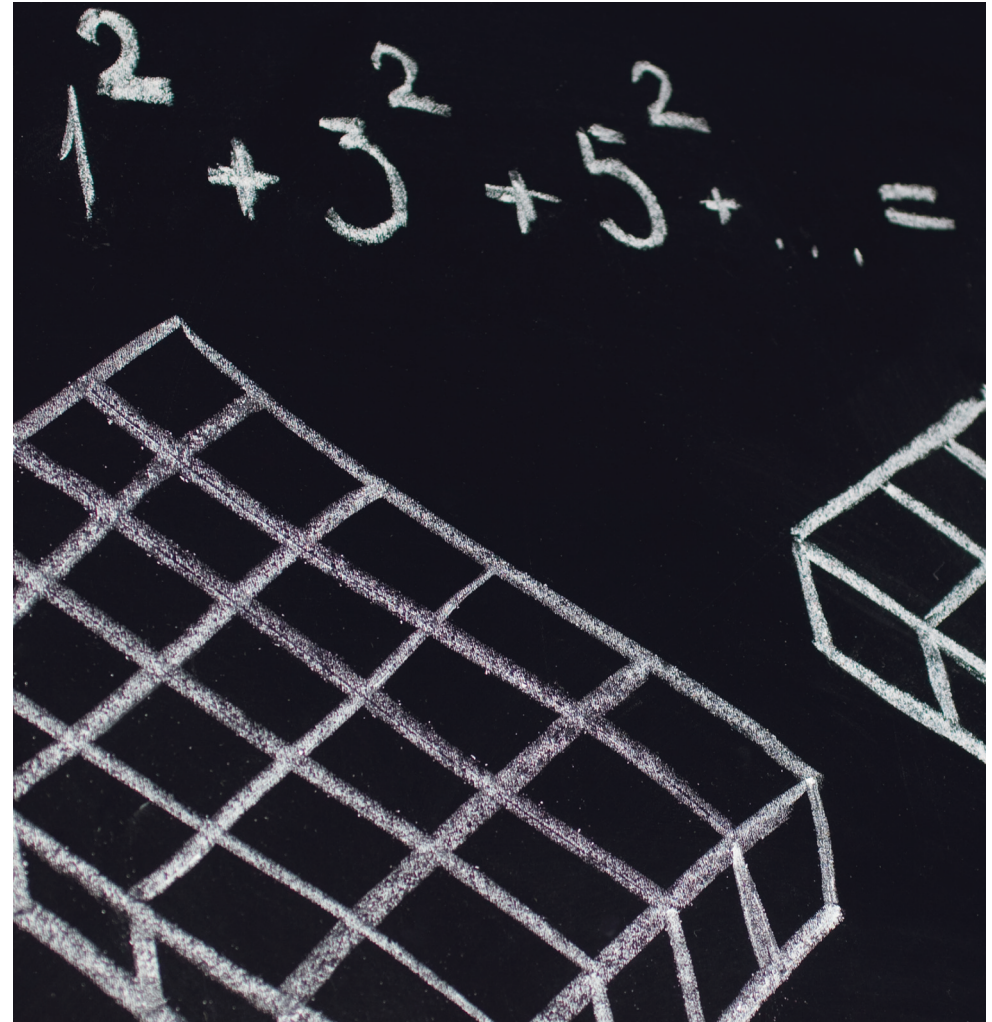
Jebkuras zinātnes izklāstam ir būtiska prasība pēc noteiktības (skaidrības, precizitātes) jēdzienos, kuri tiek izmantoti – ieviešot kādu terminu, kas izsaka jaunu, agrāk neaplūkotu jēdzienu, jānodrošina pareiza termina izpratne, terminam precīzi jāatsedz jēdziena saturs. Matemātisko jēdzienu saturu parasti atsedz ar definīciju. Visbiežāk tiek lietoti divi definēšanas veidi: 1) nosaucot ģinti un sugas pazīmi(es), t.i. iepriekš zināmu vispārīgu jēdzienu un pazīmes, kas definējamo jēdzienu atšķir no visiem citiem, kurus apvieno šis vispārīgais jēdziens, 2) aprakstot, kā definējamais objekts rodas.

Jēdzienu savstarpējā mijiedarbība tiek formulēta izteikumos (spriedumos). Par izteikumiem vienmēr var viennozīmīgi pateikt, vai tie ir patiesi vai aplami. Matemātikas kursā skolā jēdzienus *spriedums* un *izteikums* jāuztver kā sinonīmus, vienkāršības labad lietojot tikai vienu no tiem – izteikumi. Matemātikā biežāk lietojamie izteikumi ir aksiomas un teorēmas.

Viens un tas pats jēdziens bieži pieļauj dažādas definīcijas. Teorēmu formulējumi no valodas viedokļa var būt ļoti dažādi, bet tos iespējams pārveidot standartformā: “Ja ..., tad ...”. Definīciju un izteikumu lietošana un izpratne ir ļoti nozīmīgi komunikācijas prasmju pilnveidošanā – svarīga prasme ir veidot matemātiski korektus apgalvojumus, piemēram, pareizi lietot saikļus “un, vai”. Apgūstot darbības ar kopām, tas tiek ilustrēts, analizējot skolēnam jau zināmus vienādojumu un nevienādību risinājumus. Par ļoti svarīgu uzskatāma skolēna prasme veidot atsevišķus izteikumus no vispārīgiem izteikumiem un otrādi.

Gan indivīda, gan cilvēces attīstības pirmajās pakāpēs par matemātisko patiesību izziņas avotu kalpo novērojumi un pieredze – empīriskais, induktīvais izteikumu iegūšanas veids. Tas ir nozīmīgs arī vidusskolas matemātikas saturā, jo tādējādi var nonākt pie izteikumiem, kā vairāk vai mazāk ticamiem pieņēmumiem, hipotēzēm, kurām nepieciešams pierādījums, kas balstās uz iepriekš pierādītiem izteikumiem. Vidusskolā skolēnos jānostiprina izpratne par dedukciju kā īpašu, matemātikai vien raksturīgu izziņas veidu. Skolēnam jārada priekšstats par dažādiem pierādījumu veidiem.

Būtiskākais ir skolēnos veidot iekšēju nepieciešamību savus izteikumus un slēdzienus vienmēr pamatot.

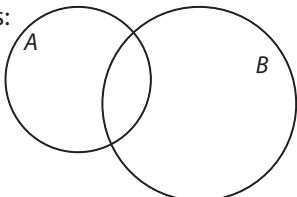


CEĻVEDIS

Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Izprot kopu teorijas pamatjēdzienus un izpilda darbības ar kopām.	Lieto dažādus izteikumu veidus (aksiomas, definīcijas, īpašības, pazīmes, teorēmas).	Izprot pierādījuma nepieciešamību, būtību un struktūru, lieto dažādus pierādījumu veidus.	Lieto matemātikas mācību saturā sastopamos jēdzienus un pieņemtus simbolus kā valodas kultūras elementus.
PROGRAMMĀ	<ul style="list-style-type: none"> <li>Izprot kopu teorijas pamatjēdzienus: <i>kopa, kopas elements, tukša kopa, apakškopa, galīga kopa, bezgalīga kopa.</i></li> <li>Lieto darbības ar kopām (šķēlums, apvienojums, starpība, papildinājums).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Atšķir vispārīgus un atsevišķus izteikumus, nosaka izteikuma patiesumu, izveido pretpiemēru.</li> <li>Veido dotajai teorēmai pretējo teorēmu un apgriezto teorēmu; izprot jēdzienus: <i>nepieciešamais nosacījums, pietiekamais nosacījums.</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lieto tiešo pierādījumu.</li> <li>Lieto pierādījumu no pretējā.</li> <li>Lieto matemātiskās indukcijas principu.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Izprot, ko nozīmē definēt jēdzienu, izvērtē tipiskākās kļūdas un nepilnības definīcijās.</li> </ul>
STUNDĀ	<i>VM. Darbības ar kopām.</i>		<p><b>Problēmu risināšana. Demonstrēšana.</b>  <i>SP. Matemātiskie pierādījumi.</i></p> <p><i>VM. Matemātiskās indukcijas princips.</i>  <i>VM. Pierādījumi.</i></p> <p><i>KD. Pierādījums ar matemātisko indukciju.</i></p>	<i>KD. Definēšana.</i>

UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<p>Izprot kopu teorijas pamatjēdzienus: <i>kopa, kopas elements, tukša kopa, apakškopa, galīga kopa, bezgalīga kopa.</i></p>	<p>1. Uzraksti galīgas kopas un bezgalīgas kopas piemērus!</p> <p>2. Uzraksti vienu racionālo skaitļu kopas elementu, kurš nav veselo skaitļu kopas elements!</p>	<p>1. Uzraksti naturālo skaitļu kopas <math>N</math> divas galīgas apakškopas, kurām ir tieši viens kopīgs elements!</p> <p>2. Visi Rīgas sabiedriskā transporta transportlīdzekļi veido kopu. Nosaki vismaz trīs šīs kopas apakškopas!</p> <p>3. Uzraksti veselo skaitļu kopas galīgu apakškopu, kurai nav kopīgu elementu ar naturālo skaitļu kopu!</p>	<p>1. Vai visu vienādsānu trijstūru kopai un visu taisnleņķa trijstūru kopai ir kopīgi elementi?</p> <p>2. Raksturo dotos matemātiskos jēdzienus, izmantojot jēdzienus <i>kopa, kopas elements!</i></p> <p>a) Vienādojuma <math>x^2=36</math> atrisinājums.</p> <p>b) Riņķa līnija.</p> <p>c) Funkcija <math>y=x^2</math>.</p>
<p>Lieto darbības ar kopām (šķēlums, apvienojums, starpība, papildinājums).</p>	<p>1. Dotas kopas <math>A</math> un <math>B</math>. Iekrāso šādas kopas:</p>  <p>a) <math>A \cup B</math>,</p> <p>b) <math>A \cap B</math>,</p> <p>c) <math>A \setminus B</math>!</p> <p>2. Dotas kopas <math>A=\{1;3;5;9;15;17\}</math>, <math>B=\{1;3;15;17\}</math>, <math>C=\{13;25\}</math> un <math>D=\{1;17\}</math>. Nosaki visus elementus šādām kopām!</p> <p>a) <math>A \cup C=</math></p> <p>b) <math>A \cap B=</math></p> <p>c) <math>B \setminus D=</math></p> <p>3. Kopai <math>X</math> pieder skaitļi, kas lielāki nekā 3, bet kopai <math>Y</math> pieder skaitļi, kas mazāki nekā 5.</p> <p>a) Uzraksti to skaitļu kopu, kas pieder kopai <math>X</math> un kopai <math>Y</math>!</p> <p>b) Uzraksti to skaitļu kopu, kas pieder kopai <math>Y</math> vai kopai <math>X</math>!</p>	<p>1. Doto skaitļu intervālu apvienojumu vai šķēlumu uzraksti kā intervālu, ja tas iespējams!</p> <p>a) <math>(3;5) \cup (4;9)</math></p> <p>b) <math>(3;5) \cap (4;9)</math></p> <p>c) <math>(-2;3) \cap (4;9)</math></p> <p>2. Uzraksti visus naturālos skaitļus no 1 līdz 20, kuri:</p> <p>a) dalās ar 2 un 5;</p> <p>b) dalās ar 5 vai 2;</p> <p>c) nedalās ar 2 un 5;</p> <p>d) nedalās ar 2 vai 5!</p> <p>3. Kuru no vārdiem: "un" / "vai" tu lietotu daudzpunktu vietā? Atbildi pamato!</p> <p>a) <math>(x-2) \cdot (x+3)=0</math>  <math>x-2=0 \dots x+3=0</math>  <math>x=2 \dots x=-3</math></p> <p>b) <math>x^2 &lt; 9</math>  <math>x &lt; 3 \dots x &gt; -3</math></p> <p>c) <math>x^2 &gt; 16</math>  <math>x &gt; 4 \dots x &lt; -4</math></p>	<p>1. Uzraksti tādas kopas <math>A</math> un <math>B</math> (<math>B \neq \emptyset</math>), lai izpildītos sakarība <math>A \cap B = B</math>!</p> <p>2. Daudzpunktu vietā ievieto atbilstošo jēdzienu (<i>apvienojums, šķēlums, starpība</i>)!</p> <p>a) Iracionālo skaitļu kopa ir reālo skaitļu kopas un racionālo skaitļu kopas .....</p> <p>b) Vienādojuma <math>A \cdot B = 0</math> atrisinājums ir vienādojumu <math>A = 0</math> un <math>B = 0</math> atrisinājumu .....</p> <p>c) Nevienādības <math>x^2 &gt; 16</math> atrisinājums ir nevienādību <math>x &gt; 4</math> un <math>x &lt; -4</math> atrisinājumu .....</p> <p>d) Nevienādības <math>x^2 &lt; 25</math> atrisinājums ir nevienādību <math>x &gt; -5</math> un <math>x &lt; 5</math> atrisinājumu .....</p>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III														
<p><b>Pārveido informāciju par skaitļiem no vārdiskas formas simboliskā un otrādi.</b></p>	<p>Savieto jēdzienu ar atbilstošo simbolu!</p> <table border="1"> <tr> <td>Pieder</td> <td><math>a, b, c, \dots</math></td> </tr> <tr> <td>Seko</td> <td><math>\in</math></td> </tr> <tr> <td>Apakškopa</td> <td><math>A, B, C, \dots</math></td> </tr> <tr> <td>Apvienojums</td> <td><math>\subset</math></td> </tr> <tr> <td>Kopa</td> <td><math>\cup</math></td> </tr> <tr> <td>Kopas elementi</td> <td><math>\cap</math></td> </tr> <tr> <td>Šķēlums</td> <td><math>\Rightarrow</math></td> </tr> </table>	Pieder	$a, b, c, \dots$	Seko	$\in$	Apakškopa	$A, B, C, \dots$	Apvienojums	$\subset$	Kopa	$\cup$	Kopas elementi	$\cap$	Šķēlums	$\Rightarrow$	<p>1. Uzraksti dotos apgalvojumus, lietojot matemātiskos simbolus!</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Skaitlis <math>x</math> pieder naturālo skaitļu kopai.</li> <li>Ja <math>x</math> ir naturāls skaitlis, tad tas ir racionāls skaitlis.</li> <li>Veselo skaitļu kopa ir racionālo skaitļu kopas apakškopa.</li> <li>Skaitlis <math>a</math> ir pāra skaitlis.</li> <li>Trīs secīgu naturālu skaitļu summa ir vienāda ar šo skaitļu reizinājumu.</li> </ol> <p>2. Izlasi apgalvojumu, kurš pierakstīts, lietojot matemātiskos simbolus!  <math>x \in N, y \in N \Rightarrow x - y \in Z</math></p>	<p>Uzraksti dotos apgalvojumus, lietojot matemātiskos simbolus!</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>x</math> ir skaitlis, kuru dalot ar 3, atlikumā iegūst 1.</li> <li><math>x</math> ir skaitlis, kuru dalot ar 5, atlikumā iegūst 3.</li> <li><math>x</math> ir skaitlis, kuru dalot ar naturālu skaitli <math>a</math>, atlikumā iegūst naturālu skaitli <math>b</math>.</li> </ol>
Pieder	$a, b, c, \dots$																
Seko	$\in$																
Apakškopa	$A, B, C, \dots$																
Apvienojums	$\subset$																
Kopa	$\cup$																
Kopas elementi	$\cap$																
Šķēlums	$\Rightarrow$																
<p><b>Izprot atšķirību starp dažādiem spriedumu iegūšanas veidiem (empīrisko, induktīvo, deduktīvo).</b></p>	<p>Vai fiziķa izdarītais spriedums ir iegūts deduktīvi vai induktīvi?  <i>"Fiziķis pārbauda pirmos 99 skaitļus, pārlicinās, ka tie visi ir mazāki nekā 100, un secina, ka vispār visi skaitļi ir mazāki nekā 100, jo 99 eksperimenti – tas taču ir pilnīgi pietiekami, lai veiktu zinātnisku secinājumu."</i>                  (A. Mariņina "Apstākļu sakritība", Tapals, 1998)</p>	<p>Nosaki, kā iegūts katrs no dotajiem spriedumiem (empīriski, induktīvi vai deduktīvi)!</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Ja dažādmalu trijstūra laukumu var aprēķināt ar formulu <math>S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha</math>, tad regulāra trijstūra laukumu var aprēķināt ar formulu <math>S = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}</math>.</li> <li>Vairākos trijstūros izmēra no vienas virsotnes vilktas bisektrises garumu un mediānas garumu. Visos mērījumos mediāna ir garāka nekā bisektrise.</li> <li>Trijstūra iekšējo leņķu summa ir <math>180^\circ</math>, četrstūra iekšējo leņķu summa ir <math>180^\circ \cdot 2</math>, piecstūra iekšējo leņķu summa ir <math>180^\circ \cdot 3</math>, tātad <math>n</math>-stūra iekšējo leņķu summa ir <math>180^\circ \cdot (n-2)</math>.</li> </ol>	<p>Uzraksti trīs spriedumus, no kuriem viens iegūts empīriski, viens induktīvi un viens deduktīvi! Šos spriedumus vari veidot ne tikai ar matemātisku saturu.</p>														

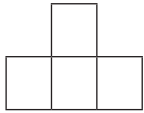
Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<p>Izprot, ko nozīmē definēt jēdzienu, izvērtē tipiskākās kļūdas un nepilnības definīcijās.</p>	<p>1. Ar ko atšķiras matemātiskie jēdzieni un pamatjēdzieni? Nosauc trīs matemātikas pamatjēdzienus un trīs matemātikas jēdzienus!</p> <p>2. Kāda kļūda pieļauta, veidojot doto definīciju?</p> <p>Par paralēlām sauc taisnes, kuras ir paralēlas.</p> <p>3. Kādus jēdzienus drīkst lietot, veidojot matemātiska jēdziena definīciju?</p> <p>4. Dotajām definīcijām nosaki definēšanas veidu (definēts, norādot ģinti un sugas pazīmi, vai definēts aprakstot)!</p> <p>a) Par kvadrātu sauc taisnstūri, kura visas malas ir vienādas.</p> <p>b) Par riņķa līniju sauc visu to punktu kopu, kuri atrodas vienādā attālumā no dotā punkta.</p> <p>c) Par racionālu skaitli sauc skaitli formā <math>\frac{m}{n}</math>, kur <math>m \in \mathbb{Z}</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math>.</p> <p>d) Par vektora moduli sauc attālumu starp tā galapunktu un sākumpunktu.</p>	<p>Ir divas tipiskas kļūdas, veidojot definīcijas:</p> <p>1) jēdziens definējot tiek pārāk sašaurināts,</p> <p>2) jēdziens definējot tiek pārāk paplašināts.</p> <p>Kura no kļūdām ir pieļauta katrā no piemēriem? Komentē konstatētās kļūdas!</p> <p>Piemēri:</p> <p>a) Par iracionālu skaitli sauc kvadrātsakni no racionāla skaitļa ar nosacījumu, ka šo sakni nevar precīzi izvilkt.</p> <p>b) Par lineāru funkciju sauc funkciju formā <math>y=kx</math>, kur <math>k \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>c) Par dotajam vektoram pretēju vektoru sauc vektoru, kura virziens ir pretējs dotā vektora virzienam.</p> <p>d) Par veselo skaitļu kopu sauc kopu, kuru iegūst, naturālo skaitļu kopai pievienojot negatīvo skaitļu kopu.</p>	<p>1. Atrodi kļūdas vai nepilnības definīcijā! Norādi tās un izveido precīzas definīcijas!</p> <p>a) Trijstūris ir ģeometriskā figūra, kura sastāv no 3 punktiem un 3 nogriežņiem.</p> <p>b) Vektorus, kuru virzieni ir vienādi, sauc par vienādiem vektoriem.</p> <p>c) Ja katram kopas <math>X</math> elementam <math>x</math> pēc noteikta likuma tiek piekārtots kopas <math>Y</math> elements <math>y</math>, tad šādu atbilstību starp kopām sauc par funkciju.</p> <p>2. Uzraksti tādas jēdzienu <math>A, B, C</math> definīcijas, lai, definējot <math>A</math>, tiktu izmantots jēdziens <math>B</math> un, definējot <math>B</math>, tiktu izmantots jēdziens <math>C</math>!</p>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<p><b>Atšķir vispārīgus un atsevišķus izteikumus, nosaka izteikuma patiesumu, izveido pretpiemēru.</b></p>	<p>Doti vispārīgi izteikumi. Uzraksti vienu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no vispārīgā izteikuma! Nosaki atsevišķā izteikuma patiesumu! Nosaki vispārīgā izteikuma patiesumu!</p> <p>a) Visiem maniem klasesbiedriem, beidzot pamatskolu, vidējā atzīme bija virs 8 ballēm.</p> <p>b) Funkcijas <math>y=2x^2+a</math> (<math>a \in R</math>) grafika virsotne atrodas uz ordinātu ass.</p> <p>c) Funkcijas <math>y=x^n</math> (<math>n \in Z</math>) grafiks ir parabola.</p>	<p>1. IZVĒRTĒ DOTO IZTEIKUMU PATIESUMU! Ja tie nav patiesi, ilustrē to ar pretpiemēru! Ja tie ir patiesi, pierādi to!</p> <p>a) Ja <math>a^2 &gt; b^2</math>, tad <math>a &gt; b</math>.</p> <p>b) Ja <math>a &gt; b</math> un <math>c &gt; d</math>, tad <math>ac &gt; bd</math>.</p> <p>c) Skaitlis <math>3n+2</math>, kur <math>n \in N</math>, nedalās ar 11.</p> <p>2. Vai visām <math>n \in N</math> vērtībām dotā izteiksme ir kāda skaitļa kvadrāts? Atbildi pamato!</p> <p>a) <math>2n^2+n+6</math></p> <p>b) <math>n^2+8n+16</math></p>	<p>1. IZVĒRTĒ DOTO IZTEIKUMU PATIESUMU!</p> <p>a) Ja funkcija visā savā definīcijas apgabalā ir augoša, tad lielākai argumenta vērtībai atbilst lielāka funkcijas vērtība.</p> <p>b) Ja četrstūra diagonāles ir vienāda garuma un perpendikulāras, tad šis četrstūris ir kvadrāts.</p> <p>c) Ja skaitlis <math>n</math>, kas ir lielāks nekā 24, dalās ar 6 un 4, tad šis skaitlis <math>n</math> dalās ar 24.</p> <p>2. Vai eksistē tāds <math>n \in N</math>, ka izteiksmes <math>n^2-2+41</math> vērtība nav pirmskaitlis?</p> <p>3. Izveido tādus izteikumus <math>A, B, C</math>, lai:</p> <p>a) izteikumi <math>A \Rightarrow B</math> un <math>B \Rightarrow C</math> būtu patiesi, bet izteikums <math>C \Rightarrow A</math> būtu aplams,</p> <p>b) izteikumi <math>A \Rightarrow B, B \Rightarrow C</math> un <math>C \Rightarrow A</math> būtu patiesi!</p>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<p><b>Veido dotajai teorēmai pretējo teorēmu un apgriezto teorēmu; izprot jēdzienus: nepieciešamais nosacījums, pietiekamais nosacījums.</b></p>	<p>1. Pabeidz teikumu!</p> <p>a) Aksioma ir izteikums, kura patiesums .....</p> <p>b) Teorēma ir izteikums, kura patiesums .....</p> <p>c) Teorēmas pierādījumā var atsaukties uz ..... un ..... teorēmām.</p> <p>2. Dota teorēma: "Ja Kārlis dzīvo Engurē, tad Kārlis dzīvo Latvijā".</p> <p>a) Izveido dotajai teorēmai apgriezto teorēmu!</p> <p>b) Izveido dotajai teorēmai pretējo teorēmu!</p> <p>c) Novērtē dotās teorēmas, apgrieztās teorēmas un pretējās teorēmas patiesumu!</p> <p>3. Dota teorēma: "Ja skaitlis ir pāra skaitlis, tad tas dalās ar 2".</p> <p>a) Izveido dotajai teorēmai apgriezto teorēmu!</p> <p>b) Novērtē dotās teorēmas un apgrieztās teorēmas patiesumu!</p> <p>c) Ja tās ir patiesas, izveido teorēmu formā "A ir tad un tikai tad, ja ir B".</p>	<p>1. Pārveido doto teorēmu formā: <i>Ja A, tad B</i>.</p> <p>a) Katešu kvadrātu summa ir vienāda ar hipotenūzas kvadrātu.</p> <p>b) Reducētā kvadrātvienādojuma sakņu summa vienāda ar koeficientu pie lineārā locekļa, kurš ņemts ar pretēju zīmi, bet sakņu reizinājums vienāds ar brīvo locekli.</p> <p>2. Pabeidz teikumus!</p> <p>a) Nosacījums "skaitlis <math>x</math> dalās ar 8" ir pietiekams nosacījums, lai izpildītos nosacījums "skaitlis <math>x</math> dalās ar .....</p> <p>b) Nosacījums "skaitlis <math>x</math> dalās ar 8" ir nepieciešams nosacījums, lai izpildītos nosacījums "skaitlis <math>x</math> dalās ar .....</p> <p>c) Nosacījums "trijstūris <math>ABC</math> ir vienādsānu" ir pietiekams nosacījums, lai izpildītos nosacījums .....</p> <p>d) Nosacījums "trijstūris <math>ABC</math> ir vienādmalu" ir nepieciešams nosacījums, lai izpildītos nosacījums .....</p> <p>3. No dotajiem izteikumiem <math>A</math> un <math>B</math> veido tiešo, pretējo un apgriezto teorēmu (formā: Ja ..., tad ...), kā arī novērtē to patiesumu!</p> <p>a) <math>A</math> – skaitļa ciparu summa dalās ar 3, <math>B</math> – skaitlis dalās ar 3.</p> <p>b) <math>A</math> – trijstūra leņķi ir <math>30^\circ, 60^\circ, 90^\circ</math>, <math>B</math> – trijstūris ir taisnleņķa.</p>	<p>1. Pierādi teorēmu! Trijstūris ir vienādsānu tad un tikai tad, ja no vienas trijstūra virsotnes vilktā mediāna un augstums sakrīt.</p> <p>2. Izvērtē doto apgalvojumu patiesumu!</p> <p>a) Lai četrstūris būtu taisnstūris, ir nepieciešami, bet nav pietiekami, lai četrstūra diagonāles būtu vienādas.</p> <p>b) Lai četrstūris būtu paralelograms, ir pietiekami, bet nav nepieciešami, lai četrstūra malas būtu vienādas.</p> <p>c) Lai trijstūris ar malām <math>a, b</math> un <math>c</math> būtu taisnleņķa, ir nepieciešami un pietiekami, lai starp tā malām būtu sakarība <math>a^2 + b^2 = c^2</math>.</p> <p>3. Izveido tādas izteikumus <math>A</math> un <math>B</math>, lai:</p> <p>a) izteikums <math>A</math> ir nepieciešams, bet ne pietiekams, lai izpildītos izteikums <math>B</math>;</p> <p>b) izteikums <math>A</math> ir pietiekams, bet ne nepieciešams, lai izpildītos izteikums <math>B</math>;</p> <p>c) izteikums <math>A</math> ir nepieciešams un pietiekams, lai izpildītos izteikums <math>B</math>!</p>
<p><b>Lieto tiešo pierādījumu.</b></p>	<p>Pabeidz dotās teorēmas pierādījumu! Teorēma: Neeksistē tāds naturāls skaitlis, kura kvadrāts beidzas ar ciparu 2. Pierādījums: Apskatām visas iespējas. Ja naturālais skaitlis beidzas ar ciparu 1, tad arī tā kvadrāts beidzas ar ciparu 1....</p>	<p>1. Pierādi, ka četrstūris, kuru iegūst, savienojot ar nogriežņiem patvaļīga četrstūra malu viduspunktus, ir paralelograms!</p> <p>2. Pierādi, ka regulāra trijstūra laukumu var aprēķināt ar formulu <math>S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}</math>, kur <math>a</math> – trijstūra malas garums!</p> <p>3. Pierādi, ka <math>(a^2 - b^2) \cdot (a - b) \geq 0</math> visiem <math>a, b \in [0; +\infty)</math>!</p>	<p>1. Mežā dzīvo 2777 rūķīši. Katru dienu 6 rūķīši aiziet prom vai 3 rūķīši no cita meža atnāk. Vai būs diena, kad šajā mežā rūķīšu nebūs?</p> <p>2. Pierādi doto apgalvojumu! Ja <math>a, b &gt; 0</math> (<math>a \in R, b \in R</math>), tad <math>\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2</math></p>



Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<b>Lieto pierādījumu no pretējā.</b>	<p>1. Izveido dotajam izteikumam pretējo!</p> <p>a) Vakar visi draugi apsveica mani dzimšanas dienā.</p> <p>b) Skaitlis <math>a</math> ir pozitīvs skaitlis.</p> <p>c) Katram reālam skaitlim eksistē skaitlis, kurš par to ir 2 reizes lielāks.</p> <p>d) Vismaz viens no diviem reizinātājiem ir vesels skaitlis.</p> <p>2. Pabeidz dotās teorēmas pierādījumu! Teorēma. Ja divu veselu skaitļu summa ir 2007, tad viens no saskaitāmajiem nav mazāks par 1003. Pierādījums. Pieņemam pretējo: abi saskaitāmie ir mazāki par ...</p>	<p>1. Pierādi, ka skaitlis <math>\sqrt{5} + \frac{3}{4}</math> ir iracionāls skaitlis!</p> <p>2. Skolā ir 24 klašu komplekti un 610 skolēnu. Pierādi, ka skolā noteikti ir klase, kurā ir vairāk nekā 25 skolēnu!</p>	<p>1. Pierādi, ka divas taisnes, kas paralēlas trešajai, ir savstarpēji paralēlas!</p> <p><i>Skolēns izmanto aksiomu sarakstu.</i></p> <p>2. Brīvi izvēlētā rūtiņu režģa punktā atlikts punkts <math>A</math>. Pierādi, ka eksistē tāds stars <math>AB</math>, kurš nekrusto nevienu citu rūtiņu režģa punktu!</p>
<b>Izvirza hipotēzi induktīvā ceļā.</b>	<p>1. Dots regulārs trijstūris. Pirmajā solī trijstūrī novelk visas viduslīnijas un sagriež to 4 vienādos regulāros trijstūros. Otrajā solī katrā iegūtajā trijstūrī novelk visas viduslīnijas un sagriež to 4 regulāros trijstūros. Trešajā un nākamajos soļos rīkojas līdzīgi. Cik trijstūros būs sagriezts sākotnējais trijstūris pēc 5 soļiem?</p> <p>2. Izsaki pieņēmumu par to, kādiem <math>n \in N</math> ir spēkā nevienādība <math>2^n &gt; n^2</math>?</p>	<p>1. Izliektam četrstūrim ir 2 diagonāles, izliektam piecstūrim ir 5 diagonāles (pārbaudi patstāvīgi!). Cik diagonāļu ir izliektam 10-stūrim?</p> <p>2. Izmantojot doto informāciju, izvirzi hipotēzi par izteiksmi nepāra skaitļu summas aprēķināšanai!</p> <p>1=1 1+3=4 1+3+5=9 ... 1+3+5+...+2n-1</p>	<p>Izvirzi hipotēzi par izteiksmi summas aprēķināšanai!</p> $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}, \text{ kur } n \in N$

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
<b>Lieto matemātiskās indukcijas principu.</b>	<p>Kādā valstī naudas vienība ir <i>ēriks</i> un ir tikai divu veidu naudas zīmes:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">3 ēriki</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">5 ēriki</div> </div> <p>Pamato, ka par jebkuru precī šajā valstī var precīzi norēķināties tikai ar šāda veida naudas zīmēm! Piebilde – šajā valstī lētākā prece maksā 8 ērikus un cenas tiek noteiktas tikai veselos ērikos.</p>	<p>1. Vai kvadrātu ar izmēriem <math>100 \times 100</math> rūtiņas var sagriezt figūrās, kas attēlota zīmējumā (figūras var būt novietotas patvaļīgi)?</p>  <p>2. Novelkot plaknē <math>n</math> taisnes tā, ka katra krusto katru, plakne tiek sadalīta daļās. Vai šīs daļas var iekrāsot divās krāsās tā, ka katras divas blakus esošās daļas ir atšķirīgās krāsās?</p> <p>3. Parādi, kā kvadrātu var sadalīt <math>n</math> mazākos kvadrātos (mazākie kvadrāti var būt dažādi), ja <math>n \geq 6</math>!</p>	<p>1. Pierādi, ka <math>n</math>-stūra iekšējo leņķu summa ir <math>180^\circ \cdot (n-2)</math>!</p> <p>2. Pierādi, ka izliekta <math>n</math>-stūra diagonāļu skaits ir <math>\frac{n \cdot (n-3)}{2}</math>, ja <math>n \geq 3</math>!</p> <p>3. Pierādi formulu, ja <math>n \in \mathbb{N}</math>!</p> $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$
<b>Novērtē matemātisko izteikumu lietošanu ikdienā.</b>	<p>Izlasi teikumus un izvērtē to matemātisko korektumu!</p> <p>a) Izvēlies ciparu no 1 līdz 16 un sameklējiet savu balvu!</p> <p>b) Lieldienu izpārdošanā veikalā cenas tika samazinātas par 200 %, tātad preces kļuva divas reizes lētākas.</p>	<p>Izlasi tekstu un izvērtē tā matemātisko korektumu!</p> <p><i>"Luandā, Angolas galvenajā pilsētā, vergu tirdzniecības svarīgākajā ostā, mīta ap divpadsmit tūkstošiem iedzīvotāju. Trīs ceturtdaļas no viņiem bija afrikāņi, starp tiem pieci tūkstoši vergu, viena piektdaļa – mulati, viena piecpadsmitā daļa – portugāļi, kas mitinājās mūra namos, pārējie – māla kleķa būdās."</i></p> <p>(A.Lielais "Pāri melnajam kontinentam".)</p>	<p>Skolēns, ienācis klasē, izsaka apgalvojumu: "Nav tiesa, ka šodien būs pārbaudes darbs fizikā un ķīmijā". Pieņemot, ka šis apgalvojums ir patiess, izvērtē doto apgalvojumu patiesumu!</p> <p>a) Šodien pārbaudes darbs būs vai nu fizikā, vai ķīmijā.</p> <p>b) Šodien pārbaudes darba ķīmijā nebūs, bet fizikā būs.</p> <p>c) Šodien pārbaudes darbs būs vai nu fizikā, vai ķīmijā, vai nebūs nevienā no šiem priekšmetiem.</p> <p>d) Šodien pārbaudes darbs nebūs ne fizikā, ne ķīmijā.</p>

## STUNDAS PIEMĒRS

## MATEMĀTISKIE PIERĀDĪJUMI

**Mērķis**

Pilnveidot izpratni par pierādījumiem un pierādīšanu, pilnveidot prasmi prezentēt.

**Skolēnam sasniedzamais rezultāts**

Saskata konkrēta matemātiska fakta pierādījumu, spēj to komentēt.

**Nepieciešamie resursi**

- Izdales materiāls grupai (M\_10\_SP\_03\_02\_P1).
- Vizuālais materiāls (M\_10\_SP\_03\_02\_VM1).
- A1 formāta lapas, flomāsteri, kodoskopa plēves, kododskops vai dators un projektoris (interaktīvā tāfele).

**Mācību metodes**

Problēmu risināšana, demonstrēšana.

**Mācību organizācijas formas**

Darbs grupās.

**Vērtēšana**

Skolotājs, vērojot grupu darbu un klausoties prezentācijas, novērtē, vai skolēni ir izpratuši piedāvātos zīmējumus.

**Skolotāja pašnovērtējums**

Secina par skolēnu matemātiskajām zināšanām un prasmēm, izmantotās metodes lietderību un efektivitāti.

**Stundas gaita**

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Problēmu risināšana (20 minūtes)	
Lūdz skolēnus izteikties par savu pieredzi, cenšoties izprast kādu pierādījumu vai stāstot to citiem. Kas palīdz, kas traucē? Kāds ir skolēnu viedoklis par atziņu: "Pierādījums ir spriedums, kas pārlicina."	Dalās pieredzē, izjūtās. Nosauc faktorus, kas palīdz uztvert pierādījumu, kas traucē. Izsaka viedokli par to, cik precīzam, jābūt pierādījumam, lai tas pārlicinātu.
Vai pierādījums varētu būt vispār bez vārdiem? Informē, ka būs iespēja iepazīties ar pierādījumiem, kas satur tikai vizuālu informāciju un noskaidrot, vai ir iespējams saprast, kas tiek pierādīts, un vai šāds pierādījums ir pietiekami pārlicinošs.	Izsaka viedokli, argumentē, diskutē.
Aicina skolēnus sadalīties grupās pa 3 – 4. Izdala katrai grupai darba lapu un pastāsta, ka uz tās ir redzams kāda matemātiskā fakta vizuāls pierādījums <sup>1</sup> . Aicina izpētīt zīmējumu, izprast doto pierādījumu. <i>Var dot vairākām grupām vienādas darba lapas.</i>	Sadalās grupās. Iepazīstas ar savu darba lapu, apspriež zīmējumā redzamo situāciju, atpazīst matemātisko faktu/sakarību, kas tiek pamatota ar zīmējumu. Grupā pārlicinās, vai visi pilnībā izprot pierādījumu.

<sup>1</sup> Pierādījumi darba lapās no Roger B.Nelsen "Proofs Without Words".

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
<p>Aicina grupas veidot vizuālo un mutisko prezentāciju, kurā būtu redzams dotais zīmējums un pierādījuma skaidrojums.</p> <p>Piedāvā skolēniem kodoskopa materiālus vai elektroniski sagatavotos zīmējumus (M_10_SP_03_02_VM1), kurus izmantot prezentācijā.</p>	<p>Veido prezentācijas. Pārdomā vizuālo informāciju, ja nepieciešams, papildina to. Pārdomā skaidrojumu, komentārus, IT izmantošanu.</p>
<p>Demonstrēšana (20 minūtes)</p>	
<p>Aicina grupu parādīt un izstāstīt visai klasei šīs grupas darba rezultātu.</p> <p><i>Galvenais stundā sasniedzamais rezultāts ir saskatīt un izprast pierādījumu, bet var akcentēt arī prezentēšanas prasmi, tad iepriekš kopā ar skolēniem jāvienojas par sīkākiem kritērijiem labai prezentācijai.</i></p> <p>Stundas beigās ļauj skolēniem izteikties par to, ko sapratuši, kas palicis neskaidrs.</p>	<p>Grupa parāda un izstāsta klasesbiedriem pierādījumu.</p> <p>Grupa ar tādu pašu darba lapu, nepieciešamības gadījumā precizē, papildina skaidrojumu.</p> <p>Izsaka savu viedokli.</p>

Vārds .....

uzvārds .....

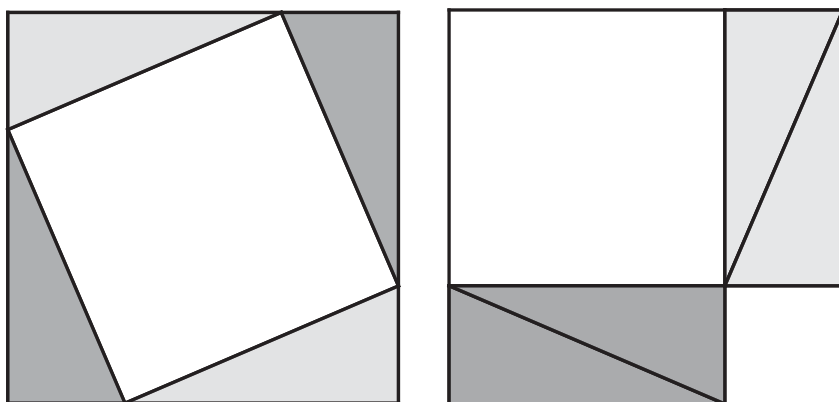
klase .....

datums .....

# PIERĀDĪJUMS

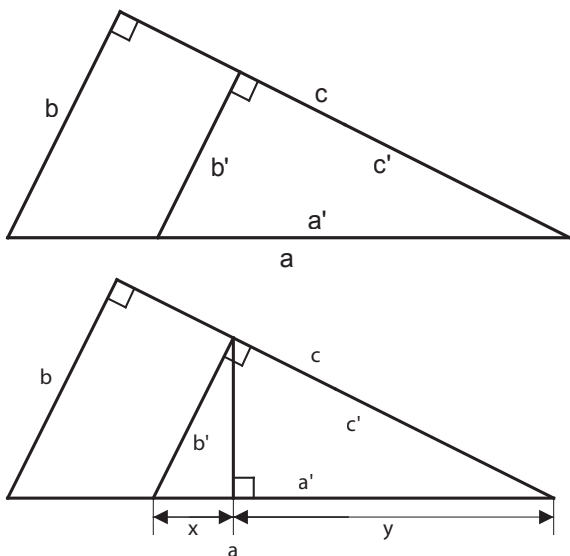
✂ .....

## 1. uzdevums



✂ .....

## 2. uzdevums

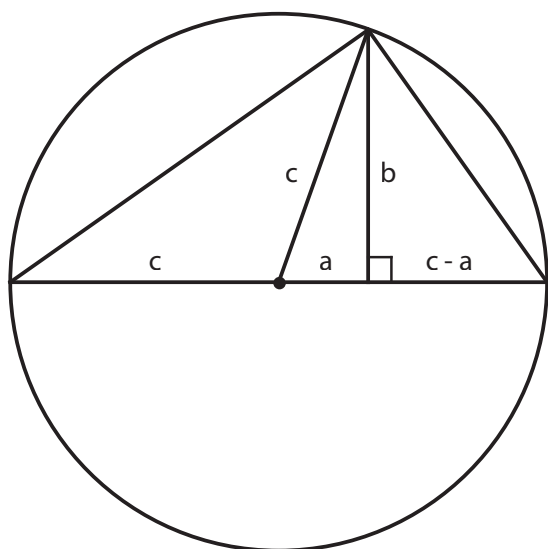


$$\frac{x}{b} = \frac{b'}{a} \Rightarrow ax = bb'$$

$$\frac{y}{c} = \frac{c'}{a} \Rightarrow ay = cc'$$

$$aa' = a(x+c) = bb' + cc'$$

3. uzdevums

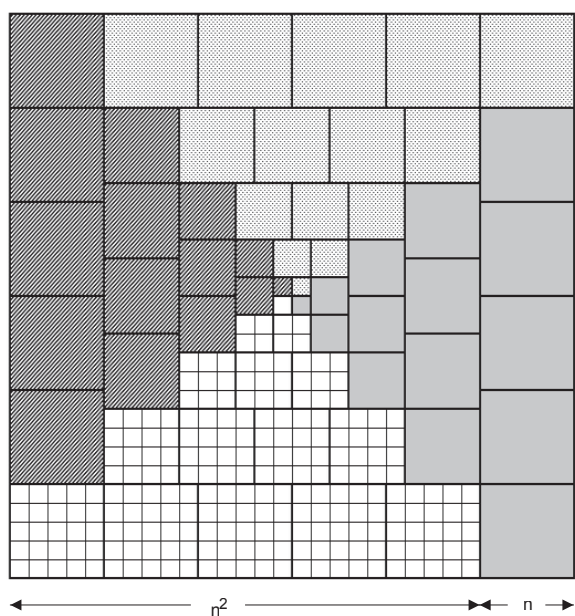


$$\frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

✂.....

4. uzdevums



$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4} (n(n+1))^2$$

Vārds

uzvārds

klase

datums

## DEFINĒŠANA

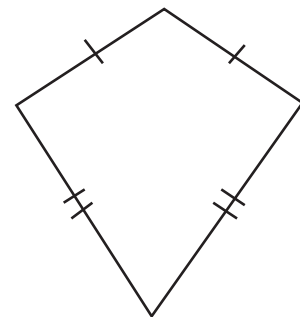
### 1. uzdevums (4 punkti)

Ja saskati kļūdas vai nepilnības dotajās definīcijās, komentē tās un uzraksti savu definīciju!

Dotā definīcija	Kļūdas vai trūkumi definīcijā	Definīcija
Par vienādsānu trijstūri sauc trijstūri, kuram ir divas vienādas malas un divi vienādi leņķi.		
Par kvadrātfunkciju sauc funkciju formā $y=x^2+bx+c$ , kur $b, c \in R$ .		

### 2. uzdevums (5 punkti)

a) Izdomā nosaukumu zīmējumā redzamajai figūrai un definē to!



b) Uzraksti vienu šīs figūras īpašību un pierādi to!

Vārds

uzvārds

klase

datums

## PIERĀDĪJUMS AR MATEMĀTISKO INDUKCIJU

### 1. uzdevums (4 punkti)

Lasi pierādījumu un papildini to!

Regulāra trijstūra katra mala sadalīta  $n$  ( $n \geq 2$ ) vienādās daļās. Caur dalījuma punktiem novilkta taisnes paralēli trijstūra malām. Pierādi, ka tās sadala doto trijstūri  $n^2$  trijstūros, izmantojot matemātisko indukciju!

Pierādījums:

#### Bāze

Ja  $n=2$ , trijstūris sadalās 4 trijstūros (1. zīm.).

Tātad, ja  $n=2$ , pierādāmais apgalvojums ir patiess, jo .....

#### Induktīvajā pārejā pierādāmais apgalvojums

Pieņem, ka, sadalot trijstūra malas  $k$  vienādās daļās un caur dalījuma punktiem novelkot taisnes paralēli trijstūra malām, trijstūris sadalās  $k^2$  trijstūros (2. zīm.). Jāpierāda, ka sadalot malas  $k+1$  vienādās daļās un caur dalījuma punktiem novelkot taisnes paralēli trijstūra malām, trijstūris sadalās .....trijstūros.

#### Induktīvā pāreja

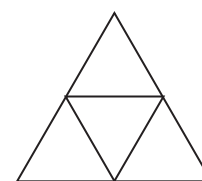
Trijstūrim, kura malas sadalītas  $k$  vienādās daļās, pievieno mazajiem trijstūrīšiem vienlielu trijstūrīšu rindu (3. zīm.). Iegūst trijstūri, kura malas sadalītas  $k+1$  vienādās daļās.

Nosaka mazo trijstūrīšu skaitu šajā trijstūrī. Pēc pieņēmuma balto trijstūrīšu skaits ir ..... . Zīmējumā redzams, ka pievienotajā rindā ir ..... trijstūrīši; uz katra no  $k$  nogriežņiem kā malas konstruēts paralelograms, kas sadalās 2 trijstūrīšos un vēl 1 (melns) trijstūrītis. Tātad, trijstūrīšu skaits ir  $k^2+2k+1=(k+1)^2$ . Apgalvojums ir pierādīts.

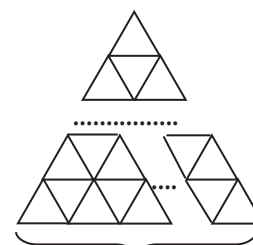
#### Secinājums par vispārīgo apgalvojumu

Pierādāmais apgalvojums ir spēkā visiem  $n$  ( $n \geq 2$ ), jo:

- tas ir spēkā, ja  $n=2$
- no tā, ka tas ir spēkā vērtībai  $n=k$ , seko, ka tas ir spēkā vērtībai  $n=k+1$ .

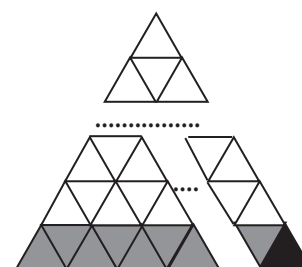


1. zīm.



k daļas

2. zīm.



3. zīm.



**2. uzdevums (6 punkti)**

Pierādi ar matemātisko indukciju, ka jebkuru kvadrātu var sagriezt  $n$  ( $n \geq 2$ ) vienādsānu trijstūros!

Pierādījums:

**Bāze**

**Induktīvajā pārejā pierādāmais apgalvojums**

**Induktīvā pāreja**

**Secinājums par vispārīgo apgalvojumu**

Vārds

uzvārds

klase

datums

## MATEMĀTISKIE IZTEIKUMI, PIERĀDĪJUMI

### 1. variants

#### 1. uzdevums (3 punkti)

Kopai  $X$  pieder naturāli skaitļi, kas bez atlikuma dalās ar 3, bet kopai  $Y$  pieder naturāli skaitļi, kas bez atlikuma dalās ar 4. Kuri no skaitļiem 3; 10; 15; 16; 20; 25; 27; 40 pieder:

- kopai  $X$ ,
- vai nu kopai  $X$  vai kopai  $Y$ ,
- gan kopai  $X$ , gan kopai  $Y$ ?

#### 2. uzdevums (3 punkti)

- Dots vispārīgs apgalvojums. *Skaitlis, kurš beidzas ar 0, dalās ar 5.*  
Uzraksti vienu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!
- Dots vispārīgs apgalvojums. *Vektori  $\alpha \cdot \vec{a}$  un  $\beta \cdot \vec{a}$  ( $\alpha, \beta \neq 0$ ) ir vienādi vērsti vektori.*  
Uzraksti vienu patiesu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!  
Uzraksti vienu aplamu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!

#### 3. uzdevums (2 punkti)

- Definē jēdzienu *pavasaris*!
- Formulē vienu definētā jēdziena īpašību!

**4. uzdevums (3 punkti)**

Dota teorēma. Ja četrstūris ir rombs, tad šī četrstūra diagonāles krustojoties dalās uz pusēm.

a) Uzraksti dotajam apgalvojumam apgriezto apgalvojumu!

b) Vai apgrieztais apgalvojums ir patiess? Atbildi pamato!

**5. uzdevums (3 punkti)**

Dots apgalvojums.  $1+4+7+10+\dots+(3n-2)=\frac{3n^2-n}{2}$ , kur  $n \in \mathbb{N}$ !

Uzraksti **plānu**, kā tu pierādītu šo apgalvojumu, izmantojot matemātiskās indukcijas principu!

**6. uzdevums (3 punkti)**

Uz Ventspili ar četriem autobusiem aizbrauca 163 futbola komandas "Skonto" līdzjutēji. Pierādi, izmantojot pierādījumu no pretējā, ka kādā autobusā brauca vairāk nekā 40 līdzjutēju!

**7. uzdevums (3 punkti)**

Atrodi visus iespējamus pāra skaitļu kvadrātu pēdējos ciparus un pierādi, ka citu nav!

Vārds

uzvārds

klase

datums

## MATEMĀTISKIE IZTEIKUMI, PIERĀDĪJUMI

### 2. variants

#### 1. uzdevums (3 punkti)

Kopai  $X$  pieder naturāli skaitļi, kas dalās ar 2, bet kopai  $Y$  pieder naturāli skaitļi, kas dalās ar 5.

Kuri no skaitļiem 3; 10; 15; 16; 20; 25; 27; 40 pieder:

a) kopai  $X$ ,

b) vai nu kopai  $X$  vai kopai  $Y$ ;

c) gan kopai  $X$ , gan kopai  $Y$ ?

#### 2. uzdevums (3 punkti)

a) Dots vispārīgs apgalvojums. Skaitlis, kura ciparu summa dalās ar 3, dalās ar 3.

Uzraksti vienu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!

b) Dots vispārīgs apgalvojums. Vektori  $\alpha \cdot \vec{a}$  un  $\beta \cdot \vec{a}$  ( $\alpha, \beta \neq 0$ ) ir vienādi vērsti vektori.

Uzraksti vienu patiesu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!

Uzraksti vienu aplamu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!

#### 3. uzdevums (2 punkti)

a) Definē jēdzienu rudens!

b) Formulē vienu definētā jēdziena īpašību!

**4. uzdevums (3 punkti)**

Dota teorēma. Ja četrstūris ir kvadrāts, tad šī četrstūra diagonāles krustojoties dalās uz pusēm.

a) Uzraksti dotajam apgalvojumam apgriezto apgalvojumu!

b) Vai apgrieztais apgalvojums ir patiess? Atbilde pamato!

**5. uzdevums (3 punkti)**

Dots apgalvojums.  $1+6+11+16+\dots+(5n-4)=\frac{5n^2-3n}{2}$ , kur  $n \in \mathbb{N}$ !

Uzraksti **plānu**, kā tu pierādītu šo apgalvojumu, izmantojot matemātiskās indukcijas principu!

**6. uzdevums (3 punkti)**

Piecās ģimnāzijas klasēs kopā mācās 103 skolēni. Pierādi, izmantojot pierādījumu no pretējā, ka kādā klasē mācās vairāk nekā 20 skolēnu!

**7. uzdevums (3 punkti)**

Atrodi visus iespējamus nepāra skaitļu kvadrātu pēdējos ciparus un pierādi, ka citu nav!

# MATEMĀTISKIE IZTEIKUMI, PIERĀDĪJUMI

## 1. variants

### 1. uzdevums (3 punkti)

Kopai  $X$  pieder naturāli skaitļi, kas bez atlikuma dalās ar 3, bet kopai  $Y$  pieder naturāli skaitļi, kas bez atlikuma dalās ar 4. Kuri no skaitļiem 3; 10; 15; 16; 20; 25; 27; 40 pieder:

- kopai  $X$ ,
- vai nu kopai  $X$  vai kopai  $Y$ ,
- gan kopai  $X$ , gan kopai  $Y$ ?

### 2. uzdevums (3 punkti)

- Dots vispārīgs apgalvojums. *Skaitlis, kurš beidzas ar 0, dalās ar 5.*  
Uzraksti vienu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!

- Dots vispārīgs apgalvojums. *Vektori  $\alpha \cdot \vec{a}$  un  $\beta \cdot \vec{a}$  ( $\alpha, \beta \neq 0$ ) ir vienādi vērsti vektori.*

Uzraksti vienu patiesu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!

Uzraksti vienu aplamu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!

### 3. uzdevums (2 punkti)

- Definē jēdzienu *pavasaris*!
- Formulē vienu definētā jēdziena īpašību!

### 4. uzdevums (3 punkti)

Dota teorēma. *Ja četrstūris ir rombs, tad šī četrstūra diagonāles krustojoties dalās uz pusēm.*

- Uzraksti dotajam apgalvojumam apgriezto apgalvojumu!
- Vai apgrieztais apgalvojums ir patiess? Atbildi pamato!

### 5. uzdevums (3 punkti)

Dots apgalvojums.  $1+4+7+10+\dots+(3n-2)=\frac{3n^2-n}{2}$ , kur  $n \in \mathbb{N}$ !

Uzraksti **plānu**, kā tu pierādītu šo apgalvojumu, izmantojot matemātiskās indukcijas principu!

### 6. uzdevums (3 punkti)

Uz Ventspili ar četriem autobusiem aizbrauca 163 futbola komandas "Skonto" līdzjutēji. Pierādi, izmantojot pierādījumu no pretējā, ka kādā autobusā brauca vairāk nekā 40 līdzjutēju!

### 7. uzdevums (3 punkti)

Atrodi visus iespējamus pāra skaitļu kvadrātu pēdējos ciparus un pierādi, ka citu nav!

## MATEMĀTISKIE IZTEIKUMI, PIERĀDĪJUMI

### 2. variants

#### 1. uzdevums (3 punkti)

Kopai  $X$  pieder naturāli skaitļi, kas dalās ar 2, bet kopai  $Y$  pieder naturāli skaitļi, kas dalās ar 5.

Kuri no skaitļiem 3; 10; 15; 16; 20; 25; 27; 40 pieder:

- kopai  $X$ ,
- vai nu kopai  $X$  vai kopai  $Y$ ;
- gan kopai  $X$ , gan kopai  $Y$ ?

#### 2. uzdevums (3 punkti)

- Dots vispārīgs apgalvojums. Skaitlis, kura ciparu summa dalās ar 3, dalās ar 3. Uzraksti vienu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!
- Dots vispārīgs apgalvojums. Vektori  $\alpha \cdot \vec{a}$  un  $\beta \cdot \vec{a}$  ( $\alpha, \beta \neq 0$ ) ir vienādi vērsti vektori. Uzraksti vienu patiesu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!  
Uzraksti vienu aplamu atsevišķu izteikumu, kuru iegūst no dotā vispārīgā izteikuma!

#### 3. uzdevums (2 punkti)

- Definē jēdzienu rudens!
- Formulē vienu definētā jēdziena īpašību!

#### 4. uzdevums (3 punkti)

Dota teorēma. *Ja četrstūris ir kvadrāts, tad šī četrstūra diagonāles krustojoties dalās uz pusēm.*

- Uzraksti dotajam apgalvojumam apgriezto apgalvojumu!
- Vai apgrieztais apgalvojums ir patiess? Atbildi pamato!

#### 5. uzdevums (3 punkti)

Dots apgalvojums.  $1+6+11+16+\dots+(5n-4)=\frac{5n^2-3n}{2}$ , kur  $n \in \mathbb{N}$ !

Uzraksti **plānu**, kā tu pierādītu šo apgalvojumu, izmantojot matemātiskās indukcijas principu!

#### 6. uzdevums (3 punkti)

Piecās ģimnāzijas klasēs kopā mācās 103 skolēni. Pierādi, izmantojot pierādījumu no pretējā, ka kādā klasē mācās vairāk nekā 20 skolēnu!

#### 7. uzdevums (3 punkti)

Atrodi visus iespējamus nepāra skaitļu kvadrātu pēdējos ciparus un pierādi, ka citu nav!

# MATEMĀTISKIE IZTEIKUMI, PIERĀDĪJUMI

## Vērtēšanas kritēriji

Uzdevums	Kritēriji	Punkti
1.	Uzraksta kopas elementus, kas pieder kopai $X$ – 1 punkts	3
	Uzraksta kopas elementus, kas pieder kopai vai nu kopai $X$ vai kopai $Y$ – 1 punkts	
	Uzraksta kopas elementus, kas pieder gan kopai $X$ , gan kopai $Y$ – 1 punkts	
2.	Uzraksta atsevišķu izteikumu – 1 punkts	3
	Uzraksta patiesu atsevišķu izteikumu – 1 punkts	
	Uzraksta aplamu atsevišķu izteikumu – 1 punkts	
3.	Uzraksta jēdziena definīciju – 1 punkts	2
	Uzraksta definētā jēdziena īpašību – 1 punkts	
4.	Uzraksta apgriezto apgalvojumu – 1 punkts	3
	Izveido pretpiemēru – 1 punkts	
	Secina, ka apgrieztais apgalvojums ir aplams – 1 punkts	
5.	Plānā iekļauj bāzes pamatošanu – 1 punkts	3
	Plānā iekļauj induktīvajā pārejā pierādāmā apgalvojuma formulēšanu – 1 punkts	
	Plānā iekļauj induktīvās pārejas pierādījumu – 1 punkts <i>Otro un trešo punktu skolēns savā formulējumā var arī apvienot.</i>	
6.	Noformulē pretējo apgalvojumu tam, kas jāpierāda – 1 punkts	3
	Izmanto izveidoto pieņēmumu, nosakot maksimāli iespējamo skaitu – 1 punkts	
	Iegūst pretrunu ar dotajiem nosacījumiem – 1 punkts	
7.	Apskata atsevišķus piemērus – 1 punkts	3
	Atrod visus iespējamus pēdējos ciparus – 1 punkts	
	Izskaidro, kā veidojas kvadrāta pēdējais cipars – 1 punkts	
Kopā		20