

4.TEMATS Kombinatorikas elementi

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

[Stundas piemērs](#)

[M_11_SP_04_P1](#)

[Trīs modeļi](#)

Skolēna darba lapa

[M_11_SP_04_P2](#)

[Jautājumu kubs](#)

Skolēna darba lapa

[M_11_LD_04_P](#)

[Kombināciju skaita īpašība](#)

Skolēna darba lapa

[1.variants](#)

[2.variants](#)

[Vērtēšanas kritēriji](#)

KOMBINATORIKAS ELEMENTI

TEMATA APRAKSTS

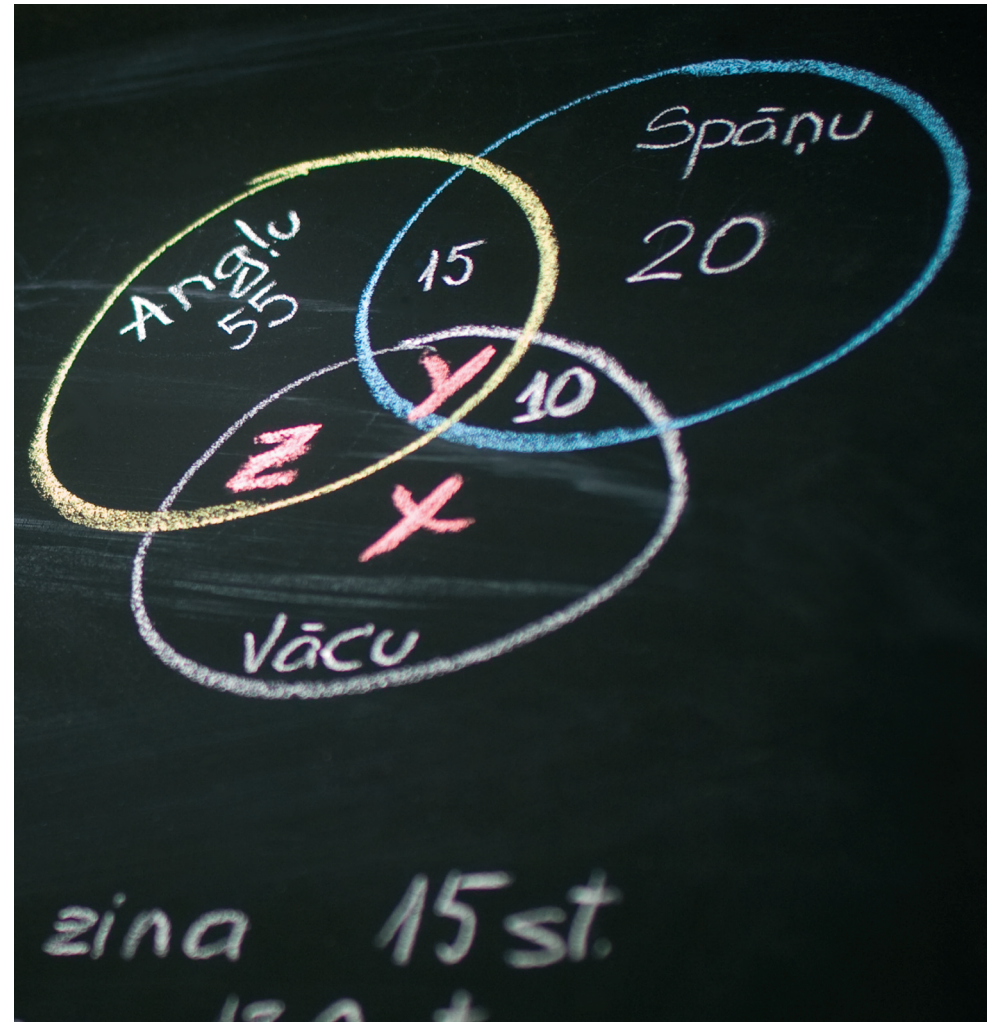
Kombinatorikas elementu iekļaušana vidusskolas matemātikas kursā ir likumsakarīga, jo pasaulē ir vērojams diskrētās matemātikas aktualitātes pieaugums. Šajā tematā skolēni nostiprina un pilnveido kombinatorisko domāšanu, kuras attīstīšana sāka jau sākumskolā un pamatskolā, kas tika aktualizēta arī ģeometrisko pārveidojumu apguves laikā. Kombinatorisko metožu lietojumu ir iespējams demonstrēt dažādās jomās: spēlēs, kodēšanā, komplektācijās, loģistikā, ģeometrijā un bioloģijā. Tematā iegūtās zināšanas un prasmes būs nepieciešams un iespējams izmantot nākamam tematam apgūvē (Varbūtību teorijas elementi, Stereometrijas ievads, Prizmas).

No pamatskolas matemātikas kursa skolēni prot grupēt elementus pēc dotajiem nosacījumiem, noteikt prasītā veida grupu skaitu, skolēniem ir zināmi kopu teorijas pamatjēdzieni.

Svarīgākie jēdzieni kombinatorikas elementu apgūvē ir: *sakārtota/nesakārtota izlase, permutācija, variācija, kombinācija, faktoriāls*. Tiek apgūta jauna simbolika. Svarīgi izprast un lietot kombinatorikas pamatlikumus.

Šajā tematā nevajadzētu aprobežoties tikai ar formulu reproducēšanu, jo kombinatorika nav tikai izlašu skaita noteikšana, bet veicināt īpašo kombinatorisko domāšanas veidu. Kombinatorika pēta dotas kopas elementu un apakškopu sakārtojumus, dažādus kombinatoriskus objektus, kas veidoti pēc noteikta priekšraksta. Tā ne tikai noskaidro iespējamo dažādo sakārtojumu skaitu, bet pēta šo sakārtojumu īpašības. Temata apgūvē jāveido skolēnu izpratne par nepieciešamību risināt, prasme saskatīt un atrisināt piecus kombinatorikas jautājumus/uzdevumus: 1. Vai eksistē kaut viens objekts ar prasītām īpašībām? 2. Atrast/izveidot/konstruēt kaut vienu kombinatorisko objektu. 3. Cik tādu objektu eksistē? 4. Atrast algoritmu, ar kuru var viegli sameklēt visus objektus. 5. Starp visiem kombinatoriskajiem objektiem atrast vienu ar kādu "izcilāko" īpašību.

Mācību procesu nepieciešams virzīt tā, lai skolēni pētnieciskā ceļā atklātu kombinatorikas pamatlikumus, izlašu skaita aprēķināšanas formulas, īpašības; pēc tam tās pierādītu. Šajā tematā var labi pilnveidot prasmi izvērtēt un interpretēt tekstu, jo saturiski ļoti dažādus uzdevumus no dažādām cilvēka darbības jomām var atrisināt, izmantojot vienu un to pašu matemātisko modeli. Kā dažādi interpretējamu objektu ieteicams aplūkot Paskāla trijstūri, saistot to ar kombināciju skaitu, tā īpašībām un Ņūtona binoma izvirzījuma koeficientiem.

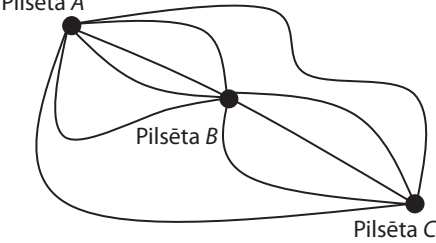




CEĻVEDIS



Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

| | | | | | |
|-----------|--|---|---|---|--|
| STANDARTĀ | Izprot kombinatorikas, varbūtību teorijas un statistikas jēdzienus, lieto tos, raksturojot datus un procesus. | Aprēķina elementu kopas izlašu skaitu, lietojot kombinatoriskos saskaitīšanas un reizināšanas likumus vai/un piemērotus aprēķināšanas algoritmus, notikumu varbūtību, datu statistiskos raksturlielumus. | Lieto dažādus spriedumu iegūšanas veidus (empīrisko, induktīvo, deduktīvo); vispārina, klasificē, saskata analogijas, novērtē procesu tendences; izvirza hipotēzi, izmantojot iepriekšējās zināšanas vai darba gaitā iegūtos rezultātus. | Izprot pierādījuma nepieciešamību, būtību un struktūru, lieto dažādus pierādījumu veidus. | Novērtē matemātikas iespējas sabiedrībai nozīmīgu praktisku problēmu risināšanā. |
| PROGRAMMĀ | <ul style="list-style-type: none"> Izprot sakārtotas izlases (permutācija, variācija), nesakārtotas izlases (kombinācija) jēdzienu. | <ul style="list-style-type: none"> Nosaka kombinatorisko objektu skaitu, izmantojot saskaitīšanas un reizināšanas likumus. Aprēķina izlašu skaitu, izmantojot permutāciju, variāciju vai kombināciju skaita aprēķināšanas formulas. | <ul style="list-style-type: none"> Saskata kombināciju skaita īpašības, tai skaitā saistību ar Paskāla trijstūri. | <ul style="list-style-type: none"> Pamato spriedumus par kombinatorisku objektu eksistenci un īpašībām. Pamato kombināciju skaita īpašības. | <ul style="list-style-type: none"> Saskata, ka kombinatorikas metodes tiek lietotas dažādās nozarēs un jomās (spēles, kodēšanā, komplektācijās, ģeometrijā, bioloģijā u. tml.). |
| STUNDĀ | KD. Permutāciju, variāciju un kombināciju skaita aprēķināšana. | KD. Kombinatoriski spriedumi. KD. Permutāciju, variāciju un kombināciju skaita aprēķināšana. | Izpēte. LD. Kombināciju skaita īpašība. Darbs ar tekstu. Uzdevumu veidošana. Jautājumi un atbildes. SP. Kombinācijas. Paskāla trijstūris. Ņūtona binoms. VM. Kombinācijas. Paskāla trijstūris. Ņūtona binoms VM. Paskāla trijstūris. | Izpēte. LD. Kombināciju skaita īpašība. | VM. Kombinatorika palīdz. |

UZDEVUMU PIEMĒRI

| Sasniedzamais rezultāts | I | II | III |
|--|--|---|--|
| <p>Izprot sakārtotas izlases (permutācijas, variācijas), nesakārtotas izlases (kombinācija) jēdzienu.</p> | <p>Dota skaitļu kopa $A = \{2; 3; 4\}$, kas sastāv no trīs elementiem.</p> <p>a) Uzraksti visas nesakārtotās izlases, kas sastāv no diviem kopas A elementiem!</p> <p>b) Uzraksti visas sakārtotās izlases, kas sastāv no diviem kopas A elementiem!</p> | <p>Skolas basketbola komandā tika iekļauti Kārlis, Jānis, Māris, Ivo, Toms, Andris, Juris un Atis. Trenerim jāizvēlas sākuma piecnieks.</p> <p>Nosaki:</p> <p>a) visu elementu skaitu,</p> <p>b) elementu skaitu izlasē,</p> <p>c) vienu no iespējamām izlasēm,</p> <p>d) izlases veidu (permutācijas, variācijas, kombinācijas) un pamato to!</p> | <p>Papildinot doto tekstu, izveido uzdevumu, kurā:</p> <p>a) jānosaka sakārtotu izlašu skaits,</p> <p>b) jānosaka nesakārtotu izlašu skaits!</p> <p><i>Plaknē doti četri punkti A, B, C un D tā, ka nekādi trīs no tiem neatrodas uz vienas taisnes. Cik ir tādu</i></p> <p><i>.....?</i></p> |
| <p>Nosaka kombinatorisko objektu skaitu, izmantojot saskaitīšanas un reizināšanas likumus.</p> | <p>1. Cik dažādos veidos var nokļūt no pilsētas A uz pilsētu C (katrā pilsētā drīkst iegriezties tikai vienu reizi)?</p>  <p>2. Deju kolektīvā ir 10 zēni un 15 meitenes. Cik dažādus pārus (1 zēns un 1 meitene) var izveidot?</p> | <p>1. Doti cipari 3; 4; 5 un 6. Cik dažādus trīsciparu skaitļus var izveidot, izmantojot dotos ciparus (cipari skaitlī drīkst atkārtoties)?</p> <p>2. Figūra sastāv no pieciem vienādiem kvadrātiem, pie tam katram kvadrātam ir vismaz viena kopīga mala ar kādu citu kvadrātu. Cik dažādas figūras var izveidot?</p> <p>3. Cik dažādus trijstūrus var izveidot, kā malu garumus izmantojot nogriežņus ar garumu 3 cm; 5 cm; 7 cm un 8 cm?</p> | <p>1. Cik dažādos veidos var izlasīt vārdu "skola", ja lasīt sāk ar burtu S un katru nākamo burtu iegūst, "lasot" pa labi vai uz leju?</p> <p>S K O L A K O L A O L A L A A</p> <p>2. Spēlē "Domino" kauliņu skaits ir 28 (no 0/0 līdz 6/6). Kāds būtu kauliņu skaits, ja skaitļi uz kauliņu skaldnēm mainītos no 0 līdz 10 (2/3 un 3/2 ir viens un tas pats kauliņš)?</p> <p>3. Cik dažādus kuba izklājumus var izveidot?</p> |

| Sasniedzamais rezultāts | I | II | III |
|--|--|---|--|
| <p>Aprēķina izlašu skaitu, izmantojot permutāciju, variāciju vai kombināciju skaita aprēķināšanas formulas.</p> | <p>1. Klasē ir 14 zēni un 8 meitenes. Kura no atbildēm interpretē situāciju –“ izvēlēties 8 cilvēku komandu, kurā ir 2 meitenes un 6 zēni”?</p> <p>a) $A_8^2 \cdot A_{14}^6$ b) $C_8^2 + C_{14}^6$ c) $P_2 \cdot P_{14}^6$ d) $C_8^2 \cdot C_{14}^6$</p> <p>2. Šaha turnīrā piedalījās 10 šahisti. Katrs ar katru izspēlēja vienu partiju. Cik pavisam partiju izspēlēja šajā turnīrā?</p> <p>3. Hokeja komandā ir 3 vārtsargi, 7 aizsargi un 12 uzbrucēji. Cik dažādos veidos komanda var izvēlēties komandas kapteini un viņa asistentu?</p> | <p>1. Klasē ir 16 skolēni. Kāds ir maksimālais draudzību skaits šajā klasē (draudzība ir attiecības starp diviem cilvēkiem un, ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A)?</p> <p>2. Hokeja komandā ir 3 vārtsargi, 7 aizsargi, 12 uzbrucēji. Cik dažādos veidos komanda var izvēlēties sākuma piecnieku, kurā ir viens vārtsargs, divi aizsargi un trīs uzbrucēji?</p> <p>3. Darba kolektīvam, kurā ir 16 darbinieki, tiek piešķirtas tūrisma ceļazīmes: sešas uz Grieķiju, astoņas uz Spāniju un divas uz Turciju. Cik dažādos veidos šīs ceļazīmes iespējams sadalīt darbiniekiem, ja zināms, ka katram darbiniekam jāsaņem viena ceļazīme?</p> <p>4. Strītbola sacensībām gatavojas 5 zēni un 3 meitenes. Ir zināms, ka komandā jāiekļauj 3 dalībnieki, starp tiem – vismaz viena meitene. Cik dažādos veidos iespējams izveidot komandu?</p> | <p>1. Sastādi uzdevumu, kura atbilde ir iegūstama ar sakarību $A_n^m \cdot A_k^m$!</p> <p>2. Kinofestivālā “Sudraba permutācija” VIP rindā ir 20 vietas, uz kurām uzaicināti 10 dažādu tautību pāri – vīrietis un sieviete. Pēc festivāla noteikumiem VIP rindā blakus nedrīkst sēdēt viena dzimuma viesi. Cik dažādos veidos uzaicinātie 20 viesi var sasēsties VIP rindā?</p> |
| <p>Veido kombinatoriskus objektus ar noteiktām īpašībām, veic pilno pārlassi.</p> | <p>1. Veido skaitļus ar dotajām īpašībām:</p> <p>a) izveido trīs divciparu skaitļus, kuriem otrais cipars ir lielāks par pirmo; b) izveido četrus dažādus trīsciparu skaitļus, kuriem vidējais skaitlis ir abu malējo vidējais aritmētiskais; c) izveido trīs četrciparu skaitļus, kuru ciparu summa ir 11, ja zināms, ka skaitlī cipari ir atšķirīgi!</p> <p>2. Saliec no vairākām dotajām figūrām izliektu daudzstūri!</p> <p>a) </p> <p>b) </p> | <p>1. Doti cipari 0; 1; 3; 5; 7. Cik dažādu četrciparu skaitļu, kas dalās ar 5, var izveidot, izmantojot šos ciparus?</p> <p>2. Vai iespējama situācija, ka 8 cilvēku grupas ietvaros katram ir tieši 3 draudzības (draudzība ir attiecības starp diviem cilvēkiem un, ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A)?</p> | <p>Cik ir trīsciparu skaitļu, kuriem katrs nākamais cipars ir lielāks par iepriekšējo?</p> |

| Sasniedzamais rezultāts | I | II | III |
|--|---|--|---|
| Lieto naturālo skaitļu faktoriāla jēdzienu. | 1. Ko sauc par naturāla skaitļa faktoriālu? 2. Aprēķini skaitļa 6 faktoriālu! | 1. Aprēķini izteiksmes vērtību! $\frac{100! - 99!}{99!}$ 2. Vienkāršo izteiksmi! $\frac{a!}{(a-2)!}$ | 1. Izveido izteiksmi, kas izsaka visu naturālo skaitļu no 21 līdz 50 reizinājumu, nelietojot reizināšanas zīmi! 2. Uzraksti izteiksmi, kas izsaka pirmo n pāra skaitļu reizinājumu, lietojot faktoriāla jēdzienu! |
| Analizējot kombinatoriska satura tekstu, izvērtē un interpretē informāciju. | Uz kalna virsotni ved 10 dažādi ceļi. Pa cik dažādiem maršrutiem tūrists var uzkāpt virsotnē un pēc tam nokāpt no tās? Cik maršrutu iespējams izveidot, ja uzkāpšana un nokāpšana notiek pa dažādiem ceļiem? | Nosaki, kas kopīgs dotajiem uzdevumiem! a) Cik dažādus "vārdus", kas sastāv no četriem burtiem, var izveidot, izmantojot vārda SULA burtus, turklāt katru tieši vienu reizi? b) Cik dažādus četrciparu skaitļus var izveidot, izmantojot ciparus 5; 6; 7; 8, ja katrā skaitlī cipari ir dažādi? c) Cik veidos 4 cilvēki var sastāties vienā rindā? | Apraksti doto uzdevumu matemātisko modeli un izveido vēl vienu uzdevumu, kurš atbilst šim modelim! a) Cik dažādus naturālus skaitļus, kas mazāki par 100 000, var izveidot, izmantojot tikai ciparus 5 un 6? b) Morzes ābecē burtus attēlo ar simboliem – punktiem un svītrām. Cik dažādu burtu var attēlot, ja katram burtam izmanto ne vairāk kā 5 simbolus? |
| Pamato spriedumus par kombinatorisku objektu eksistenci un īpašībām. | 1. Klasē ir 15 skolēni. Vai no tiem noteikti var izraudzīties trīs, kuri dzimuši vienā un tajā pašā nedēļas dienā? 2. Paralelogramu veido regulāri trijstūri (skat. zīm.). Vai vari izveidot figūru, kura sastāv no 30 tādiem pašiem regulāriem trijstūriem, lai to varētu sagriezt tādos paralelogramos kā dotais?  | 1. Dota figūra, kas veidota no 6 regulāriem trijstūriem tā, kā attēlots zīmējumā. Vai katru figūru, kura sastāv no 30 regulāriem trijstūriem, var sagriezt dotajās figūrās?  2. Vai, izmantojot ciparus 0; 2; 6; 7; 9 (katru ne vairāk kā vienu reizi), var izveidot trīsciparu skaitļus, kuru ciparu summa: a) dalās ar 5 bez atlikuma? b) dalās ar 3 bez atlikuma? c) dalās ar 9 bez atlikuma? 3. Vai iespējama situācija, ka 8 cilvēku savstarpējās attiecības raksturo šādi draudzību skaitļi: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (draudzība ir attiecības starp diviem cilvēkiem un, ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A)? | 1. Klasē ir 20 skolēni. Pierādi, ka starp šiem skolēniem ir divi tādi, kuriem ir vienāds skaits draudzību (draudzība ir attiecības starp diviem cilvēkiem un, ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A)? 2. Ciematā "Ābolītis" dzīvo 2200 iedzīvotāju. Pierādi, ka šajā ciematā dzīvo vismaz 2 vīrieši vai 2 sievietes, kuriem ir vienādi iniciāļi (vārda un uzvārda pirmie burti)! Latviešu alfabētā ir 33 burti. 3. Uz riņķa līnijas doti 5 punkti, viens no šiem punktiem ir A. Kādu daudzstūru ar virsotnēm šajos punktos ir vairāk: tādu, kuriem viena no virsotnēm ir punktā A vai tādu, kuriem neviena no virsotnēm nav punktā A? |

| Sasniedzamais rezultāts | I | II | III |
|--|--|---|---|
| Formulē pētāmo problēmu, izmantojot kombinatoriska satura tekstu. | <p>Lidojumam ar kosmisko kuģi jāizveido apkalpe, kas sastāv no kuģa komandiera, pirmā palīga, otrā palīga, diviem bortinženieriem un ārsta. Komandieri un abus palīgus var izvēlēties no 15 lidotājiem, kas gatavojās šim lidojumam, divus inženierus – no 10 speciālistiem, kas pārzina kosmiskā kuģa uzbūvi, bet ārstu – no 3 pieredzējušiem mediķiem.</p> <p>Nosaki, vai, izmantojot doto informāciju, var iegūt atbildes uz formulētajiem jautājumiem!</p> <p>a) Kāds var būt apkalpes dalībnieku lielākais skaits?</p> <p>b) No cik cilvēkiem var izvēlēties komandieri?</p> <p>c) Uz kuru no posteņiem ir vislielākā izvēle?</p> <p>d) Cik veidos var sastādīt kuģa apkalpi?</p> <p>e) Cik cilvēku var savietoties kosmosa kuģī?</p> | <p>Formulē pētāmo problēmu, izmantojot doto situācijas aprakstu!</p> <p>Latvijā automašīnas numurs sastāv no diviem burtiem un ne vairāk kā četriem cipariem, bet Igaunijā automašīnas numurs sastāv no trim burtiem un ne vairāk kā trim cipariem.</p> | <p>Formulē vismaz trīs pētāmos jautājumus, izmantojot doto situācijas aprakstu! Izvērtē, uz kuru no jautājumiem atbildi tu meklētu ar kombinatorikas iespējām!</p> <p>Dots izliekts astoņstūris, kurā novilkta visas diagonāles, turklāt ir zināms, ka nekādas trīs diagonāles nekrustojas vienā punktā.</p> |
| Pamato kombināciju skaita īpašības. | <p>Izmantojot kombināciju skaita aprēķināšanas formulu, pierādi, ka $C_n^k = C_n^{n-k}$!</p> | <p>Pamato, ka kombināciju skaitam piemīt īpašība!</p> $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$! | <p>Gatavojot siera picu, tai var pievienot dažādas piedevas. Pavāra rīcībā ir paprika, sīpoli, sēnes, anšovi un desa.</p> <p>a) Cik dažādu veidu picas var pagatavot pavārs?</p> <p>b) Izsaki hipotēzi par to, kā aprēķināt visu iespējamo apakškopu skaitu, ja kopā ir n elementi!</p> <p>c) Pamato hipotēzi!</p> |

STUNDAS PIEMĒRS

KOMBINĀCIJAS. PASKĀLA TRIJSTŪRIS. ŅŪTONA BINOMS

Mērķis

Radīt priekšstatu par kombinatorisko sakarību saistību ar Paskāla trijstūri un Ņūtona binomu, pilnveidojot prasmi strādāt ar informāciju, kas dota simbolos, un formulēt jautājumus.

Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Saskata un formulē kombinatoriskas sakarības saistībā ar Paskāla trijstūri un Ņūtona binomu.
- Uzdod daudzveidīgus jautājumus vai īsus uzdevumus, izmantojot atslēgas vārdus.

Nepieciešamie resursi

- Izdales materiāli katram skolēnam (M_11_SP_04_P1); grupai (M_11_SP_04_P2) – jautājumu kuba izklājums ar atslēgas vārdiem.
- Kubs un 6 limlapiņas katrai grupai.
- Vizuāls materiāls (M_11_SP_04_VM1) – kodoskopa vai elektroniski demonstrējams materiāls, kas atbilst skolēna darba lapai.

Stundas gaita

Skolēni prot aprēķināt kombināciju skaitu. Vēlams, lai skolotājs iepriekš stundās strādājis ar jautājumiem/uzdevumiem dažādos izziņas līmeņos, un skolēniem ir pieredze darbā ar šo metodi.

| Skolotāja darbība | Skolēnu darbība |
|--|---|
| Darbs ar tekstu (15 minūtes) | |
| <p>Aicina skolēnus sadalīties grupās. Izdala darba lapu (M_11_SP_04_P1), demonstrē analogu materiālu (M_11_SP_04_VM1), izmantojot projektoru vai kodoskopu. Paskaidro, ka tabulā matemātiskā (simbolu) valodā apkopota informācija par 3 dažādiem, bet savstarpēji saistītiem matemātiskiem modeļiem. Nozīme ir arī atsevišķu objektu izcēlumam, izmantojot krāsas – tas var norādīt uz kādu šo objektu īpašību.</p> <p>Dod uzdevumus:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) atpazīt modeļus un ierakstīt to nosaukumus; 2) saskatīt un/vai atcerēties šo modeļu veidošanas principus un sakarības, kas novērojamas katrā no modeļiem atsevišķi; <p>Aicina galvenos secinājumus pierakstīt. Norāda uzdevumu izpildes laiku – 5 minūtes.</p> <p><i>Ja skolotājs nav nekad agrāk skolēnus iepazīstinājis ar Paskāla trijstūri un Ņūtona binomu, 1. uzdevums skolēniem nav jāveic. Skolēni, ja nepieciešams, izmanto pieejamo uzzīņu literatūru, savus pierakstus.</i></p> <p>Aicina nosaukt atpazītos modeļus, īsi raksturot to īpašības.</p> <p>Aicina grupās apspriesties par to, kā informācija, ko dod kāds no modeļiem, var palīdzēt saskatīt cita modeļa īpašības, kā viena modeļa īpašības var attiecināt uz citu modeli.</p> | <p>Izveido grupas, saņem darba lapas. Iepazīstas ar darba lapas saturu.</p> <p>Veic 1.un 2. uzdevumu – strādā ar informāciju, kas dota simboliskā valodā, cenšas saskatīt un formulēt katra modeļa veidošanas principus, sakarības. Salīdzina, ko katrs pamanījis, atceras, papildina, precizē, vienojas. Pieraksta secinājumus.</p> <p>Iepazīstina pārējos ar konstatēto. Salīdzina grupu viedokļus, papildina, vienojas. Grupas ietvaros saskata un pārrunā kopsakarības.</p> |

Mācību metodes

Darbs ar tekstu, uzdevumu veidošana, jautājumi un atbildes.

Mācību organizācijas formas

Grupu darbs. *Ja skolēnu prasmes saskatīt sakarības un/vai formulēt jautājumus nav pietiekami augstas, var vienai no stundas daļām izmantot frontālu darbu.*

Vērtēšana

Skolotājs novērtē skolēnu izpratni par saistību starp 3 modeļiem pēc grupās izveidoto un uzdoto jautājumu un atbilžu kvalitātes.

Skolotāja pašnovērtējums

Secina par stundas mērķa sasniegšanu, izmantotās metodes lietderību un efektivitāti.

Skolotāja darbība

Skolēnu darbība

Uzdevumu veidošana (12 minūtes)

Izsniedz katrai grupai kuba, limlapiņas un darba lapu (M_11_SP_04_P2) ar atslēgas vārdiem jautājumu vai īsu uzdevumu formulēšanai. Iepazīstina skolēnus ar nākamo uzdevumu – sagatavot 6 jautājumus vai īsus uzdevumus par kombinācijām un to īpašībām, Paskāla trijstūri, Ņūtona binomu, ietverot arī šo modeļu saistību. Katrs jautājums jāuzraksta uz vienas limlapiņas un jāpielīmē uz kādas no kuba skaldnēm. Jautājumiem jābūt dažāda „dziļuma” – no faktu atpazīšanas, atcerēšanās, izmantošanas raksturošanas, salīdzināšanas līdz noderīguma izvērtēšanai. Paskaidro, ka dažāda līmeņa jautājumu vai uzdevumu formulēšanai var izmantot atslēgas vārdus, kas doti jautājumu kuba izklājumā. Norāda laiku jautājumu formulēšanai.

Var limlapiņas dot 6 dažādās krāsās (vai rakstīšanai izmantot krāsainus flomāsterus) un kuba izklājumā katra līmeņa atslēgas vārdus rakstīt atbilstoši – 6 dažādās krāsās. Tas vēlāk ļaus sekot jautājumu atbilstībai konkrētajam izziņas līmenim, ja skolotājs vēlas sasniegt šādu papildu mērķi.

Apspriež iespējamus jautājumus. Izvēlas un precizē formulējumus 6 no tiem. Jautājumus uzraksta uz limlapiņām un uzlīmē uz kuba skaldnēm.

Jautājumi un atbildes (13 minūtes)

Vienojas, ka katras grupas jautājumu kubs nonāk pēc kārtas pie nākamās grupas. Šīs grupas kāds no dalībniekiem atbild uz vienu no jautājumiem. Pēc pareizas atbildes saņemšanas lapiņa ar jautājumu tiek noņemta. *Atbildes pareizību, ja nepieciešams, var aicināt komentēt grupu, kuras jautājums tas ir. Atsevišķos gadījumos skolotājs pats var iesaistīties ar saviem komentāriem.*

Kubu pārvieto tālāk, un seko nākamā jautājumu un atbilžu kārtā. *Nav jācenšas stundā pagūt atbildēt uz visu grupu visiem jautājumiem Kubus var turpināt izmantot arī citās stundās.*

Ja skolēnu skaits klasē liels, atbildes uz jautājumiem var organizēt tā, ka grupa saņem citas grupas kuba un savas grupas ietvaros atbild uz jautājumiem.

Atbild uz jautājumiem, klausās, paskaidro, komentē atbildes.

Lūdz katru skolēnu formulēt un uzrakstīt vienu atziņu par stundas gaitu un vienu par, viņaprāt, būtiskāko stundā iegūto, uzzināto, saprasto. Aicina skolēnus, kuri vēlas, nolasīt uzrakstīto.

Var lūgt skolēnus nodot uzrakstīto.

Pārdomā stundā paveikto, formulē divus secinājumus.

KOMBINĀCIJU SKAITA ĪPAŠĪBA

Darba izpildes laiks 20 minūtes

M_11_LD_04

Mērķis

Attīstīt prasmi saskatīt kombināciju skaita īpašības, izvirzot un pierādot hipotēzi.

Sasniedzamais rezultāts

- Plāno darba gaitu.
- Izvirza hipotēzi.
- Pierāda kombināciju skaita īpašību.

| Saskata un klasificē lielumus, formulē pētāmo problēmu | Dots |
|--|------------|
| Veido plānu | Patstāvīgi |
| Iegūst un apstrādā informāciju | Patstāvīgi |
| Formulē pieņēmumu/ hipotēzi | Patstāvīgi |
| Veic pierādījumu | Patstāvīgi |
| Analizē un izvērtē rezultātus, secina | Mācās |
| Prezentē darba rezultātus | – |
| Sadarbojas, strādājot grupā (pāri) | Mācās |

Darbs veicams individuāli vai pāros.

Situācijas apraksts

Sasirgušais matemātikas skolotājs atsūtīja skolēniem šādus darba norādījumus: “Šodien jūs patstāvīgi iegūsiet vienu no kombināciju skaita īpašībām. Šo īpašību būs viegli “ieraudzīt”, ja atrisināsiet divus piedāvātos uzdevumus, salīdzināsiet tos un centīsieties saskatīt kādu kopsakarību. Formulējiet šo īpašību ar vārdiem un pierakstiet, izmantojot kombinatorikā pieņemto simboliku! Mēģiniet pierādīt, ka šī īpašība ir pareiza jebkuriem skaitļiem!”

Dotie uzdevumi.

1. Uz riņķa līnijas atzīmēti 5 punkti: A , B , C , D un E . Cik nogriežņu, kuru galapunkti atrodas atzīmētajos punktos, var novilkt? Cik ir trijstūru, kuru virsotnes atrodas atzīmētajos punktos? Kuru figūru ir vairāk – nogriežņu vai trijstūru?
2. Talkā piedalās 100 cilvēku. Cik dažādu darba grupu, kas sastāv no 2 cilvēkiem, var izveidot? Cik dažādu darba grupu, kas sastāv no 98 cilvēkiem, var izveidot? Kurā gadījumā iespējamo grupu skaits ir lielāks?”

Pētāmā problēma

Kāda īpašība piemīt kombināciju skaitam?

Darba gaita

Darba gaitas aprakstu skolēni var piedāvāt ļoti dažādu. Plāna punktu skaits nav būtisks. Tie var būt pat tikai divi punkti. Galvenais, lai skolēns parāda spēju struktūrēt domu.

1. Uzskicē 1. uzdevumam atbilstošu zīmējumu.
2. Uzraksta visas iespējamās hordas un visus iespējamus trijstūrus. Salīdzina rezultātus.
3. Aprēķina iespējamo hordu un trijstūru skaitu ar atbilstošas formulas palīdzību. Salīdzina rezultātus.
4. Nosaka iespējamo cilvēku grupu skaitu. Salīdzina rezultātus.
5. Salīdzina rezultātus, kas iegūti, atrisinot 1. un 2. uzdevumu. Secina.

Iegūto datu reģistrēšana un apstrāde

Hordas: AB , AC , AD , AE , BC , BD , BE , CD , CE , DE . Kopā 10 hordas

Trijstūri: ABC , ABD , ABE , BCD , BCE , CDE , ACD , ACE , BDE , ADE . Kopā 10 trijstūri.

$$\text{Hordu skaits: } C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$$

$$\text{Trijstūru skaits: } C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$

$$\text{Grupu skaits, kurās ir 2 cilvēki: } C_{100}^2 = \frac{100!}{2! \cdot 98!} = 4950$$

Grupu skaits, kurās ir 98 cilvēki: $C_{100}^{98} = \frac{100!}{98! \cdot 2!} = 4950$

Hipotēze

Kombināciju skaita īpašība: $C_n^m = C_n^{n-m}$

Kombināciju skaits no n elementiem pa $n-m$ elementiem ir vienāds ar kombināciju skaitu no n elementiem pa m elementiem.

Hipotēzes pierādīšana

Ir vismaz divi veidi, kā pierādīt šo īpašību: veicot kombinatoriskus spriedumus, izmantojot kombināciju skaita aprēķināšanas formulu.

1) Katrai kombinācijai, kura veidojas no n elementiem, izvēloties m elementus, atbilst kombinācija no atlikušajiem $n-m$ elementiem. Tātad, kombināciju skaits no n elementiem pa m elementiem ($n < m$), sakrīt ar kombināciju skaitu no n elementiem pa $n-m$ elementiem; t.i. $C_n^m = C_n^{n-m}$

$$2) C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!} \quad C_n^{n-m} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

Varam ievērot, ka vienādību labajās pusēs mainījušies vietām tikai reizinātāji saucējā. Tātad $C_n^m = C_n^{n-m}$.

Rezultātu analīze, izvērtēšana un secinājumi

Kādos gadījumos šo kombināciju skaita īpašību lietderīgi izmantot?

| Sasniedzamais rezultāts | I | II | III |
|--|---|---|--|
| <p>Saskata kombināciju skaita īpašības, tai skaitā saistību ar Paskāla trijstūri.</p> | <p>1. Izmantojot Paskāla trijstūri, nosaki C_7^3 skaitlisko vērtību!</p> <p>2. Dots Paskāla trijstūris. Raksturo saistību, kas pastāv starp Paskāla trijstūra "rindu" 1 4 6 4 1 un kombināciju skaitu!</p> <p>3. Aprēķini:</p> <p>a) izteiksmju C_5^3 un C_5^2 vērtības,</p> <p>b) izteiksmju C_6^2 un C_6^4 vērtības,</p> <p>c) izteiksmju C_8^1 un C_8^7 vērtības!</p> <p>Izmantojot iegūtos rezultātus, izvirzi pieņēmumu par racionālāko paņēmieni izteiksmes C_{20}^{17} vērtības aprēķināšanai! Pārbaudi izvirzītā pieņēmuma pareizību!</p> | <p>1. Tukšajās rutiņās ieraksti skaitļus tā, lai izteiksme būtu patiesa! Izmanto Paskāla trijstūrī ietvertu informāciju! $C_6^2 = C_0^0 + C_0^0$ Formulē šo īpašību vispārīgajā gadījumā!</p> <p>2. Dots izteiksmes: $C_2^0 + C_2^1 + C_2^2$ $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$ $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4$</p> <p>a) Apraksti principu, pēc kura veidotas izteiksmes!</p> <p>b) Aprēķini izteiksmju vērtības!</p> <p>c) Ja starp iegūtajiem rezultātiem pastāv likumsakarība, raksturo to!</p> <p>d) Nosaki summu! $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$</p> | <p>"Ceļš" sākās Paskāla trijstūra virsotnē un sastāv no secīgiem lejupejošiem posmiem, katrs no kuriem ir paralēls kādai no trijstūra malām un savieno divus Paskāla trijstūra elementus. Kāds ir "ceļu" skaits no Paskāla trijstūra virsotnes līdz 4. punktam 7. rindā?</p> |
| <p>Plāno risinājuma gaitu, nosakot izlašu eksistenci, veidojot izlases, aprēķinot izlašu skaitu.</p> | <p>Sastādi uzdevuma risināšanas plānu, izmantojot dotos un izveidojot trūkstošos risinājuma plāna soļus! Doti cipari 0, 1, 2, 3, 4, 5. Cik dažādus trīsciparu pāru skaitļus no tiem var izveidot, ja cipari skaitlī nedrīkst atkārtoties?</p> <p>a) Nosaka trīsciparu pāru skaitļu skaitu.</p> <p>b) Nosaka skaitu trīsciparu virknēm, kas beidzas ar 4.</p> <p>c) Nosaka skaitu trīsciparu virknēm, kas sākas ar 0.</p> | <p>Izveido dotā uzdevuma risinājuma plānu! Skolēnam ieskaitei jā sagatavo 15 jautājumi; desmit no tiem ir par tematu "Kombinatorika", bet pieci – par tematu "Statistika". Cik veidos skolotājs var uzdot skolēnam 3 jautājumus, ja vismaz vienam no tiem jābūt par tematu "Kombinatorika"?</p> | <p>Izveido dotā uzdevuma risinājuma plānu! Cik dažādus naturālus skaitļus, kas mazāki par 10000, var izveidot, izmantojot tikai ciparus 5 un 6?</p> |
| <p>Saskata, ka kombinatorikas metodes tiek lietotas dažādās nozarēs un jomās (spēles, kodēšanā, komplektācijās, ģeometrijā, bioloģijā u. tml.).</p> | <p>Kādos gadījumos lietderīgi izmantot kombinatorikas zināšanas? Nosauc dažas nozares, kurās tiek lietotas kombinatorikas metodes!</p> | <p>1. Latloto spēlē cilvēki mēģina uzminēt 5 skaitļus no 35, vienas latloto biļetes cena ir 50 santīmi. Cik naudas jāiztērē, lai noteikti uzminētu visus 5 skaitļus?</p> <p>2. Morzes kodā burtu var sastādīt no punktiem vai svītrām. Cik burtu var attēlot, ja katram burtam izmanto ne vairāk kā četrus simbolus?</p> | <p>Jānis aizmirs 5-ciparu durvju kodu (kodā var tikt izmantoti visi cipari no 0 līdz 9, koda pogas jāspiež pa vienai). Jānis atceras, ka tajā blakus ir cipari 4 un 6, kā arī 6 un 8. Kāds minimālais koda skaits ir jāizmēģina, lai Jānis NOTEIKTI atvērtu durvis?</p> |

Vārds uzvārds klase datums

TRĪS MODEĻI

Tabulā matemātiskā (simbolu) valodā apkopota informācija par 3 dažādiem, bet savstarpēji saistītiem matemātiskiem modeļiem. Nozīme ir arī atsevišķu objektu izcēlumam, izmantojot krāsas – tas var norādīt uz kādu šo objektu īpašību.

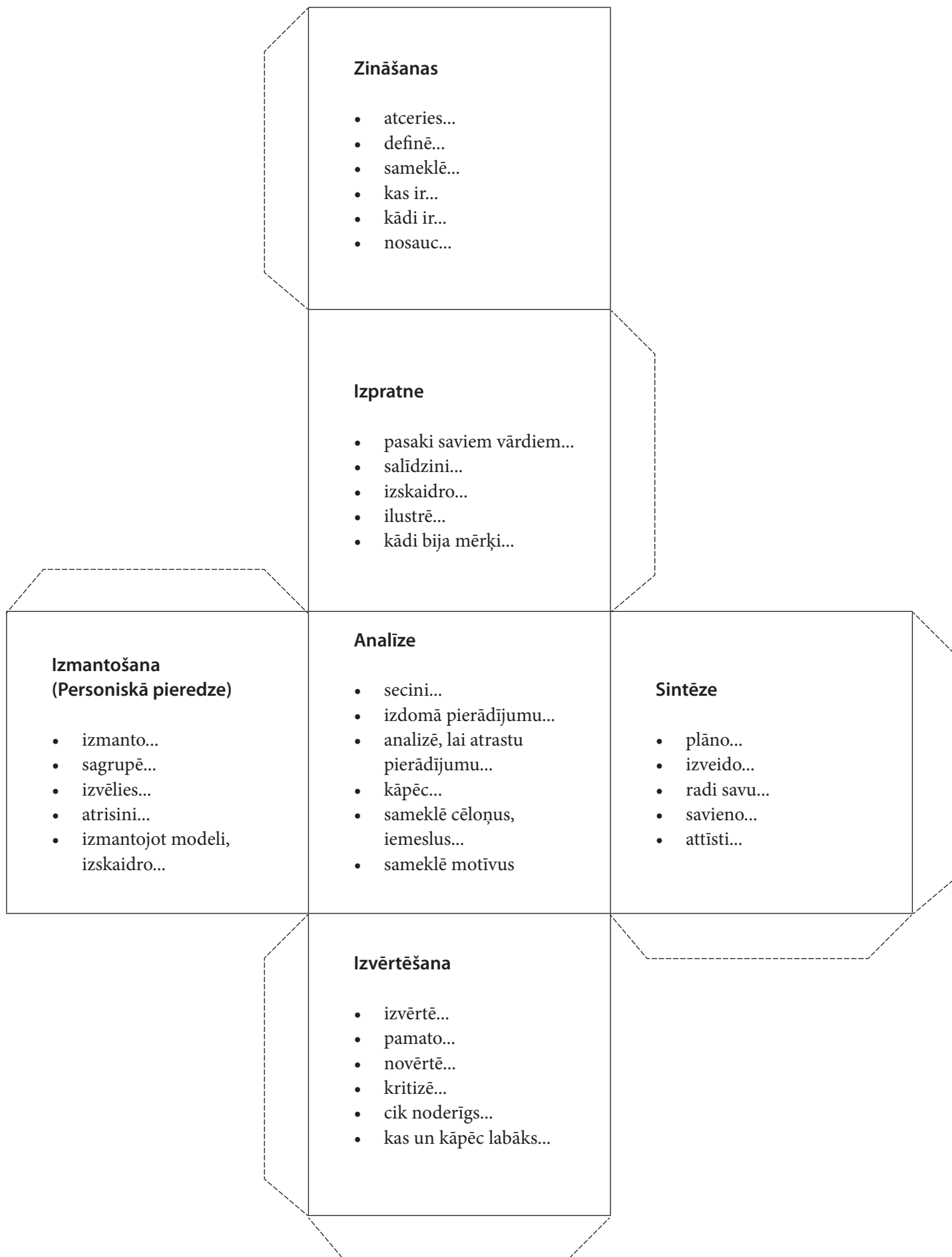
Uzdevums

- Vai atpazīsti matemātiskos modeļus? Ieraksti to nosaukumus pirmajā ailē!
- Saskati (atceries) šo modeļu veidošanas principus un sakarības, kas novērojamas katrā no modeļiem atsevišķi!
- Raksturo, kā informāciju, ko dod kāds no modeļiem, var attiecināt uz citu modeli!

| | | | | |
|---|-----|---------------------|-----------|---|
| C_0^0 | 1 | 1 | $(a+b)^0$ | 1 |
| $C_1^0 C_1^1$ | 2 | 1 1 | $(a+b)^1$ | $a+b$ |
| $C_2^0 C_2^1 C_2^2$ | 4 | 1 2 1 | $(a+b)^2$ | $a^2+2ab+b^2$ |
| $C_3^0 C_3^1 C_3^2 C_3^3$ | 8 | 1 3 3 1 | $(a+b)^3$ | $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ |
| $C_4^0 C_4^1 C_4^2 C_4^3 C_4^4$ | 16 | 1 4 6 4 1 | $(a+b)^4$ | $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$ |
| $C_5^0 C_5^1 C_5^2 C_5^3 C_5^4 C_5^5$ | 32 | 1 5 10 10 5 1 | $(a+b)^5$ | $a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$ |
| $C_6^0 C_6^1 C_6^2 C_6^3 C_6^4 C_6^5 C_6^6$ | 64 | 1 6 15 20 15 6 1 | $(a+b)^6$ | $a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$ |
| $C_7^0 C_7^1 C_7^2 C_7^3 C_7^4 C_7^5 C_7^6 C_7^7$ | 128 | 1 7 21 35 35 21 7 1 | $(a+b)^7$ | $a^7+7a^6b+21a^5b^2+35a^4b^3+35a^3b^4+21a^2b^5+7ab^6+b^7$ |
| ... | ... | ... | ... | ... |

Svarīgākie secinājumi

JAUTĀJUMU KUBS



.....
Vārds.....
uzvārds.....
klase.....
datums

KOMBINĀCIJU SKAITA ĪPAŠĪBA

Situācijas apraksts

Sasirgušais matemātikas skolotājs atsūtīja skolēniem šādus darba norādījumus:

“Šodien jūs patstāvīgi iegūsiet vienu no kombināciju skaita īpašībām. Šo īpašību būs viegli “ieraudzīt”, ja atrisināsi divus piedāvātos uzdevumus, salīdzināsi tos un centīsies saskatīt kādu kopsakarību. Formulējiet šo īpašību ar vārdiem un pierakstiet, izmantojot kombinatorikā pieņemto simboliku! Mēģiniet pierādīt, ka šī īpašība ir pareiza jebkuriem skaitļiem!”

Dotie uzdevumi.

1. Uz riņķa līnijas atzīmēti 5 punkti: A , B , C , D un E . Cik nogriežņu, kuru galapunkti atrodas atzīmētajos punktos, var novilkt? Cik ir trijstūru, kuru virsotnes atrodas atzīmētajos punktos? Kuru figūru ir vairāk – nogriežņu vai trijstūru?

2. Talkā piedalās 100 cilvēku. Cik dažādu darba grupu, kas sastāv no 2 cilvēkiem, var izveidot? Cik dažādu darba grupu, kas sastāv no 98 cilvēkiem, var izveidot? Kurā gadījumā iespējamo grupu skaits ir lielāks?”

Pētāmā problēma

Kāda īpašība piemīt kombināciju skaitam?

Darba gaita

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

legūto datu reģistrēšana un apstrāde

Hipotēze

Uzraksti hipotēzi par kombināciju skaita īpašību vispārīgam gadījumam!

.....

.....

Hipotēzes pierādīšana**Rezultātu analīze, izvērtēšana un secinājumi**

Kādos gadījumos šo kombināciju skaita īpašību lietderīgi izmantot?

.....

.....

.....

.....

Vārds

uzvārds

klase

datums

PERMUTĀCIJU, VARIĀCIJU UN KOMBINĀCIJU SKAITA APRĒĶINĀŠANA

Uzdevums (16 punkti)

Aizpildi tabulu!

| | Visu elementu skaits | Elementu skaits izlasē | Viena no iespējamām izlasēm | Sakārtota vai nesakārtota izlase | Atbilstošā izlases veida nosaukums | Izlašu skaita aprēķināšana |
|--|----------------------|------------------------|-----------------------------|----------------------------------|------------------------------------|----------------------------|
| Kalniņu ģimenē (tēvs, māte, dēli Jānis un Juris, meita Anna) visi labi spēlē šahu. Vecgada vakarā tiks rīkots šaha turnīrs. Cik dažādos veidos viņi var sadalīt 3 godalgotās vietas? | | | | | | |
| Karogā ir četras horizontālas krāsu joslas, katra josla savā krāsā. Cik dažādu karogu iespējams izgatavot, ja ir sarkans, zils, zaļš, melns, balts un dzeltens audums? | | | | | | |
| Cik četr ciparu skaitļus var izveidot no cipariem 3, 4, 5 un 6, ja cipari skaitlī nedrīkst atkārtoties? | | | | | | |
| Uz riņķa līnijas atlikti punkti A, B, C, D, E, F, G. Cik dažādu trijstūru ar virsotnēm dotajos punktos var konstruēt? | | | | | | |

Vārds

uzvārds

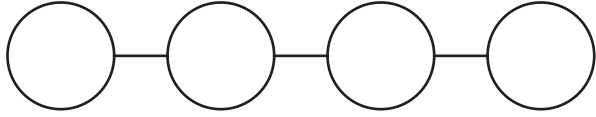
klase

datums

KOMBINATORISKI SPRIEDUMI

1. uzdevums (2 punkti)

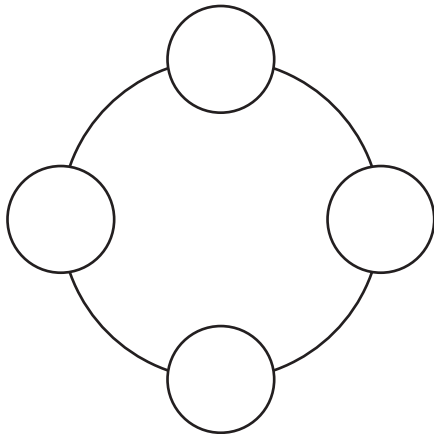
Cik veidos četri skolēni – Kārlis, Jānis, Anna un Elza – var nostāties vienā rindā (1. zīm.)?



1. zīm.

2. uzdevums (3 punkti)

Cik veidos četri dejotāji – Kārlis, Jānis, Anna un Elza – var izveidot apli, sadodoties rokās (2. zīm.)?



2. zīm.

3. uzdevums (2 punkti)

Cik veidos no četriem skolēniem – Kārļa, Jāņa, Annas un Elzas – var izvēlēties divus klases sakopšanas darbiem?

4. uzdevums (3 punkti)

Pamatskolas pasākuma laikā četriem vidusskolēniem – Kārlim, Jānim, Annai un Elzai – jāizveido divi pāri, kas vienlaikus rūpētos par kārtību skolā. Cik veidos viņi var izveidot šos pārus?

Vārds

uzvārds

klase

datums

KOMBINATORIKAS ELEMENTI

1. variants

1. uzdevums (3 punkti)

Dota kopa $X = \{a; b; c; d\}$.

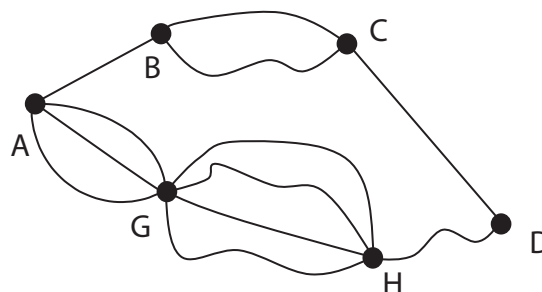
a) Uzraksti visas nesakārtotās izlases, kas sastāv no trim dažādiem kopas X elementiem!

b) Izvēlies vienu no uzrakstītajām nesakārtotajām izlasēm un no tās elementiem izveido visas sakārtotās izlases no trim dažādiem elementiem!

2. uzdevums (2 punkti)

Zīmējumā attēlota Kombinatorikas valsts ceļu karte. Cik dažādos veidos var aizbraukt (atgriezties atpakaļ nedrīkst):

- no pilsētas A līdz pilsētai H,
- no pilsētas A līdz pilsētai D?



3. uzdevums (3 punkti)

Klasē ir 18 meitenes un 12 zēni. Cik dažādos veidos skolotājs var izvēlēties 3 skolēnus klases telpas uzkopšanas darbiem?

4. uzdevums (2 punkti)

Tumšā veikala noliktavā ir kaste, kurā ir 10 vienādi kurpju pāri. Kāds ir minimālais kurpju skaits, kas jāizņem no kastes, lai starp izņemtajām kurpēm **noteikti** būtu pāris?

5. uzdevums (3 punkti)

Sastādi dotā uzdevuma risinājuma plānu!

Kodu veido 5 dažādi simboli. Pirmie divi simboli ir latīņu alfabēta burti (latīņu alfabētā ir 26 burti), pēdējie trīs simboli ir cipari. Cik dažādus durvju kodus var izveidot?

6. uzdevums (4 punkti)

Pilsētas Domē ir 15 deputāti.

- a) Cik dažādos veidos var izvēlēties Domes priekšsēdētāju un sekretāru?
- b) Vai starp šiem 15 deputātiem noteikti ir divi tādi, kuriem dzimšanas diena ir vienā mēnesī? Pamato!

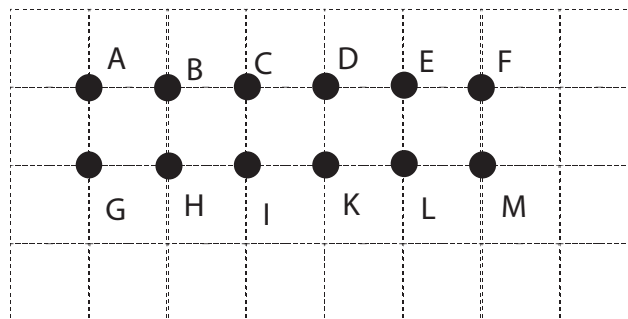
7. uzdevums (3 punkti)

Ar automobili, kurā ir piecas vietas, četri draugi nolēma doties ceļojumā pa Eiropu. Trim ceļotājiem ir vadītāja apliecība. Cik veidos ceļotāji var ieņemt vietas automobilī atbilstoši satiksmes drošības noteikumiem?

8. uzdevums (5 punkti)

Plaknē atrodas 12 punkti (zīmējums).

- Cik ir trijstūru ar virsotnēm dotajos punktos?
- Cik no tiem ir taisnleņķa trijstūri?
- Kāds ir lielākais iespējamais laukums trijstūrim, kura virsotnes ir dotajos punktos? Atbildi pamato!



Vārds

uzvārds

klase

datums

KOMBINATORIKAS ELEMENTI

2. variants

1. uzdevums (3 punkti)

Dota kopa $A = \{n; m; k; l\}$.

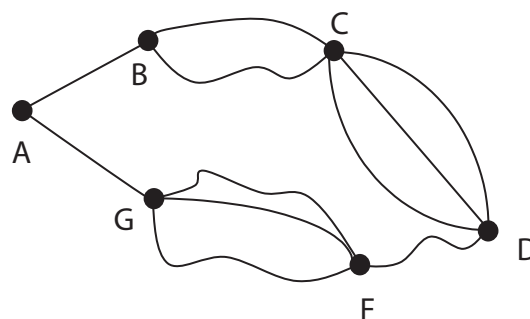
a) Uzraksti visas nesakārtotās izlases, kas sastāv no trim dažādiem kopas A elementiem!

b) Izvēlies vienu no uzrakstītajām nesakārtotajām izlasēm un no tās elementiem izveido visas sakārtotās izlases no trim dažādiem elementiem!

2. uzdevums (2 punkti)

Zīmējumā attēlota Kombinatorikas valsts ceļu karte. Cik dažādos veidos var aizbraukt (atgriezties atpakaļ nedrīkst):

- no pilsētas B līdz pilsētai D,
- no pilsētas A līdz pilsētai D?



3. uzdevums (3 punkti)

Klasē ir 16 meitenes un 14 zēni. Cik dažādos veidos skolotājs var izvēlēties 3 skolēnus dalībai skolas pasākumā?

4. uzdevums (2 punkti)

Dāvanu maisā ir 16 vienāda izmēra un formas šokolādes tāfelītes, no kurām 8 ir ar lazdu riekstiem un 8 ar mandelēm. Kāds ir minimālais tāfelīšu skaits, kas jāizņem no maisa, lai starp izņemtajām šokolādēm **noteikti** būtu šokolāde ar mandelēm?

5. uzdevums (3 punkti)

Sastādi dotā uzdevuma risinājuma plānu!

Kādā valstī automašīnu numuri sastāv no 2 dažādiem burtiem (alfabētā ir 25 burti) un tieši 4 dažādiem cipariem. Cik dažādus automašīnu numurus var izveidot?

6. uzdevums (4 punkti)

Sacensībām pieteicās 16 sportisti (visiem ir vienādas iespējas uzvarēt).

- a) Cik dažādos veidos šie sportisti var sadalīt pirmo un otro vietu?
- b) Vai starp šiem 16 sportistiem noteikti ir divi tādi, kuriem dzimšanas diena ir vienā mēnesī? Pamato!

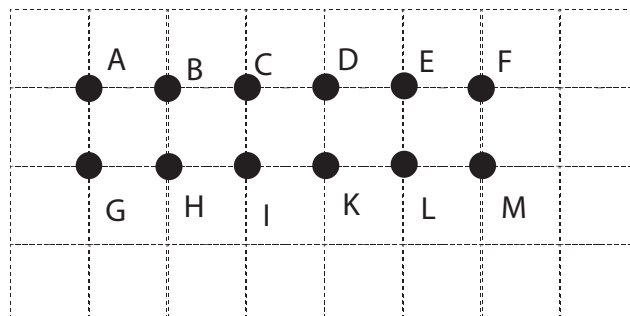
7. uzdevums (3 punkti)

Seši studenti izlēma aizbraukt uz Jūrmalu ar automobili, kurā ir 7 vietas. Diviem no viņiem ir vadītāja apliecība. Cik veidos viņi var ieņemt vietas automobilī atbilstoši satiksmes drošības noteikumiem?

8. uzdevums (5 punkti)

Plaknē atrodas 12 punkti (zīmējums).

- Cik ir trijstūru ar virsotnēm dotajos punktos?
- Cik no tiem ir vienādsānu trijstūri?
- Kāds ir lielākais iespējamais laukums trijstūrim, kura virsotnes ir dotajos punktos? Atbildi pamato!



KOMBINATORIKAS ELEMENTI

1. variants

1. uzdevums (3 punkti)

Dota kopa $X = \{a; b; c; d\}$.

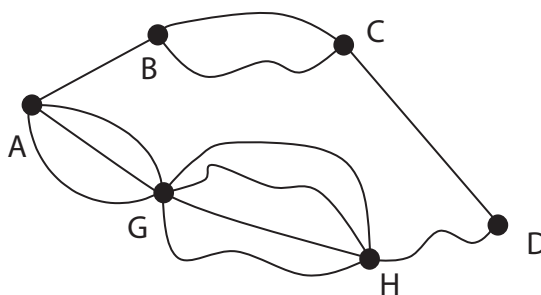
- Uzraksti visas nesakārtotās izlases, kas sastāv no trim dažādiem kopas X elementiem!
- Izvēlies vienu no uzrakstītajām nesakārtotajām izlasēm un no tās elementiem izveido visas sakārtotās izlases no trim dažādiem elementiem!

2. uzdevums (2 punkti)

Zīmējumā attēlota

Kombinatorikas valsts ceļu karte. Cik dažādos veidos var aizbraukt (atgriezties atpakaļ nedrīkst):

- no pilsētas A līdz pilsētai H,
- no pilsētas A līdz pilsētai D?



3. uzdevums (3 punkti)

Klasē ir 18 meitenes un 12 zēni. Cik dažādos veidos skolotājs var izvēlēties 3 skolēnus klases telpas uzkopšanas darbiem?

4. uzdevums (2 punkti)

Tumšā veikala noliktavā ir kaste, kurā ir 10 vienādi kurpju pāri. Kāds ir minimālais kurpju skaits, kas jāizņem no kastes, lai starp izņemtajām kurpēm **noteikti** būtu pāris?

5. uzdevums (3 punkti)

Sastādi dotā uzdevuma risinājuma plānu!

Kodu veido 5 dažādi simboli. Pirmie divi simboli ir latīņu alfabēta burti (latīņu alfabētā ir 26 burti), pēdējie trīs simboli ir cipari. Cik dažādus durvju kodus var izveidot?

6. uzdevums (4 punkti)

Pilsētas Domē ir 15 deputāti.

- Cik dažādos veidos var izvēlēties Domes priekšsēdētāju un sekretāru?
- Vai starp šiem 15 deputātiem noteikti ir divi tādi, kuriem dzimšanas diena ir vienā mēnesī? Pamato!

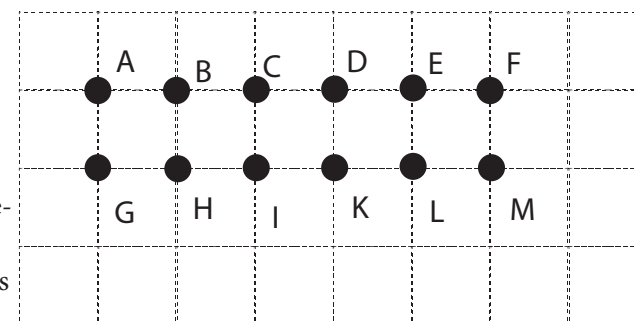
7. uzdevums (3 punkti)

Ar automobili, kurā ir piecas vietas, četri draugi nolēma doties ceļojumā pa Eiropu. Trim ceļotājiem ir vadītāja apliecība. Cik veidos ceļotāji var ieņemt vietas automobili atbilstoši satiksmes drošības noteikumiem?

8. uzdevums (5 punkti)

Plaknē atrodas 12 punkti (zīmējums).

- Cik ir trijstūru ar virsotnēm dotajos punktos?
- Cik no tiem ir taisnleņķa trijstūri?
- Kāds ir lielākais iespējamais laukums trijstūrim, kura virsotnes ir dotajos punktos? Atbildi pamato!



KOMBINATORIKAS ELEMENTI

2. variants

1. uzdevums (3 punkti)

Dota kopa $A = \{n; m; k; l\}$.

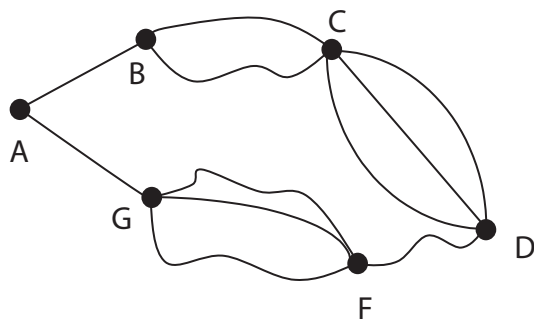
- Uzraksti visas nesakārtotās izlases, kas sastāv no trim dažādiem kopas A elementiem!
- Izvēlies vienu no uzrakstītajām nesakārtotajām izlasēm un no tās elementiem izveido visas sakārtotās izlases no trim dažādiem elementiem!

2. uzdevums (2 punkti)

Zīmējumā attēlota

Kombinatorikas valsts ceļu karte. Cik dažādos veidos var aizbraukt (atgriezties atpakaļ nedrīkst):

- no pilsētas B līdz pilsētai D ,
- no pilsētas A līdz pilsētai D ?



3. uzdevums (3 punkti)

Klasē ir 16 meitenes un 14 zēni. Cik dažādos veidos skolotājs var izvēlēties 3 skolēnus dalībai skolas pasākumā?

4. uzdevums (2 punkti)

Dāvanu maisā ir 16 vienāda izmēra un formas šokolādes tāfelītes, no kurām 8 ir ar lazdu riekstiem un 8 ar mandelēm. Kāds ir minimālais tāfelīšu skaits, kas jāizņem no maisa, lai starp izņemtajām šokolādēm **noteikti** būtu šokolāde ar mandelēm?

5. uzdevums (3 punkti)

Sastādi dotā uzdevuma risinājuma plānu!

Kādā valstī automašīnu numuri sastāv no 2 dažādiem burtiem (alfabētā ir 25 burti) un tieši 4 dažādiem cipariem. Cik dažādus automašīnu numurus var izveidot?

6. uzdevums (4 punkti)

Sacensībām pieteicās 16 sportisti (visiem ir vienādas iespējas uzvarēt).

- Cik dažādos veidos šie sportisti var sadalīt pirmo un otro vietu?
- Vai starp šiem 16 sportistiem noteikti ir divi tādi, kuriem dzimšanas diena ir vienā mēnesī? Pamato!

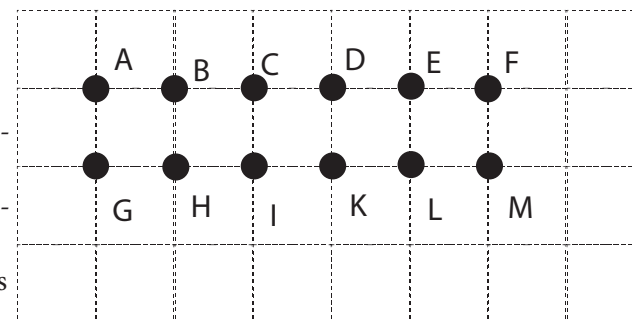
7. uzdevums (3 punkti)

Seši studenti izlēma aizbraukt uz Jūrmalu ar automobili, kurā ir 7 vietas. Diviem no viņiem ir vadītāja apliecība. Cik veidos viņi var ieņemt vietas automobilī atbilstoši satiksmes drošības noteikumiem?

8. uzdevums (5 punkti)

Plaknē atrodas 12 punkti (zīmējums).

- Cik ir trijstūru ar virsotnēm dotajos punktos?
 - Cik no tiem ir vienādsānu trijstūri?
 - Kāds ir lielākais iespējamais laukums trijstūrim, kura virsotnes ir dotajos punktos?
- Atbildi pamato!



KOMBINATORIKAS ELEMENTI

Vērtēšanas kritēriji

| Uzdevums | Kritēriji | Punkti |
|----------|--|--------|
| 1. | Zina, kas ir nesakārtota izlase – 1 punkts | 3 |
| | Zina, kas ir sakārtota izlase – 1 punkts | |
| | Uzraksta visas izlases – 1 punkts | |
| 2. | Nosaka ceļu skaitu no A (B) līdz H (D) – 1 punkts | 2 |
| | Nosaka ceļu skaitu no A līdz D – 1 punkts | |
| 3. | Aprēķina skolēnu skaitu klasē – 1 punkts | 3 |
| | Saprot, ka izvēlētie skolēni ir nesakārtota izlase – 1 punkts | |
| | Aprēķina izlašu skaitu – 1 punkts | |
| 4. | Nosaka minimālo kurpju (šokolādes tāfelīšu) skaitu – 1 punkts | 2 |
| | Pamato atbildi – 1 punkts | |
| 5. | Risinājuma plāna veidošana Ja uzraksta atsevišķus plāna soļus, tos nepamatojot – 1 punkts | 3 |
| | Ja izveido secīgu, bet neprecīzi formulētu vai nepilnīgi pamatotu plānu – 2 punkti | |
| | Ja izveido pilnīgu risinājuma plānu un pamato tā soļus – 3 punkti | |
| 6. | Saprot, ka abu amatu (pirmās un otrās vietas) pretendenti veido sakārtotu izlasi – 1 punkts | 4 |
| | Izmanto reizināšanas likumu – 1 punkts | |
| | Aprēķina izlašu skaitu – 1 punkts | |
| | Pamato 2 dzimšanas dienu eksistenci – 1 punkts | |
| 7. | Nosaka iespējamo vadītāju skaitu – 1 punkts | 3 |
| | Saprot, ka pasažieru izvietojums ir sakārtota izlase – 1 punkts | |
| | Aprēķina iespējamo pasažieru izvietojumu skaitu – 1 punkts | |
| | Izmanto reizināšanas likumu, ievērojot vadītāju skaitu – 1 punkts | |

| | | |
|---|--|----|
| 8. | Paskaidro trijstūru skaita iegūšanu – 1 punkts | 5 |
| | Nosaka visu trijstūru skaitu – 1 punkts | |
| | Nosaka viena veida taisnleņķa (vienādsānu) trijstūru skaitu – 1 punkts | |
| | Nosaka visu taisnleņķa (vienādsānu) trijstūru skaitu – 1 punkts | |
| Aprēķina un pamato lielāko laukumu – 1 punkts | | |
| Kopā | | 25 |

4.TEMATS Kombinatorikas elementi

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

[Stundas piemērs](#)

[M_11_SP_04_P1](#)

[Trīs modeļi](#)

Skolēna darba lapa

[M_11_SP_04_P2](#)

[Jautājumu kubs](#)

Skolēna darba lapa

[M_11_LD_04_P](#)

[Kombināciju skaita īpašība](#)

Skolēna darba lapa

[1.variants](#)

[2.variants](#)

[Vērtēšanas kritēriji](#)