

5.TEMATS Varbūtību teorijas elementi

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

[Stundas piemērs](#)

M_11_SP_05_P1

[Diofanta adata](#)

M_11_LD_05_P1

[Izloze](#)

M_11_LD_05_P2

[Tabulas datu reģistrācijai](#)

Skolēna darba lapa

Skolēna darba lapa

Skolēna darba lapa

[1.variants](#)

[2.variants](#)

[Vērtēšanas kritēriji](#)

VARBŪTĪBU TEORIJAS ELEMENTI

TEMATA APRAKSTS

Varbūtību teorijas elementu (kā arī matemātiskās statistikas un kombinatorikas) iekļaušana skolas matemātikas kursā ir pasaulē vispāratzīts matemātikas kursa satura modernizācijas virziens. Varbūtību teorijas elementi sniedz lielisku iespēju izprast matemātiku ne tikai kā formālu faktu, likumu un algoritmu krājumu, bet arī kā instrumentu ikdienas problēmu izvērtēšanai un risināšanai, kā arī notiekošo procesu un pasaules uzbūves varbūtisko aspektu novērtēšanai, piemēram, fizikā – elektrona vietu atomā nevar noteikt precīzi, bet tikai ar noteiktu varbūtību, bioloģijā – iedzimtības faktoru analizē.

50

Pamatskolā skolēni ir apguvuši klasisko varbūtības definīciju, kuru spēj izmantot vienkāršāko uzdevumu risināšanai. Skolēniem zināmi kopu teorijas pamatjēdzieni: kopas elements, apakškopa, kopu apvienojums, šķēlums un starpība, to attēlojums ar Venna diagrammām.

Svarīgākie jēdzieni varbūtību elementu apgūvē ir: *gadījuma mēģinājums, notikums, iznākumu kopa, neatkarīgi un atkarīgi notikumi, savienojami un nesavienojami notikumi*.

Šajā tematā tiek nostiprinātas kombinatoriskās domāšanas prasmes, nosakot notikumam labvēlīgo un visu iespējamo iznākumu skaitu. Skolēni mācās saskatīt analogijas starp kopu teorijas pamatjēdzieniem un darbībām ar notikumiem, rēķinot notikuma varbūtību ar klasisko, ģeometrisku vai statistisko metodi.

Mācību procesu nepieciešams virzīt tā, lai skolēni pētnieciskā ceļā izvērtētu un prastu pamatot varbūtību aprēķināšanas iespējas ar dažādām metodēm un lai saskatītu varbūtību teorijas lietojamības iespējas ikdienā. Šajā tematā var labi pilnveidot prasmi interpretēt tekstu vai citu informācijas avotu (attēlu, datorsimulāciju) kā matemātisku modeli, izmantojot daudzveidīgus uzdevumus no dažādām cilvēka darbības jomām.



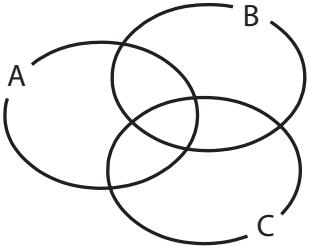
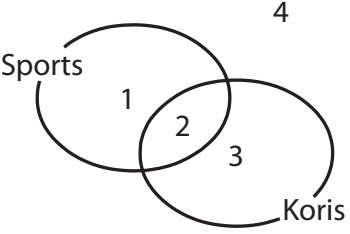
CEĻVEDIS

Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Izprot kombinatorikas, varbūtību teorijas un statistikas jēdzienus, lieto tos, raksturojot datus un procesus.	Aprēķina elementu kopas izlašu skaitu, lietojot kombinatoriskos saskaitīšanas un reizināšanas likumus vai/un piemērotus aprēķināšanas algoritmus, notikumu varbūtību, datu statistiskos raksturlielumus.	Formulē, argumentē, pamato viedokli (tai skaitā – matemātiskas sakarības, faktus, sava darba rezultātus).	Apzinās matemātikas zināšanu un prasmju nozīmi ikdienas dzīvē, apgūstot dabas un sociālās zinātnes, tālākizglītībā un turpmākajā profesionālajā darbībā.
PROGRAMMĀ	Izprot jēdzienus: <i>gadījuma mēģinājums, iznākumu kopa, notikums, pretējais notikums</i> ; atšķir drošus un neiespējamus notikumus, savienojamus un nesavienojamus notikumus, neatkarīgus un atkarīgus notikumus.	Aprēķina varbūtību gadījuma notikumiem, izmantojot varbūtību aprēķināšanas klasisko, ģeometrisku vai statistisko metodi. Aprēķina notikumu summas varbūtību, neatkarīgu notikumu reizinājuma varbūtību.	Izsaka un pamato viedokli par varbūtību teorijas pielietojamības iespējām ikdienā.	Izprot varbūtību teorijas lietojumu fizikā, spēļu teorijā, apdrošināšanas praksē, ģenētikā u.c.
STUNDĀ	Demonstrēšana. VM. Gliemežvāki – normālsadalījums. VM. Monētu mešana. VM. Metamais kauliņš. KD. Varbūtību teorijas jēdzieni.	Situācijas izspēle. Uzdevumu risināšana. SP. Varbūtības aprēķināšanas ģeometriskā metode. VM. Diofanta adatas.	Izpēte. LD. Izloze.	Demonstrēšana. VM. Gliemežvāki – normālsadalījums. VM. Monētu mešana. VM. Metamais kauliņš. VM. Laimes piramīda.

UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot jēdzienus: <i>gadījuma mēģinājums, iznākumu kopa, notikums, pretējais notikums</i>; atšķir drošus un neiespējamus notikumus, savienojamus un nesavienojamus notikumus, neatkarīgus un atkarīgus notikumus.	1. Grozā ir piecas vienādas bumbiņas, kas sanumurētas ar skaitļiem no 1 līdz 5. Sastādi iznākumu kopu mēģinājumam "izņemt no groza divas bumbiņas un sareizināt to numurus"! 2. Mēģinājumā "spēļu kauliņu mešana" apskatīsim šādus notikumus: notikums A – "punktu skaits ir pāra skaitlis", notikums B – "punktu skaits ir lielāks nekā 3". Vai notikumi A un B ir savienojami? 3. Apskatam mēģinājumu "met divus spēļu kauliņus". Sastādi dotā mēģinājuma iznākumu kopu!	1. Apskatam mēģinājumu "reizē met divus spēļu kauliņus". Uzraksti: a) drošu notikumu, b) neiespējamu notikumu, c) divus nesavienojamus notikumus, d) divus savienojamus notikumus! 2. Urnā atrodas 3 baltas un 2 melnas bumbiņas. Mēģinājums ir "vienu pēc otras izņemt no urnas divas bumbiņas". Apskatīsim šādus notikumus: notikums A – "pirmo izņemt baltu bumbiņu", notikums B – "otro izņemt melnu bumbiņu". Tiek ņemtas bumbiņas un pierakstīta to krāsa. Nosaki, vai notikumi ir atkarīgi vai neatkarīgi, ja: a) pirmo bumbiņu liek atpakaļ, b) pirmo bumbiņu neliek atpakaļ!	1. Tu jau zini vairākus gadījuma mēģinājumus. Piemēram, monētas mešana, spēļu kauliņa mešana, lodītes vilkšana no urnas. Uzraksti vēl vismaz trīs citus gadījuma mēģinājumu piemērus! Apraksti šo mēģinājumu iznākumu kopu! 2. Traukā ir 5 baltas bumbiņas un 7 melnas bumbiņas. Mēģinājums ir 3 bumbiņu izvilšana, pieņemot, ka izvilkt jebkuru no bumbiņām ir vienādi iespējams notikums. Nosaki dotajiem notikumiem pretējo notikumu! a) "Jānis izvilka 3 melnas bumbiņas". b) "Jānis izvilka 1 baltu un 2 melnas bumbiņas". c) "Jānis izvilka vismaz 1 baltu bumbiņu".
Aprēķina varbūtību <i>gadījuma notikumiem, izmantojot varbūtību aprēķināšanas klasisko, ģeometrisku vai statistisko metodi.</i>	1. Spēļu kauliņu met vienu reizi. Kāda ir varbūtība, ka uzmestais punktu skaits uz tā augšējās skaldnes būs nepāra skaitlis? 2. Mežsargs, veicot apgaitu, konstatēja, ka kādā meža sektorā pilnīgi veselo koku skaits ir 49. To relatīvais biežums ir 0,7. Nosaki novērtēto koku kopskaitu! 3. Apskatam mēģinājumu "met divus spēļu kauliņus". Aprēķini varbūtību notikumam, ka uz abu kauliņu augšējām skaldnēm uzkrituši skaitļi, kuru summa ir 5: a) izmantojot varbūtību aprēķināšanas statistisko metodi, izmantojot 500 mēģinājumus iegūtos datus ar datorsimulācijas palīdzību (M_11_UP_03_VM3), b) izmantojot varbūtību aprēķināšanas klasisko metodi!	1. Telefona līnijas garums zem zemes ir 50 m. Līnija ir pārtrūkusi. Kāda ir varbūtība, ka: c) pārtrūkums noticis vidējā trešdaļā, d) pārrāvums noticis ne tālāk kā 10 m attālumā no gala? 2. Riņķī, kura rādiuss ir R, ievilkts regulārs trijstūris. Aprēķini varbūtību notikumam, ka uz labu laimi izvēlēts punkts atrodas regulārajā trijstūrī! 3. Kvadrātā, kura virsotnes ir $(0;0)$, $(1;0)$, $(0;1)$ un $(1;1)$, uz labu laimi izvēlas punktu $(x;y)$. Kāda ir varbūtība, ka šis punkts atrodas kvadrāta daļā, ko ierobežo x ass un funkcijas $y=2x$ grafiks?	Tiek mesti divi spēļu kauliņi. Uzraksti piemēru notikumam A, ja zināma notikuma A varbūtība! a) $p(A)=\frac{1}{2}$ b) $p(A)=\frac{1}{12}$

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Veicot darbības ar notikumiem, lieto kopu teorijas pamatjēdzienus: apvienojums (summa), šķēlums (reizinājums), starpība – un attēlo tos ar Venna diagrammām.	1. Ko sauc par notikumu A un B apvienojumu un ko sauc par notikumu A un B šķēlumu? Atbildes ilustrē ar Venna diagrammām! 2. Doti notikumi: A – “metot spēļu kauliņu, uzņemtais skaits dalās ar 3”, un B – “metot spēļu kauliņu, uzņemtais skaits ir pāra skaits”. Nosaki: a) notikuma $A \cap B$ labvēlīgo iznākumu kopu; b) notikuma $A \cup B$ labvēlīgo iznākumu kopu! 2. Doti notikumi A, B, C (skat. zīm.). Zīmējumos attēlo (iekrāsojot atbilstošās kopas) notikumus: $\bar{B}$, $A \cup B$, $A \cap C$, $A \cap B \cap C$, $A \setminus B$! 	1. Doti notikumi: A – “metot spēļu kauliņu, ir uzņemts nepāra skaits punktu”, B – “metot spēļu kauliņu, uzņemti ne vairāk kā 2 punkti”, C – “metot spēļu kauliņu, nav uzņemti tieši 5 punkti”. Apraksti notikumus: $A \cup B$, $A \cap B$, $C \setminus A$, $\bar{C}$? 2. Daļa no klases skolēniem nodarbojas ar sportu, daļa dzied korī, bet daži nodarbojas gan ar sportu, gan dzied korī. Pēc zīmējuma nosaki, ko nozīmē notikumi 1, 2, 3 un 4? 	Apskatam mēģinājumu “met divus spēļu kauliņus”. Ja iespējams, uzraksti piemērus tādiem nesavienojamiem notikumiem A un B, ka: a) $p(A \cup B) = \frac{1}{2}$ un $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$ b) $p(A \cup B) = 1$ un $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Aprēķina notikumu summas varbūtību, neatkarīgu notikumu reizinājuma varbūtību.	1. Kādiem notikumiem A un B ir spēkā formula $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$? 2. Mērķis sastāv no 3 koncentriskiem riņķiem, kas to sadala trīs daļās. Varbūtība notikumam, ka šautriņa trāpa mērķa vidējā riņķī, ir 0,2, varbūtība notikumam, ka šautriņa trāpa mērķa iekšējā joslā, ir 0,15 un varbūtība notikumam, ka šautriņa trāpa mērķa ārējā joslā, ir 0,1. a) Vai apskatītie trīs notikumi ir savienojami vai nesavienojami? b) Kāda ir varbūtība, ka šautriņu trāpīs mērķī? c) Kāda ir varbūtība, ka šautriņu netrāpīs mērķī?	1. Katrā no 3 kārbām atrodas 10 vienādas detaļas. Pirmajā kārbā ir 8 labas kvalitātes detaļas, otrajā – 7, trešajā – 9. No katras kārbas uz labu laimi paņem vienu detaļu. Kāda ir varbūtība, ka visas trīs būs labas kvalitātes detaļas? 2. Atsūtītais rēķins nejauši tika sabojāts un izskatījās šādi: $Ls\ 2*,*5$. Kāda ir varbūtība, ka rēķina otrā cipara vietā ierakstot 6, bet trešā cipara vietā 7, maksātājs būs pareizi restaurējis rēķinu, ja viņš atcerējās tikai to, ka visi cipari ir dažādi?	1. Kādā skolā 25 % no skolēniem apmeklē kādu no sporta sekcijām, 30 % skolēnu piedalās kādā no mākslinieciskās pašdarbības kolektīviem, bet 10 % gan sporto, gan piedalās mākslinieciskajā pašdarbībā. Nosaki varbūtību, ka nejauši izvēlēts šīs skolas skolēns vai nu sporto, vai piedalās mākslinieciskajā pašdarbībā: a) izmantojot varbūtību saskaitīšanas teorēmu, b) izmantojot darbības ar kopām! 2. Grozā atrodas 1 melna un 4 baltas bumbiņas. a) Neskatoties vienu pēc otras no groza izņem divas bumbiņas (pirmā netiek likta atpakaļ). Nosaki iznākumu kopu un aprēķini iznākumu kopas elementu varbūtības! Vai notikumi “pirmā ir balta” un “otrā ir balta” ir neatkarīgi? b) Neskatoties vienu pēc otras no groza izņem divas bumbiņas (konstatējot pirmās krāsu to atliek atpakaļ). Nosaki iznākumu kopu un aprēķini iznākumu kopas elementu varbūtības! Vai notikumi “pirmā ir balta” un “otrā ir balta” ir neatkarīgi? c) Neskatoties no groza reizē izņem divas bumbiņas. Nosaki iznākumu kopu un aprēķini iznākumu kopas elementu varbūtības!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izmanto kombinatorikas elementus notikumam labvēlīgo iznākumu skaita un visu iespējamo iznākumu skaita aprēķināšanā.	1. Aploksnē atrodas 10 dažādas fotokartītes. Uz labu laimi izņēma 3 kartītes. Kāda ir varbūtība, ka starp tām atradīsies meklētā? 2. Uz katras no sešām vienādām kartītēm uzrakstīts viens no burtiem P, Ā, R, S, L un A. Kartītes vispirms sajauktas un pēc tam uz labu laimi saliktas rindā. Cik dažādus "vārdus" var iegūt? Kāda ir varbūtība iegūt vārdu PĀRSLA?	1. Kāda varbūtība, ka pirmās garāmbraucošās automašīnas četr ciparu numurā pirmie divi cipari ir vienādi? 2. Doti četri nogriežņi, kuru garumi ir 2, 5, 6 un 10 garuma vienības. Uz labu laimi izvēlas trīs nogriežņus. Kāda varbūtība, ka no tiem var konstruēt trijstūri? 3. Studentu grupā ir 8 studenti, no kuriem 5 ir meitenes un 3 zēni. Lozējot izvēlas divus studentus, kurus jāsūta uz konferenci. Kāda varbūtība, ka uz konferenci dosies: a) divi zēni, b) divas meitenes, c) zēns un meitene?	1. Traukā ir 5 baltas bumbiņas un 7 melnas bumbiņas. Mēģinājums ir 3 bumbiņu izvilksana, pieņemot, ka izvilkt jebkuru no bumbiņām ir vienādi iespējams notikums. Aprēķini varbūtību notikumam "Jānis izvēlējās vismaz 1 baltu bumbiņu"! 2. Traukā ir četras vienāda izmēra bumbiņas. Uz vienas no bumbiņām ir burts "a", uz otras – burts "o", uz trešās – burts "l", uz ceturtās – burts "k". Aprēķini, kāda ir varbūtība, ka, vienu pēc otras no groza izņemot četras bumbiņas, veidosies vārds "kola", izmantojot: a) kombinatorikas zināšanas, b) notikumu neatkarību! 3. Apskatam mēģinājumu "vienlaicīgi met četras vienādas monētas". Sastādi dotā mēģinājuma iznākumu kopu, pieņemot, ka monēta var nokrist vai nu ar monētu uz augšu, vai ar ģerboni uz augšu! Izsaki prognozi par to, kurš no iznākumu kopas elementiem realizēsies ar vislielāko varbūtību un kurš ar vismazāko varbūtību! Pārbaudi savu prognozi, izmantojot datorsimulāciju! Pamato teorētiski ar datorsimulāciju (M_11_UP_03_VM4) iegūtos datus!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izsaka un pamato viedokli par varbūtību teorijas pielietojamības iespējām ikdienā.	Aptaujājot klases meitenes, tika noskaidrots, ka meitenes ar gariem matiem ir labākas peldētājas nekā meitenes ar īsiem matiem. Vai var droši apgalvot, ka no skolas uz labu laimi izvēlēta meitene ar gariem matiem būs laba peldētāja?	Nosauc parādības vai lietas apkārtējā dzīvē, kuras realizējas ar kaut kādu varbūtību! Izsaki savus apsvērumus, kuros gadījumos ir zināma varbūtības skaitliskā vērtība vai pastāv iespēja to noskaidrot!	Kuros no dotajiem apgalvojumiem varbūtības jēdziens ir lietots korekti no matemātikas viedokļa? a) Varbūtība, ka jaunas ģimenes pirmdzimtais būs zēns ir 0,5. b) Varbūtība, ka mūsu futbolisti iekļūs pasaules čempionāta finālā ir 1 pret 100. c) Tā kā varbūtība ar diviem spēļu kauliņiem uzmet divus sešniekus ir $\frac{1}{36}$, tad divus sešniekus iegūsim tikai vienā gadījumā no 36. d) Varbūtība, ka rīt līs lietus, ir tuvu 0. e) Ciest autokatastrofā ir daudz lielāka varbūtība, nekā ciest aviokatastrofā.
Izprot varbūtību teorijas lietojumu fizikā, spēļu teorijā, apdrošināšanas praksē, ģenētikā u.c.	Nosauc nozares, kurās izmanto varbūtību teorijas jēdzienus! Apraksti procesu vai parādību, kas raksturo šo nozari un kuras realizēšanās ir varbūtiska!	1. "Latvijas Loto" organizē loteriju "5 no 35", kurā jāizvēlas 5 skaitļi no dotajiem 35 skaitļiem, un spēli KENO, kurā jāizvēlas 20 skaitļi no 62. Kurā no spēlēm ir lielāka iespēja uzminēt visus skaitļus! 2. Augļu mušiņa ir aptuveni piecas reizes mazāka nekā mājas muša. Viņa ir ļoti iecienīts ģenētisko pētījumu objekts tādēļ, ka viņai ir daudz labi atšķiramu un nosakāmu mutanto pazīmju. Šo pazīmju apzīmējumi ir: G – gari spārni, g – īsi spārni, P – pelēks ķermenis, p – melns ķermenis (G, P – dominantās pazīmes, g, p – recesīvās pazīmes). Tā kā visas pazīmes iedzimst neatkarīgi cita no citas, ir iespējams izmantot varbūtību aprēķināšanas likumus: varbūtība, ka būs gari spārni, ir $\frac{3}{4}$; varbūtība, ka būs īsi spārni, ir $\frac{1}{4}$; varbūtība, ka būs pelēks ķermenis, ir $\frac{3}{4}$; varbūtība, ka būs melns ķermenis, ir $\frac{1}{4}$. Aprēķini varbūtību, ka augļu mušiņai būs: a) gari spārni un pelēks ķermenis; b) gari spārni un melns ķermenis; c) īsi spārni un pelēks ķermenis; d) īsi spārni un melns ķermenis!	1. Francijā 17. gadsimtā bija iecienītas azarta spēles. Liels azarta spēļu cienītājs bija francūzis de Merē (1607 – 1684), kura draugs bija ievērojamais matemātiķis B. Paskāls (1623 – 1662). Spēlējot de Merē ievēroja likumsakarības, kuras ne vienmēr varēja izskaidrot. Šādos gadījumos viņš griezās pie B. Paskāla. Lūk, divi de Merē uzdevumi: Vai varbūtība, ka metot spēļu kauliņu četras reizes, uzkrīt vismaz viens sešnieks, ir lielāka par $\frac{1}{2}$? N reizes vienlaicīgi tiek mesti divi spēļu kauliņi. Vai gadījumā, ja $n=24$ varbūtība vismaz vienu reizi uzmet divus sešniekus, ir lielāka par $\frac{1}{2}$? 2. Dota datorsimulācija – spēle "Laires piramīda" (M_11_UP_05_VM1). Izvēloties atbilstošu mēģinājumu skaitu un veicot tos, izsaki pieņēmumu par to, kurā no lauciņiem piramīdas pamatā bumbiņa nonāk biežāk! Pamato ar datorsimulāciju iegūtos datus, izmantojot zināšanas varbūtību teorijā!

STUNDAS PIEMĒRS

VARBŪTĪBAS APRĒĶINĀŠANAS ĢEOMETRISKĀ METODE

Mērķis

Radīt izpratni par ģeometrisko varbūtības aprēķināšanas metodi, izmantojot datorsimulāciju.

Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Izmantojot datorsimulāciju, saskata iespēju aprēķināt varbūtību ar ģeometrisku metodi.
- Aprēķina varbūtības, izmantojot ģeometrisku varbūtību aprēķināšanas metodi.

Nepieciešamie resursi

- Izdales materiāls (M_11_SP_05_P1).
- Vizuālais materiāls (M_11_SP_05_VM1).
- Datori, vēlams projektors.

Mācību metodes

Situācijas izspēle, uzdevumu risināšana.

Mācību organizācijas formas

Pāru darbs, individuāls darbs.

Vērtēšana

Skolēni veic pašnovērtējumu par ģeometriskās varbūtību aprēķināšanas metodes saskatīšanu un prasmi to lietot; skolotājs gūst informāciju par skolēnu prasmēm, vērojot darbu, uzklusot secinājumus.

Skolotāja pašnovērtējums

Secina par stundas mērķa sasniegšanu, izmantotās metodes lietderību un efektivitāti, kā arī par to, kas jāņem vērā turpmāk, izmantojot IT skolēnu patstāvīgam darbam.

Stundas gaita

Skolēni zina relatīvā biežuma jēdzienu, varbūtību aprēķināšanas klasisko un statistisko metodi.

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Situācijas izspēle (simulācija) (20 minūtes)	
Jautā, kā skolēni atrisinātu uzdevumu: Dots kvadrātisks laukums, kurā iezīmēta figūra – mērķis. Tiek mestas šautriņas, kuras vienmēr ieduras laukumā. Kāda varbūtība, ka šautriņa trāpa mērķī? Akcentē nepieciešamību pēc liela mēģinājumu skaita izvēlētai mērķa figūrai. Jautā par varbūtības atkarību no mērķa figūras formas un laukuma, ja skolēni paši par to nav minējuši. Aicina formulēt hipotēzes. Hipotēzes uzraksta uz tāfeles. <i>Var vienoties par vienu hipotēzi, ko pārbaudīs, bet var arī katrs pārbaudīt savu.</i> Informē, ka stundā veiks eksperimentu, izmantojot datorsimulāciju, ar mērķi pārbaudīt hipotēzi par relatīvā trāpīšanas biežuma (statistiskās varbūtības) saistību ar figūras lielumu. Aicina skolēnus sadalīties pāros vai individuāli pie datoriem datorklasē. Izniedz skolēniem darba lapu ar stundā veicamo uzdevumu (M_11_SP_05_P1). Norāda izpildes laiku 10 minūtes. Aicina skolēnus atvērt datni (M_11_SP_05_VM1) un veikt uzdevumus, sekojot norādījumiem darba lapā. Seko, lai skolēni iespējami dažādos veidos mainītu lielumus. Pārrunā ar skolēniem iegūtos rezultātus, komentē lieluma Δ nozīmi. Aicina skolēnus komentēt hipotēzes apstiprināšanos vai noraidīšanu un iespēju varbūtību aprēķināšanai izmantot laukumu attiecību. <i>Ja nepieciešams, var uz tāfeles vai, izmantojot datoru un projektoru, apkopot visus iegūtos rezultātus, ja katram pārim, izmantojot tikai savus datus, secinājumu neizdodas izdarīt.</i> Definē ģeometrisku varbūtību.	Piedāvā iespējamus risinājumus, izmantojot iepriekšējās zināšanas un pieredzi. <i>Skolēni iespējams minēs, ka var eksperimentāli noteikt notikuma “trāpa mērķī” iestāšanās relatīvo biežumu. Ja metienu skaits ir bijis pietiekami liels, relatīvais biežums ir šī notikuma varbūtība.</i> Izsaka pieņēmumus par to, vai un kā varbūtība atkarīga no mērķa formas un laukuma. Hipotēzi pieraksta. Ieņem darba vietu pie datora. Saņem darba lapu, iepazīstas ar uzdevumu. Ja nepieciešams, uzdod jautājumus par neskaidro darba lapā. Veic eksperimentu, izvēloties dažādus maināmos lielumus (adatu skaitu, figūru laukumus). Ieraksta iegūtos rezultātus tabulā. Uzraksta secinājumus par iegūtajiem lielumiem S1 un S2. Apraksta novērojumus. Izsaka secinājumus. Komentē varbūtību aprēķināšanas dažādas iespējas. Salīdzina konstatēto ar citu skolēnu rezultātiem un secinājumiem. Diskutē, pamato viedokli. Pārliecinās, ka pareizi sapratuši varbūtības aprēķināšanas metodes. Pieraksta galveno. Ja nepieciešams, uzdod jautājumus.
Uzdevumu risināšana (20 minūtes)	
Piedāvā skolēniem tipveida uzdevumus, kuros varbūtības aprēķina ģeometriski, piemēram, 10. nodaļas 112. uzdevums no D. Kriķis, P. Zariņš, V. Ziobrovskis “Diferencēti uzdevumi matemātikā”, 6.8. paragrāfa 1. piemērs no D. Kriķis, K. Šteiners “Algebra 10.-12. klasei VI daļa”, 66. paragrāfa 4. uzdevums no V. Ziobrovskis, B. Siliņa “Algebra vidusskolai”. Darbu organizē pāros vai individuāli, dodot iespēju skolēniem veikt paškontroli. Pārrunā stundas laikā apgūto, pārliecinās, vai skolēni sapratuši dažādo varbūtību aprēķināšanas metožu iespējas un priekšrocības. <i>Var piedāvāt situācijas, kurās jāaprēķina notikuma varbūtība, ar uzdevumu skolēniem – noteikt atbilstošo metodi.</i>	Risina uzdevumus – aprēķina ģeometrisku varbūtību, pārbauda risinājumu pareizību. Pārdomā stundā apgūto, novērtē savu izpratni. Izsaka savu viedokli par priekšrocībām, grūtībām un problēmām.

IZLOZE

Darba izpildes laiks 40 minūtes

M_11_LD_05

Mērķis

Attīstīt prasmi aprēķināt neatkarīgu notikumu varbūtību, veicot reālu eksperimentu un izvērtējot iegūtos rezultātus.

Sasniedzamais rezultāts

- Saskata pētāmo problēmu.
- Formulē hipotēzi.
- Aprēķina notikuma varbūtību.
- Izvērtē rezultātus un secina.

Saskata un klasificē lielumus, formulē pētāmo problēmu	Patstāvīgi
Veido plānu	Dots
Iegūst un apstrādā informāciju	Patstāvīgi
Formulē pieņēmumu/ hipotēzi	Patstāvīgi
Veic pierādījumu	Mācās
Analizē un izvērtē rezultātus, secina	Patstāvīgi
Prezentē darba rezultātus	–
Sadarbojas, strādājot grupā (pārī)	–

Darbu ieteicams veikt temata sākumā, kamēr skolēni vēl nav mācījušies aprēķināt varbūtību šāda veida uzdevumos.

Situācijas apraksts

Vakariņu trauki ir jānomazgā kādam no abiem brāļiem. Tas, kurš mazgās traukus, tiek noteikts ar izlozi. Reiz lielais brālis ierosina viena mēneša laikā katru vakaru veikt izlozi, izmantojot divus metamos kauliņus. Noteikumi ir šādi – katru vakaru mazais brālis vienu reizi met divus kauliņus. Ja uz abiem kauliņiem uzmes-to punktu summa ir:

- 2; 3; 4; 5; 10; 11 vai 12, tad traukus mazgā lielais brālis,
- 6; 7; 8 vai 9, tad traukus mazgā mazais brālis.

Pētāmā problēma

Kuram no brāļiem šī mēneša laikā varētu būt biežāk jāmazgā trauki?

Šī ir viena no iespējamām skolēnu izvirzītajām pētāmajām problēmām. Pirms tālākā darba vajadzētu vienoties par vienu pētāmo problēmu.

Darba piederumi

2 metemie kauliņi.

Datu reģistrēšana un apstrāde, hipotēzes izvirzīšana un pierādīšana

1. Izpilda 30 metienus ar diviem metamajiem kauliņiem un aizpilda 1. tabulu.

1. tabula

Metiens	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Punktu summa										

Metiens	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Punktu summa										

Metiens	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
Punktu summa										

2. Izsaka hipotēzi par pētāmās problēmas atrisinājumu.

Jāņem vērā, ka 30 mēģinājumi ir par maz, lai hipotēze būtu viennozīmīga, tās var būt dažādas, pat diametrāli pretējas. Nevienam no pareizi formulētām hipotēzēm nedrīkst uzskatīt kā nepareizu.

3. Apkopo rezultātus 2. tabulā un iesniedz to skolotājam.

2. tabula

Metiens	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktu summa											

Skolēnam var izsniegt atsevišķu pielikumu ar 2. tabulu un iepriekš sagatavot kodoskopa materiālu ar 2. tabulu, kurā pēc datu saņemšanas no skolēniem demonstrē klases kopīgos datus. To var darīt arī ar interaktīvās tāfeles palīdzību, jau pirms stundas sagatavojot tukšu tabulu. Daudz laika neaizņem arī tabulas izveidošana uz krīta tāfeles. Pirms stundas pārdomā, kā labāk organizēt skolēnu iesniegto datu saskaitīšanu.

4. Ja nepieciešams, precizē vai koriģē hipotēzi pēc iepazīšanās ar visu klases skolēnu iegūtajiem datiem.

Vēlams, lai arī šo soli skolēni vēl veiktu patstāvīgi.

5. Pierāda izvirzīto hipotēzi.

Atkarībā no skolotāja izvirzītajiem mērķiem, vietas temata apguvē un klases sagatavotības šo darba posmu skolēni var veikt patstāvīgi vai skolotāja vadībā. Iespējams, ka skolotājs tikai iedod pierādījuma ideju. Viens no iespējamiem risinājumiem.

Izveido tabulu, kurā attēlotas iespējamās summas, kas var veidoties, saskaitot divu uzņemto kauliņu punktu skaitu.

						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

Pavisam ir iespējami 36 gadījumi. No tabulas redzams, ka summa 6; 7; 8 vai

9 veidosies 20 gadījumos un varbūtība uzņemst 6; 7; 8 vai 9 ir $p = \frac{20}{36} = \frac{5}{9} \approx 56\%$. Savukārt summa 2; 3; 4; 5; 10; 11 vai 12 veidosies 16 gadījumos un varbūtība uz-

mest 2; 3; 4; 5; 10; 11 vai 12 ir $p = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} \approx 44\%$.

Skolotājs kādā no darba posmiem vai kā papildinformāciju pirms secinājumu veikšanas var izmantot arī datorsimulāciju "Metamais kauliņš" (M_11_UP_03_VM3). Šajā gadījumā pozitīvais ir tas, ka ir iespējams palielināt mēģinājumu skaitu.

Rezultātu izvērtēšana un secinājumi

Dažas iespējamās skolēnu idejas.

Mazais brālis biežāk mazgās traukus.

Varbūtiski procesi ne vienmēr pakļaujas teorētiski iegūtajiem rezultātiem.

Svarīgākais faktors ir mēģinājumu skaits – no neliela mēģinājumu skaita nevajadzētu izvirzīt hipotēzi un, ja arī izvirza, tā ir teorētiski jāpamato.

Šis darbs ir piemērots secinājumu formulēšanai un darba izvērtēšanai, tāpēc šai darba daļai jāvelta pienācīga uzmanība un laiks. Nevajadzētu aprobežoties tikai ar to, ka skolēni rakstiski aizpilda darba lapu.

Vārds

uzvārds

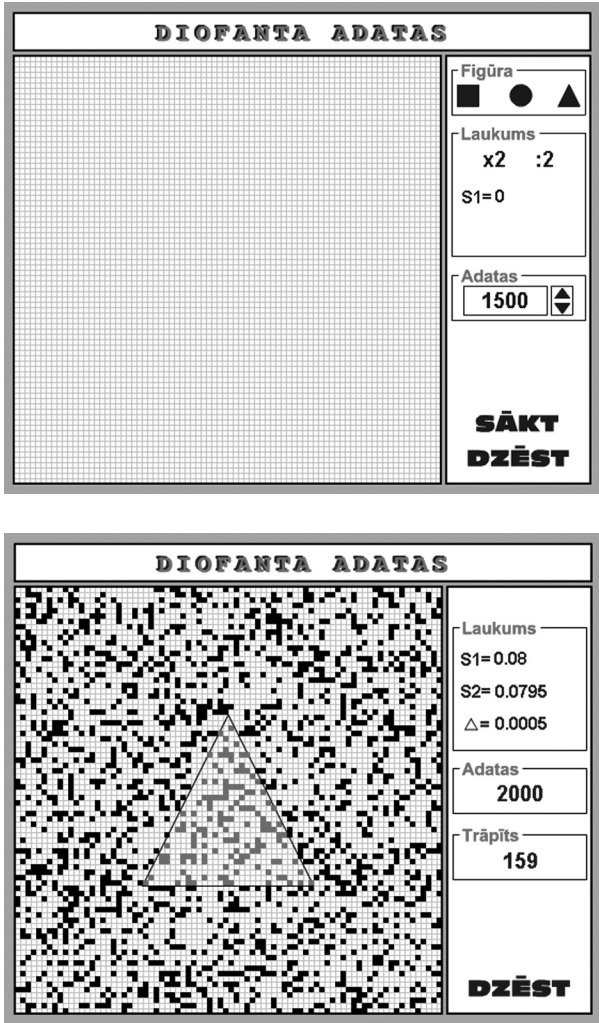
klase

datums

DIOFANTA ADATAS

1. uzdevums

Atver datorsimulāciju, un iepazīsties ar komentāriem!



- a) Rūtotā kvadrāta laukums ir viena vienība. Kvadrātā iespējams iezīmēt mērķi kvadrāta, riņķa vai trijstūra formā un mainīt tā lielumu (poga **x2** mērķi palielina 2 reizes, poga **:2** mērķi samazina 2 reizes). S1 norāda iezīmētās figūras – mērķa laukuma attiecību pret visa kvadrāta laukumu.
- b) Logā *Adatas* var izvēlēties adatu skaitu. Pēc pogas **SĀKT** nospiešanas kvadrātā tiek mestas adatas. Logā *Trāpīts* redzams mērķi trāpījušo adatu skaits. Tiek aprēķināta mērķi trāpījušo adatu skaita attiecība pret visu izmesto adatu skaitu – S2 (S2 ir ar statistisko metodi aprēķināta varbūtība, ka mestā adata trāpīs iezīmētajā figūrā). Datorprogramma vēl aprēķina $\Delta = |S1 - S2|$.

- c) Lai sāktu jaunu mēģinājumu, jānospiež poga **DZĒST**.

2. uzdevums

Veic 5 mēģinājumus, izvēloties adatu skaitu, mērķa formu un lielumu! Mēģinājumu rezultātus ieraksti tabulā! Salīdzini lielumus S1 un S2!

Nr.	Izvēlētā mērķa figūras forma	Izmesto adatu skaits	Mērķi trāpījušo adatu skaits	S1	S2
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

Secinājumi par lielumiem S1 un S2

Vārds

uzvārds

klase

datums

IZLOZE

Situācijas apraksts

Vakariņu trauki ir jānomazgā kādam no abiem brāļiem. Tas, kurš mazgās traukus, tiek noteikts ar izlozi. Reiz lielais brālis ierosina viena mēneša laikā katru vakaru veikt izlozi, izmantojot divus metamos kauliņus. Noteikumi ir šādi – katru vakaru mazais brālis vienu reizi met divus kauliņus. Ja uz abiem kauliņiem uzņemto punktu summa ir:

- 2; 3; 4; 5; 10; 11 vai 12, tad traukus mazgā lielais brālis,
- 6; 7; 8 vai 9, tad traukus mazgā mazais brālis.

Pētāmā problēma

Darba piederumi

2 metamie kauliņi.

Datu reģistrēšana un apstrāde, hipotēzes izvirzīšana un pierādīšana

1. Izpildi 30 metienus ar diviem metamajiem kauliņiem un aizpildi 1. tabulu!

1. tabula

Metiens	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Punktu summa										

Metiens	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Punktu summa										

Metiens	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
Punktu summa										

2. Izsaki hipotēzi par pētāmās problēmas atrisinājumu!

3. Apkopo rezultātus 2. tabulā un iesniedz šos datus skolotājam!

2. tabula

Metiens	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktu summa											

4. Ja nepieciešams, precizē vai koriģē hipotēzi pēc iepazīšanās ar visu klases skolēnu iegūtajiem datiem!

5. Pierādi izvirzīto hipotēzi!

Rezultātu izvērtēšana un secinājumi

✂ -----

2. tabula

Metiens	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktu summa											

✂ -----

2. tabula

Metiens	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktu summa											

✂ -----

2. tabula

Metiens	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktu summa											

✂ -----

2. tabula

Metiens	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktu summa											

✂ -----

2. tabula

Metiens	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktu summa											

✂ -----

Vārds

uzvārds

klase

datums

VARBŪTĪBU TEORIJAS JĒDZIENI

Uzdevums (30 punkti)
 Aizpildi tabulu!

Mēģinājums (eksperiments)	Iespējamie iznākumi	Iespējamo iznākumu skaits	Notikums M	Notikumam M labvēlīgie iznākumi	Notikumam M labvēlīgo iznākumu skaits	Notikumam M pretējais notikums $\bar{M}$	Notikuma M varbūtība	Notikuma $\bar{M}$ varbūtība
Monētas mešana			Uzmest ģerboni					
Spēļu kauliņa mešana			Uzmest 5 punktus					
Burta izvēle no latviešu alfabēta (33 burti)			Izvēlēties burtu W					
Monētas mešana trīs reizes pēc kārtas			Uzmest 3 ģerboņus					
Šautriņas mešana šādā mērķī: (jebkurā mērķa punktā ir vienādi iespējams trāpīt)			Trāpīt iekrāsotajā laukumā					

Vārds

uzvārds

klase

datums

VARBŪTĪBU TEORIJAS ELEMENTI

1. variants

1. uzdevums (8 punkti)

Monētu met trīs reizes pēc kārtas un atzīmē, kā tā nokrīt; ar ciparu vai ģerboni uz augšu.

a) Uzraksti vienu šī mēģinājuma iznākumu!

b) Uzraksti šī mēģinājuma iznākumu kopu!

c) Uzraksti notikumam “tieši divas reizes monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu” labvēlīgos iznākumus!

d) Aprēķini varbūtību notikumam “tieši divas reizes monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu”!

e) Nosaki doto notikumu veidu, savietojot ar atbilstošo jēdzienu!

Notikums

Ar ģerboni uz augšu monēta uzkritīs tikpat reizes, kā ar ciparu uz augšu.

Tieši vienu reizi monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu.

Trīs reizes monēta uzkritīs ar vienu un to pašu pusi uz augšu.

Vismaz divas reizes monēta uzkritīs ar vienu un to pašu pusi uz augšu.

Notikuma veids

Drošs notikums

Neiespējams notikums

2. uzdevums (5 punkti)

Tiek mests spēļu kauliņš. Notikums A ir “uzmest skaitli, kas ir mazāks nekā 3”, bet notikums B ir “uzmest skaitli, kas ir vismaz 5”.

a) Nosaki, vai notikumi A un B ir savienojami vai nesavienojami! Atbilde pamato!

b) Uzraksti notikumu $A \cup B$!

c) Aprēķini notikuma $A \cup B$ varbūtību $P(A \cup B)$!

d) Izveido un uzraksti notikumu C , kas ir savienojams ar notikumu A !

3. uzdevums (3 punkti)

Vasaras nometnē no rīta bērni var izvēlēties spēlēt tenisu, volejbolu, basketbolu vai novusu. Pēcpusdienā viņi var iet peldēt vai braukt ar laivu. Dienas plāns sastāv no divām nodarbībām: viena no rīta, otra pēcpusdienā.

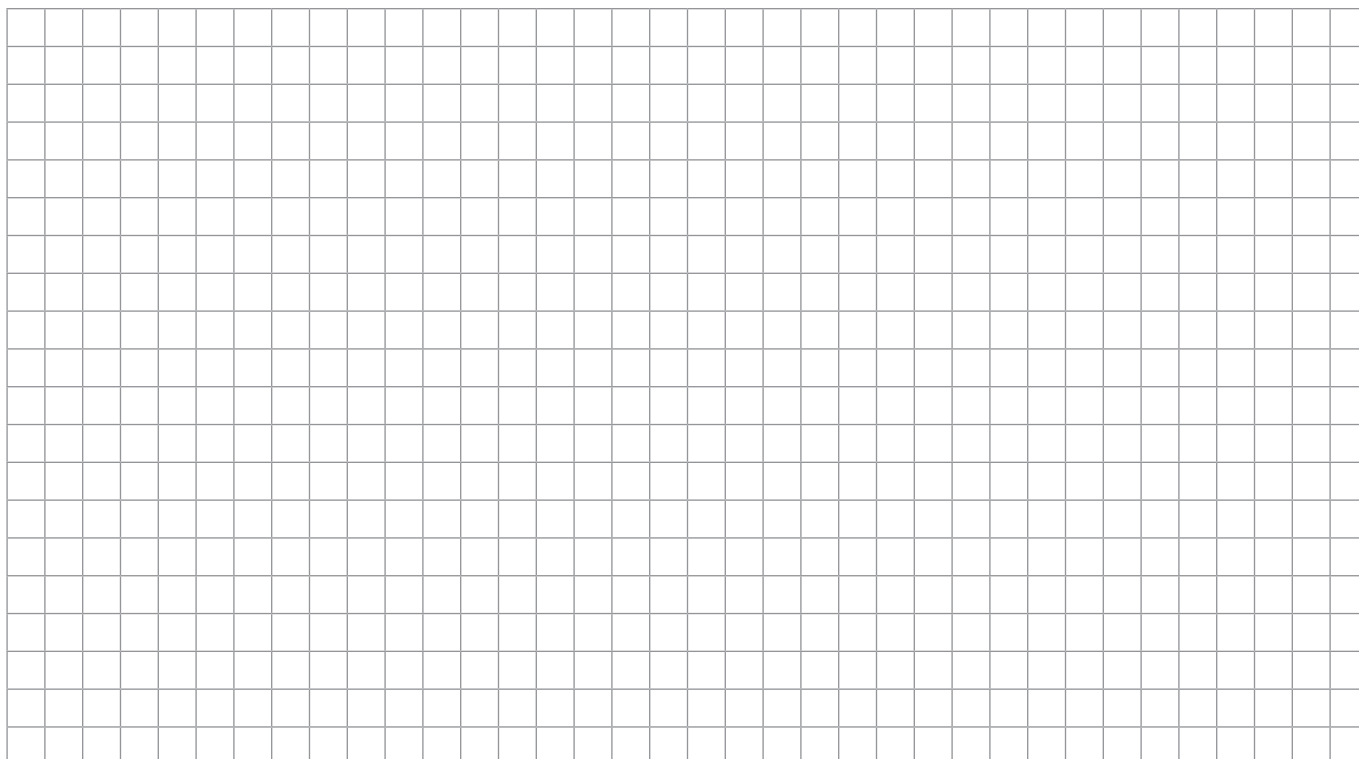
- Cik dažādus dienas plānojumus var izveidot, ja izvēlas gan no rīta, gan pēcpusdienā vienu no piedāvātajām iespējām un visas izvēles iespējas ir vienādi iespējami notikumi?
- Kāda ir varbūtība, ka dienas plānā ir iekļauts teniss un braukšana ar laivu?
- Kāda ir varbūtība, ka dienas plānā ir iekļauta peldēšana?

4. uzdevums (5 punkti)

Trauciņā atrodas šokolādes konfektes: 6 “Serenādes” un 4 “Magonītes”. Zanei bija jāpaņem 3 konfektes, un izvēlētās jebkuru konfekti ir vienādi iespējami notikumi. Aprēķini varbūtību notikumam A – “Zane izvēlējās vismaz 1 “Serenādi””!

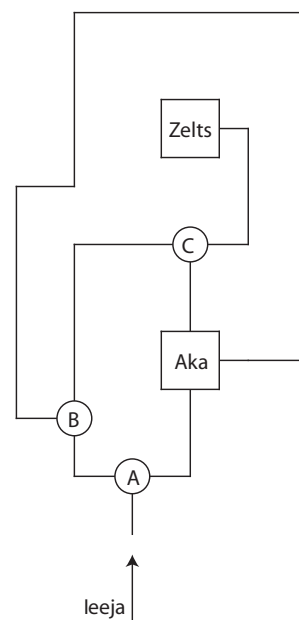
5. uzdevums (5 punkti)

Kvadrātā, kura virsotnes ir $(2;0)$, $(2;2)$, $(0;2)$ un $(0;0)$, uz labu laimi izvēlas punktu $(x; y)$. Kāda ir varbūtība, ka šis punkts atrodas kvadrāta daļā, ko ierobežo y ass un funkcijas $y = \frac{1}{2}x$ grafiks?



6. uzdevums (5 punkti)

Telpā **Zelts** atrodas lāde ar zelta monētām, bet telpā **Aka** ir dziļa aka, no kuras izklūt nav iespējams. Krustojumos *A*, *B* un *C* griezties atpakaļ nedrīkst un tālāko ceļu izvēle ir vienlīdz iespējami notikumi. Kāda ir varbūtība, ka dārgumu meklētājs nokļūs līdz lādei?



Vārds

uzvārds

klase

datums

VARBŪTĪBU TEORIJAS ELEMENTI

2. variants

1. uzdevums (8 punkti)

Monētu met trīs reizes pēc kārtas un atzīmē, kā tā nokrīt; ar ciparu vai ģerboni uz augšu.

a) Uzraksti vienu šī mēģinājuma iznākumu!

b) Uzraksti šī mēģinājuma iznākumu kopu!

c) Uzraksti notikumam “tieši vienu reizi monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu” labvēlīgos iznākumus!

d) Aprēķini varbūtību notikumam “tieši vienu reizi monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu”!

e) Nosaki doto notikumu veidu, savietojot ar atbilstošo jēdzienu!

Notikums

Monēta uzkritīs ar vienu un to pašu pusi uz augšu vairāk kā 1 reizi.

Tieši divas reizes monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu.

Trīs reizes monēta uzkritīs ar ciparu uz augšu.

Ciparu būs par 2 vairāk nekā ģerboņu.

Notikuma veids

Drošs notikums

Neiespējams notikums

2. uzdevums (5 punkti)

Tiek mests spēļu kauliņš ar sešām skaldnēm. Notikums A ir “uzmest skaitli, kas ir lielāks nekā 4”, bet notikums B ir “uzmest skaitli, kas nepārsniedz 3”.

a) Nosaki, vai notikumi A un B ir savienojami vai nesavienojami! Atbilde pamato!

b) Uzraksti notikumu $A \cup B$!

c) Aprēķini notikuma $A \cup B$ varbūtību $P(A \cup B)$!

d) Izveido un uzraksti notikumu C , kas ir savienojams ar notikumu A !

3. uzdevums (3 punkti)

Skolā ārpus mācībām skolēni var izvēlēties gan spēlēt galda spēles: dambreti, šahu, novusu vai galda tenisu, gan arī darboties tūrisma vai aerobikas pulciņos. Nedēļā notiek divas nodarbības: viena galda spēlēs, otra vienā no pulciņiem.

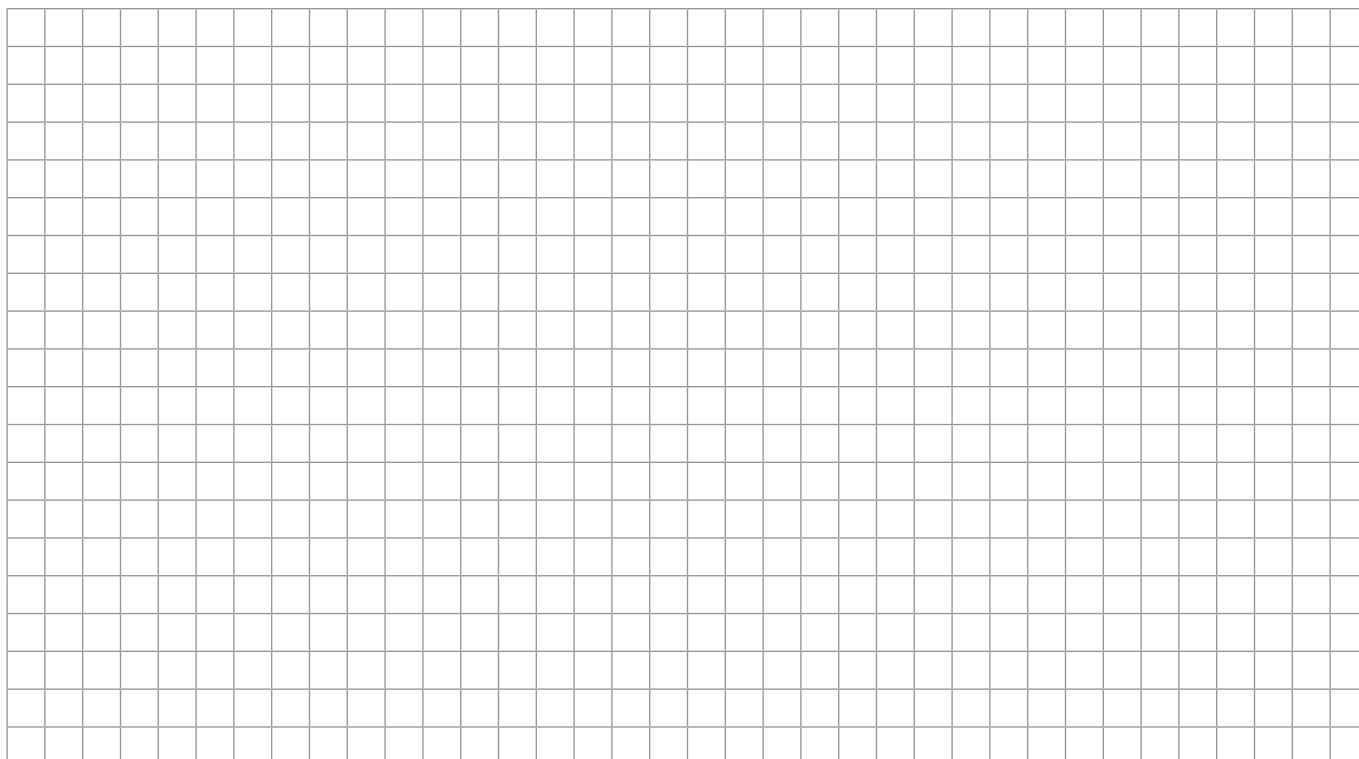
- Cik dažādus nedēļas plānojumus var izveidot, ja spēlē gan galda spēli, gan darbojas pulciņā, un visas izvēles iespējas ir vienādi iespējami notikumi?
- Kāda ir varbūtība, ka nedēļā skolēns spēlē šahu un apmeklē aerobiku?
- Kāda ir varbūtība, ka nedēļā skolēns apmeklē tūrisma pulciņu?

4. uzdevums (5 punkti)

Traukā atrodas augļi: 4 apelsīni un 5 bumbieri. Santai bija jāpaņem 3 augļi, un izvēlēties jebkuru augli ir vienādi iespējami notikumi. Aprēķini varbūtību notikumam A – “Santa izvēlējās vismaz 1 apelsīnu”!

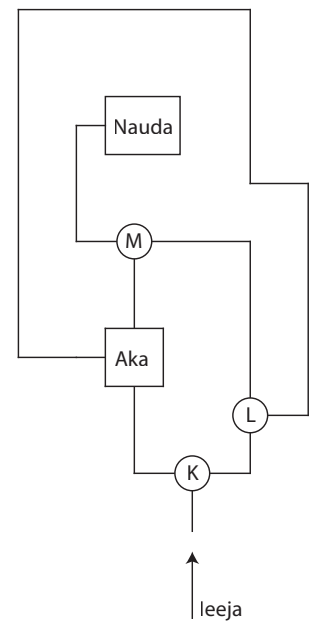
5. uzdevums (5 punkti)

Kvadrātā, kura virsotnes ir $(3;0)$, $(3;3)$, $(0;3)$ un $(0;0)$, uz labu laimi izvēlas punktu $(x; y)$. Kāda ir varbūtība, ka šis punkts atrodas kvadrāta daļā, ko ierobežo x ass un funkcijas $y = \frac{1}{3}x$ grafiks?



6. uzdevums (5 punkti)

Telpā **Nauda** atrodas lāde ar zelta monētām, bet telpā **Aka** ir dziļa aka, no kuras izklūt nav iespējams. Krustojumos *K*, *L* un *M* griezties atpakaļ nedrīkst, un tālāko ceļu izvēle ir vienlīdz iespējami notikumi. Kāda ir varbūtība, ka dārgumu meklētājs nokļūs līdz lādei?



VARBŪTĪBU TEORIJAS ELEMENTI

1. variants

1. uzdevums (8 punkti)

Monētu met trīs reizes pēc kārtas un atzīmē, kā tā nokrīt; ar ciparu vai ģerboni uz augšu.

- Uzraksti vienu šī mēģinājuma iznākumu!
- Uzraksti šī mēģinājuma iznākumu kopu!
- Uzraksti notikumam “tieši divas reizes monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu” labvēlīgos iznākumus!
- Aprēķini varbūtību notikumam “tieši divas reizes monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu”!
- Nosaki doto notikumu veidu, savietojot ar atbilstošo jēdzienu!

Notikums	Notikuma veids
Ar ģerboni uz augšu monēta uzkritīs tikpat reizes, kā ar ciparu uz augšu.	Drošs notikums
Tieši vienu reizi monēta uzkritīs ar ģerboni uz augšu.	Neiespējams notikums
Trīs reizes monēta uzkritīs ar vienu un to pašu pusi uz augšu.	
Vismaz divas reizes monēta uzkritīs ar vienu un to pašu pusi uz augšu.	

2. uzdevums (5 punkti)

Tiek mests spēļu kauliņš. Notikums A ir “uzmest skaitli, kas ir mazāks nekā 3”, bet notikums B ir “uzmest skaitli, kas ir vismaz 5”.

- Nosaki, vai notikumi A un B ir savienojami vai nesavienojami! Atbildi pamato!
- Uzraksti notikumu $A \cup B$!
- Aprēķini notikuma $A \cup B$ varbūtību $P(A \cup B)$!
- Izveido un uzraksti notikumu C , kas ir savienojams ar notikumu A !

3. uzdevums (3 punkti)

Vasaras nometnē no rīta bērni var izvēlēties spēlēt tenisu, volejbolu, basketbolu vai novusu. Pēcpusdienā viņi var iet peldēt vai braukt ar laivu. Dienas plāns sastāv no divām nodarbībām: viena no rīta, otra pēcpusdienā.

- Cik dažādus dienas plānojumus var izveidot, ja izvēlas gan no rīta, gan pēcpusdienā vienu no piedāvātajām iespējām un visas izvēles iespējas ir vienādi iespējami notikumi?
- Kāda ir varbūtība, ka dienas plānā ir iekļauts teniss un braukšana ar laivu?
- Kāda ir varbūtība, ka dienas plānā ir iekļauta peldēšana?

4. uzdevums (5 punkti)

Traucīgā atrodas šokolādes konfektes: 6 “Serenādes” un 4 “Magonītes”. Zanei bija jāpaņem 3 konfektes, un izvēlēties jebkuru konfekti ir vienādi iespējami notikumi. Aprēķini varbūtību notikumam A – “Zane izvēlējās vismaz 1 “Serenādi””!

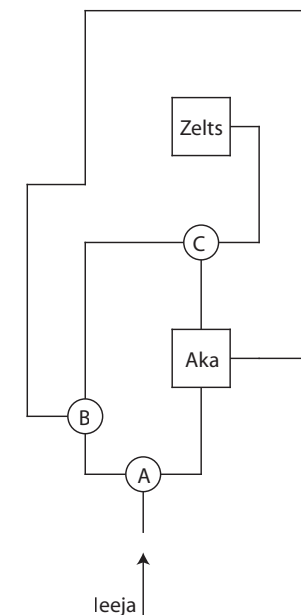
5. uzdevums (5 punkti)

Kvadrātā, kura virsotnes ir $(2;0)$, $(2;2)$, $(0;2)$ un $(0;0)$, uz labu laimi izvēlas punktu $(x; y)$. Kāda ir varbūtība, ka šis punkts atrodas kvadrāta daļā, ko ierobežo y ass

un funkcijas $y = \frac{1}{2}x$ grafiks?

6. uzdevums (5 punkti)

Telpā **Zelts** atrodas lāde ar zelta monētām, bet telpā **Aka** ir dziļa aka, no kuras izklūt nav iespējams. Krustojumos A , B un C griezties atpakaļ nedrīkst un tālāko ceļu izvēle ir vienlīdz iespējami notikumi. Kāda ir varbūtība, ka dārgumu meklētājs nokļūs līdz lādei?



VARBŪTĪBU TEORIJA ELEMENTI

2. variants

1. uzdevums (8 punkti)

Monētu met trīs reizes pēc kārtas un atzīmē, kā tā nokrīt; ar ciparu vai ģerboni uz augšu.

- Uzraksti vienu šī mēģinājuma iznākumu!
- Uzraksti šī mēģinājuma iznākumu kopu!
- Uzraksti notikumam “tieši vienu reizi monēta uzkrīt ar ģerboni uz augšu” labvēlīgos iznākumus!
- Aprēķini varbūtību notikumam “tieši vienu reizi monēta uzkrīt ar ģerboni uz augšu”!
- Nosaki doto notikumu veidu, savietojot ar atbilstošo jēdzienu!

Notikums	Notikuma veids
Monēta uzkrīt ar vienu un to pašu pusi uz augšu vairāk kā 1 reizi.	Drošs notikums
Tieši divas reizes monēta uzkrīt ar ģerboni uz augšu.	Neiespējams notikums
Trīs reizes monēta uzkrīt ar ciparu uz augšu.	
Ciparu būs par 2 vairāk nekā ģerboņu.	

2. uzdevums (5 punkti)

Tiek mests spēļu kauliņš ar sešām skaldnēm. Notikums A ir “uzmest skaitli, kas ir lielāks nekā 4”, bet notikums B ir “uzmest skaitli, kas nepārsniedz 3”.

- Nosaki, vai notikumi A un B ir savienojami vai nesavienojami! Atbildi pamato!
- Uzraksti notikumu $A \cup B$!
- Aprēķini notikuma $A \cup B$ varbūtību $P(A \cup B)$!
- Izveido un uzraksti notikumu C , kas ir savienojams ar notikumu A !

3. uzdevums (3 punkti)

Skolā ārpus mācībām skolēni var izvēlēties gan spēlēt galda spēles: dambreti, šahu, novusu vai galda tenisu, gan arī darboties tūrisma vai aerobikas pulciņos. Nedēļā notiek divas nodarbības: viena galda spēlēs, otra vienā no pulciņiem.

- Cik dažādus nedēļas plānojumus var izveidot, ja spēlē gan galda spēli, gan darbojas pulciņā, un visas izvēles iespējas ir vienādi iespējami notikumi?
- Kāda ir varbūtība, ka nedēļā skolēns spēlē šahu un apmeklē aerobiku?
- Kāda ir varbūtība, ka nedēļā skolēns apmeklē tūrisma pulciņu?

4. uzdevums (5 punkti)

Traukā atrodas augļi: 4 apelsīni un 5 bumbieri. Santa bija jāpaņem 3 augļi, un izvēlēties jebkuru augli ir vienādi iespējami notikumi. Aprēķini varbūtību notikumam A – “Santa izvēlējās vismaz 1 apelsīnu”!

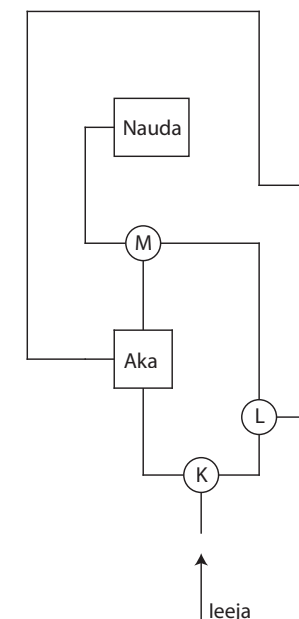
5. uzdevums (5 punkti)

Kvadrātā, kura virsotnes ir $(3;0)$, $(3;3)$, $(0;3)$ un $(0;0)$, uz labu laimi izvēlas punktu $(x; y)$. Kāda ir varbūtība, ka šis punkts atrodas kvadrāta daļā, ko ierobežo x

ass un funkcijas $y = \frac{1}{3}x$ grafiks?

6. uzdevums (5 punkti)

Telpā **Nauda** atrodas lāde ar zelta monētām, bet telpā **Aka** ir dziļa aka, no kuras izklūt nav iespējams. Krustojumos K , L un M griezties atpakaļ nedrīkst, un tālāko ceļu izvēle ir vienlīdz iespējami notikumi. Kāda ir varbūtība, ka dārgumu meklētājs nokļūs līdz lādei?

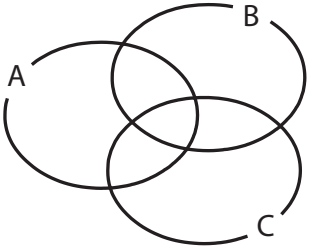
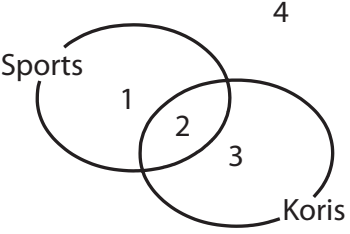


VARBŪTĪBU TEORIJA ELEMENTI

Vērtēšanas kritēriji

Uzdevums	Kritēriji	Punkti
1.	Uzraksta vienu mēģinājuma notikumu – 1 punkts	8
	Uzraksta visu mēģinājumu iznākumu kopu – 1 punkts	
	Uzraksta visu mēģinājumu iznākumu kopu – 1 punkts	
	Nosaka labvēlīgos iznākumus – 1 punkts	
	Aprēķina varbūtību – 1 punkts	
	Nosaka neiespējamu notikumu (drošu) – 1 punkts	
	Nosaka drošu notikumu (neiespējamu) – 1 punkts	
2.	Nosaka vai notikumi ir savienojami vai nesavienojami – 1 punkts	5
	Pamato notikumu veidu – 1 punkts	
	Uzraksta notikumu $A \cup B$ – 1 punkts	
	Aprēķina notikuma $A \cup B$ varbūtību – 1 punkts	
3.	Uzraksta ar notikumu A savienojamu notikumu C – 1 punkts	3
	Nosaka dienas (nedēļas) plānojumu skaitu – 1 punkts	
	Aprēķina kopējo varbūtību – 1 punkts	
4.	Aprēķina varbūtību – 1 punkts	5
	Uzraksta spriedumu par apskatāmiem notikumiem – 1 punkts	
	Aprēķina varbūtību, ja izvēlas 1 “Serenādi” (apelsīnu) – 1 punkts	
	Aprēķina varbūtību, ja izvēlas 2 “Serenādes” (apelsīnus) – 1 punkts	
	Aprēķina varbūtību, ja izvēlas 3 “Serenādes” (apelsīnus) – 1 punkts	
5.	Aprēķina varbūtību notikumam A – 1 punkts	5
	<i>Jebkurš cits pareizs risinājums vērtējams ar 5 punktiem</i>	
	Izveido zīmējumu (kvadrātu un funkcijas grafiku) – 1 punkts	
	Iezīmē kvadrāta daļu, kuru ierobežo funkcijas grafiks un $y(x)$ ass – 1 punkts	
	Aprēķina kvadrāta laukumu – 1 punkts	
	Aprēķina iezīmētā apgabala laukumu – 1 punkts	
	Aprēķina varbūtību, ka izvēlētais punkts atrodas iezīmētajā apgabalā – 1 punkts	

6.	Izprot, ka ceļu izvēle krustojumos ir neatkarīgi notikumi – 1 punkts	5
	Aprēķina varbūtību nokļūt punktā $B(L)$ – 1 punkts	
	Aprēķina varbūtību nokļūt punktā $C(M)$ – 1 punkts	
	Aprēķina varbūtību nokļūt telpā Zelts (Nauda) – 1 punkts	
	Pamato notikumu neatkarību – 1 punkts	
Kopā		29

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Veicot darbības ar notikumiem, lieto kopu teorijas pamatjēdzienus: apvienojums (summa), šķēlums (reizinājums), starpība – un attēlo tos ar Venna diagrammām.	1. Ko sauc par notikumu A un B apvienojumu un ko sauc par notikumu A un B šķēlumu? Atbildes ilustrē ar Venna diagrammām! 2. Doti notikumi: A – “metot spēļu kauliņu, uzņemtais skaits dalās ar 3”, un B – “metot spēļu kauliņu, uzņemtais skaits ir pāra skaits”. Nosaki: a) notikuma $A \cap B$ labvēlīgo iznākumu kopu; b) notikuma $A \cup B$ labvēlīgo iznākumu kopu! 2. Doti notikumi A, B, C (skat. zīm.). Zīmējumos attēlo (iekrāsojot atbilstošās kopas) notikumus: $\bar{B}$, $A \cup B$, $A \cap C$, $A \cap B \cap C$, $A \setminus B$! 	1. Doti notikumi: A – “metot spēļu kauliņu, ir uzņemts nepāra skaits punktu”, B – “metot spēļu kauliņu, uzņemti ne vairāk kā 2 punkti”, C – “metot spēļu kauliņu, nav uzņemti tieši 5 punkti”. Apraksti notikumus: $A \cup B$, $A \cap B$, $C \setminus A$, $\bar{C}$? 2. Daļa no klases skolēniem nodarbojas ar sportu, daļa dzied korī, bet daži nodarbojas gan ar sportu, gan dzied korī. Pēc zīmējuma nosaki, ko nozīmē notikumi 1, 2, 3 un 4? 	Apskatam mēģinājumu “met divus spēļu kauliņus”. Ja iespējams, uzraksti piemērus tādiem nesavienojamiem notikumiem A un B, ka: a) $p(A \cup B) = \frac{1}{2}$ un $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$ b) $p(A \cup B) = 1$ un $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$