

2.TEMATS Ģeometriskie pārveidojumi

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

[Stundas piemērs](#)

M_11_SP_02_P1 (a)

[Paralēlā pārnese](#)

Skolēna darba lapa

M_11_SP_02_P1 (b)

[Aksiālā simetrija](#)

Skolēna darba lapa

M_11_SP_02_P1 (c)

[Pagrieziens](#)

Skolēna darba lapa

M_11_SP_02_P1 (d)

[Homotētija](#)

Skolēna darba lapa

M_11_UP_02_P1

[Joslu raksti](#)

Skolēna darba lapa

M_11_LD_02_P1

[Plaknes pārklājumi](#)

Skolēna darba lapa

M_11_LD_02_P2

[Radošā konkursa “Parketa zīmējumi” nolikums](#)

Skolēna darba lapa

[Kārtējais vērtēšanas darbs](#)

[Nobeiguma vērtēšanas darbs](#)

[1.variants](#)

[2.variants](#)

[Vērtēšanas kritēriji](#)

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

ĢEOMETRISKIE PĀRVEIDOJUMI

TEMATA APRAKSTS

Ikviens savā ikdienas dzīvē saskaras ar dažādiem ģeometriskiem pārveidojumiem. Piemēram, arhitektūras, etnogrāfijas vai mākslas darbos var saskatīt, ka to elementi ir izkārtoti noteiktā ritmā vai simetriski. Ģeometrijas mācību saturā nozīmīga ir ne vien figūru un to īpašību izpratne un pielietošana, bet arī figūru pārveidojumi. Ģeometrisko pārveidojumu izpratne attīsta tēlaino, konstruktīvo un kombinatorisko domāšanu. Ģeometrisko pārveidojumu apguves laikā skolēns atkārto plaknes figūru īpašības, piemēram, saskata homotētijas saistību ar līdzību, interpretē paralēlo pārnesei ar vektoru palīdzību. Definējot ģeometriskos pārveidojumus kā funkcijas, tiek paplašināta funkcijas un ar to saistīto jēdzienu izpratne.

Priekšstats par paralēlo pārnesei un simetriju ir radīts pamatskolā ne tikai matemātikas, bet arī informātikas, vizuālās mākslas un mājturības stundās.

Tematā tiek aplūkota *paralēlā pārnese*, *aksiālā simetrija*, *pagrieziens (centrālā simetrija kā pagrieziens speciālgadījums)* un *homotētija*, kā arī šo pārveidojumu svarīgākās īpašības, šo īpašību lietojums konstrukcijas, aprēķinu un pierādījuma uzdevumos.

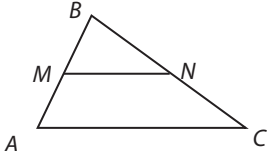


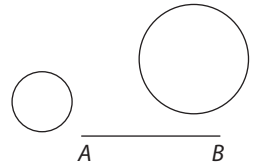
CEĻVEDIS

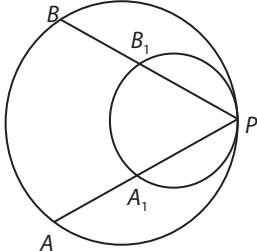
Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

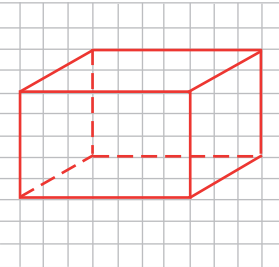
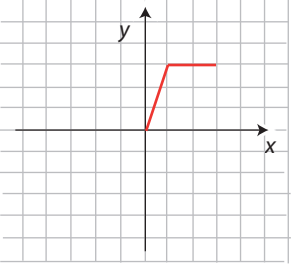
STANDARTĀ	Izprot ģeometriskos modeļus un to attēlošanu plaknē.	Lieto ģeometriskos pārveidojumus, pamatojot ģeometrisku figūru vai to elementu īpašības un savstarpējo novietojumu.	Plāno risinājumu; izvēlas vai izveido problēmai atbilstošu matemātisko modeli.	Saskata matemātikas saikni ar dabas un humanitārajām zinātnēm.
PROGRAMMĀ	- Izprot ģeometriskos pārveidojumus kā funkcionālas sakarības. - Izprot paralēlās pārnese, aksiālās simetrijas, pagriezienu definīcijas un īpašības.	- Lieto paralēlās pārnese, aksiālās simetrijas, pagriezienu īpašības konstrukcijas, aprēķina un pierādījuma uzdevumos. - Lieto homotētijas īpašības konstrukcijas, aprēķina un pierādījuma uzdevumos.	Veic plaknes pārklājumus, izmantojot plaknes figūras.	Analizē pagriezienu, simetriju, paralēlās pārnese un homotētijas lietojumu mākslā (piemēram, Ešera zīm.), etnogrāfijā, kartogrāfijā, astronomijā, optikā u.c.
STUNDĀ	Vizualizēšana. Darbs ar tekstu. <i>SP. Ģeometriskais pārveidojums kā funkcija.</i> <i>VM. Ģeometriskie pārveidojumi.</i>	<i>KD. Pagriezienu lietojums.</i>	Modeļu izgatavošana. <i>LD. Plaknes pārklājumi.</i> Demonstrēšana. <i>VM. Paralēlā pārnese.</i> <i>VM. Plaknes pārklājumi.</i>	Demonstrēšana. <i>VM. Ešera zīmējumi.</i> <i>VM. Ģeometriskie pārveidojumi.</i>

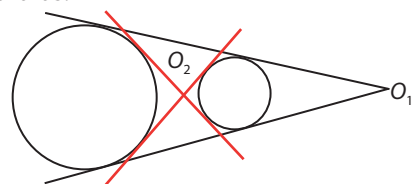
UZDEVUMU PIEMĒRI

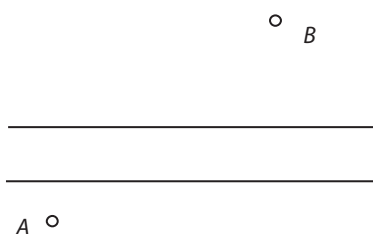
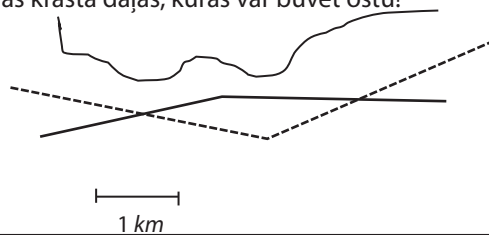
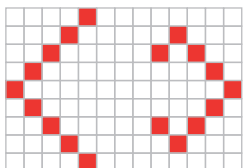
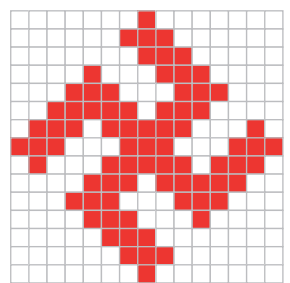
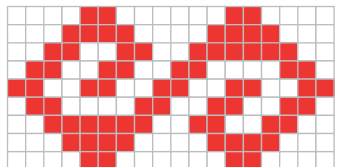
Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot ģeometriskos pārveidojumus kā funkcionālas sakarības.	Pabeidz teikumu, pasvītrotot, tavuprāt, atbilstošo frāzi! Ģeometriskie pārveidojumi ir: a) figūru konstrukcijas gaita, b) funkcijas, kuru argumenti un vērtības ir plaknes punkti, c) laukumu vai perimetru aprēķināšanas gaita ģeometriskām figūrām.	Analizējot paralēlo pārnesei kā funkcionālu sakarību, nosaki: a) definīcijas apgabalu, b) atbilstības formulējumu, c) vērtību apgabalu!	Vai lineāru funkciju $y=ax+b$ arī var uzskatīt par "ģeometrisku pārveidojumu"? Atbilde pamato!
Izprot paralēlās pārnesei, aksiālās simetrijas, pagriezienu un homotētijas definīcijas un īpašības.	1. Paralēlajā pārnesei punkts $A(4;0)$ attēlojas par punktu $X(-3;2)$. Iezīmē pārvietojuma vektoru! Nosaki tā koordinātas! 2. Uzraksti aksiālās simetrijas definīciju! Izveido zīmējumu, kas ilustrē definīciju! 3. Uzraksti paralēlās pārnesei īpašības!	1. Dots, ka MN ir trijstūra ABC viduslīnija. Nosauc homotētijas centru un koeficientu, ja: a) M attēlojas par A , b) C attēlojas par N !  2. Definē centrālo simetriju, izmantojot: a) pagriezienu jēdzienu, b) homotētijas jēdzienu!	1. Uzzīmē tādu figūru, kura nav ne kvadrāts, ne riņķa līnija, kura attēlojas par sevi pagriezienos par 90° un 180° ! 2. Uzzīmē tādus divus aksiāli simetriskus trijstūrus, lai vienu no tiem varētu pārveidot par otru plaknes pagriezienu rezultātā! Nosaki pagriezienu leņķi un pagriezienu centru!
Izprot ģeometriskos pārveidojumus vispārīgās īpašības un secinājumus no tām, kopīgo un atšķirīgo starp dažādiem pārveidojumiem.	1. Ieraksti trūkstošo! a) Ja visiem figūras F punktiem pielieto vienu un to pašu paralēlo pārnesei, pagriezienu vai aksiālo simetriju, tad iegūtā figūra F' ir ar figūru F . b) Ja visiem figūras F punktiem katram atsevišķi pielieto vienu un to pašu homotētiju, tad iegūtā figūra F' ir ar figūru F . c) Ja paralēlās pārnesei rezultātā trijstūris ABC pārveidojas par trijstūri $A'B'C'$, tad trijstūra ABC mediānu krustpunkts M pārveidojas par 2. Nosauc ģeometriskos pārveidojumus, kuros saglabājas gan ģeometriskā figūru forma, gan izmēri!	Trijstūris $A_1B_1C_1$ ir iegūts no trijstūra ABC ar paralēlo pārnesei. Trijstūra ABC augstumi krustojas punktā H , bet trijstūra $A_1B_1C_1$ augstumi krustojas punktā H_1 . Pierādi, ka $HH_1=CC_1$!	Dots: ABC, ADE – regulāri trijstūri, $\angle CAD=15^\circ$, O ir trijstūrī ABC ievilktais riņķa līnijas centrs, bet O_1 ir trijstūrī ADE ievilktais riņķa līnijas centrs. Pamato $\angle OAO_1$ lielumu!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Konstruē pagriezienā iegūtas figūras, aksiāli simetriskas figūras, veic figūru paralēlo pārnesei un konstruē homotētiskas figūras.	1. Dots trijstūris ABC un punkts E, kas atrodas uz trijstūra malas BC. Konstruē trijstūra ABC attēlu paralēlajā pārnese, ko nosaka vektors $\vec{EA}$! 2. Uzzīmē vienādsānu taisnleņķa trijstūri! Konstruē trijstūri, kuru iegūst, doto trijstūri pagriežot par 45° ap taisnā leņķa virsotni!	1. Dots pagrieziena centrs O un leņķis ϕ. Uzraksti plānu nogriežņa AB attēlojuma konstruēšanai šajā pagriezienā! 2. Uzzīmē trijstūri ABC, izvēlies homotētijas centru ārpus tā un konstruē trijstūrim ABC homotētisku trijstūri, ja homotētijas koeficients a) $k=3$, b) $k=-2$!	Dotas divas riņķa līnijas ω_1 un ω_2 un nogrieznis AB. Ar cirkuli un lineālu konstruē punktu M uz ω_1 un punktu N uz ω_2 tā, ka $\vec{MN} = \vec{AB}$! 
Lieto paralēlās pārnese, aksiālās simetrijas, pagrieziena īpašības konstrukcijas, aprēķina un pierādījuma uzdevumos.	Izmantojot pagriezienu, pierādi, ka hordas, kas savēl vienādus lokus, ir vienāda garuma!	1. Dots šaurs leņķis un punkts D tā iekšpusē. Izmantojot centrālo simetriju, konstruē taisni AB, kas leņķa malas krusto punktus A un B tā, lai $AD=DB$! 2. Vienādmalu trijstūris tiek pagriezts par 30° ap vienu no virsotnēm. Pamato, ka dotā trijstūra un pagriezienā iegūtā trijstūra kopīgā daļa ir aksiāli simetriska figūra! 3. Kvadrāts tiek pagriezts ap vienu no virsotnēm par 30°. Nosaki dotā kvadrāta un pagriezienā iegūtā kvadrāta kopīgo daļu! Aprēķini iegūtās daļas un kvadrāta laukumu attiecību!	1. Pierādi, ka vienādsānu trapecē $ABCD$ ($AD \parallel BC$) pamatu viduspunkti, diagonāļu krustpunkts un sānu malas pagarinājumu krustpunkts atrodas uz vienas taisnes! 2. Dots regulārs trijstūris ABC ar centru punktā O. Caur O novilkta divas taisnes, leņķis starp kurām ir 60°. Viena no taisnēm krusto trijstūra ABC malas punktus N un L, bet otra punktus K un M. Pierādi, ka $NL=KM$! 3. Vienādmalu trijstūra ABC iekšpusē dots punkts M tā, ka $AM=1$, $BM=\sqrt{3}$, $CM=2$. Aprēķini $\angle AMB$, $\angle BMC$, malas AB garumu! <i>Piezīme: Izmanto pagriezienu ap punktu C par 60° virzienā no A uz B!</i>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto homotētijas īpašības konstrukcijas, aprēķina un pierādījuma uzdevumos.	1. Rombs $ABCD$ ir homotētisks rombam $EFGH$. Kādi ir romba $EFGH$ leņķi, ja $\angle A = 35^\circ$! 2. Papildini homotētijas īpašību formulējumus! a) Ja taisne l homotētijā attēlojas par taisni l_1, tad vai nu l_1 sakrīt ar l, vai arī b) Ja riņķa līnija ω homotētijā ar centru O attēlojas par riņķa līniju ω_1 un centrs O atrodas uz ω, tad vai nu ω_1 sakrīt ar ω (ja $k=1$), vai arī	1. Trapecē $ABCD$ (AD – garākais pamats) diagonāles krustojas punktā E. Pamata malu garumi ir 4 cm un 10 cm. Nosaki, vai trijstūri AED un BEC ir homotētiski! Nosaki homotētijas centru un koeficientu! 2. Trijstūra $A_1B_1C_1$ malas ir trijstūra ABC viduslīnijas. Konstruē centru homotētijai, kas trijstūri ABC attēlo par trijstūri $A_1B_1C_1$! Nosaki homotētijas koeficientu! 3. Divas riņķa līnijas iekšēji pieskaras punktā P. Caur punktu P novilkta divas taisnes, kas katra krusto katru riņķa līniju vēl citā punktā. Pierādi, ka ABA_1B_1 ir trapecē! 	1. Trijstūris ABC ($\angle A = 90^\circ$) ir vienādsānu taisnleņķa trijstūris. Ar homotētijas centru punktā A konstruēts tam homotētisks trijstūris AB_1C_1 tā, ka trijstūra AB_1C_1 laukums ir divas reizes lielāks nekā trijstūra ABC laukums. Pierādi, ka $AB_1 = BC$! 2. Pierādi, ka divi trijstūri, kuri ir homotētiski, ir arī līdzīgi! Vai arī apgrieztais apgalvojums ir spēkā? 3. Doti divi trijstūri. Uzraksti kādu nepieciešamo nosacījumu, lai šie trijstūri būtu homotētiski!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto jēdzienus pārveidojums, pagrieziens, centrālā simetrija, aksiālā simetrija, simetriskas figūras, paralēlā pārnese, homotētija, homotētiskas figūras, homotētijas koeficients, līdzība, līdzīgas figūras – , aprakstot reālas situācijas, komentējot ģeometriskos pārveidojumu lietošanu citos matemātikas tematos.	1. Ar kādu ģeometriskā pārveidojuma vienu no figūrām attēlojas par otru? Ja iespējams, norādi pārveidojuma parametrus! a  b  c  d  e  f  g  2. Dots taisnstūra paralēlskaldņa zīmējums. Saskati vismaz trīs paralēlās pārnese un raksturo tās, lietojot vektora jēdzienu! 	1. Rombs tiek pagriezts par 90° ap diagonāļu krustpunktu. Iezīmē dotās un pagriezienā iegūtās figūras kopīgo daļu! Raksturo iegūto figūru un tās īpašības! 2. Attēlā dota daļa no funkcijas $y=f(x)$ grafika! Papildini funkcijas $y=f(x)$ grafiku, lai funkcija būtu: a) pāra; b) nepāra; c) periodiska! Nosauc izmantotos ģeometriskos pārveidojumus!  3. Lietojot matemātikā pieņemtos jēdzienus, raksturo animācijā demonstrēto! (M_11_UP_02_VM1)	1. Konstruē doto funkciju grafikus un raksturo iegūto zīmējumu, lietojot ar ģeometriskajiem pārveidojumiem saistītus jēdzienus: a) $y=2x-1$ un $y=2x+3$, b) $y=2x-1$ un $y=-2x-1$, c) $y=2x-1$ un $y=-\frac{1}{2}x-1$! 2. Vienādsānu trijstūrī novilkta visas viduslīnijas. Saskati un apraksti ģeometriskos pārveidojumus: aksiālo simetriju, homotētiju, pagriezienu, paralēlo pārnese, centrālo simetriju!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Veic plaknes pārklājumus, izmantojot plaknes figūras.	Pārklāj plakni ar vienādiem dažādmalu trijstūriem, izmantojot ģeometriskos pārveidojumus! Nosauc izmantotos ģeometriskos pārveidojumus!	1. Izveido plaknes pārklājumu, kurā izmantotas vismaz divas dažādas plaknes figūras! 2. Izveido zīmējumu konkursam "Oriģinālākais parkets"!	1. Izveido plaknes pārklājumu, kurā izmantoti gan regulāri trijstūri, gan regulāri četrstūri, gan regulāri sešstūri! Vai vari izveidot pārklājumu, kurā kopīgas malas ir tikai dažādām figūrām (trijstūrim un četrstūrim, četrstūrim un sešstūrim, trijstūrim un sešstūrim)? 2. Vai plakni var pārklāt ar regulāriem piecstūriem, izmantojot ģeometriskos pārveidojumus? Ja var, apraksti šo procesu, bet ja nevar, pamato to!
Iegūst informāciju par ģeometriskajiem pārveidojumiem, fraktāļiem no teksta.	Ģeometrisko pārveidojumu konstrukcijas gaitu var sadalīt atsevišķos soļos – operācijās: a) caur doto punktu novelk taisni paralēli dotajam nogrieznim; b) dotā garuma nogriezni atliek uz jau novilkta stara no šī stara sākumpunkta; c) no dotā punkta novelk perpendikulu pret taisni; d) atliek dotā lieluma leņķi tā, lai tā viena mala sakristu ar doto staru; e) konstruē k reizes garāku nogriezni. Kuras no šīm operācijām tiek lietotas visu ģeometrisko pārveidojumu konstrukcijās?	Definējot funkcijas, tiek izmantoti parametri – konstantes, kas ietilpst funkcijas aprakstā. Parametri ir nemainīgi attiecībā pret visiem definīcijas apgabala punktiem. Piemēram, uzdodot lineāru funkciju $y=ax+b$, izmanto divus parametrus – lineārā locekļa koeficientu a un brīvo locekli b . Arī ģeometriskajiem pārveidojumiem ir parametri, kas tos nosaka. Nosauc paralēlās pārnese, aksiālās simetrijas un pagriezienu parametrus!	Ja divas riņķa līnijas nav vienādas, tad vienmēr eksistē tieši divas homotētijas (viena – ar negatīvu, otra – ar pozitīvu koeficientu), kas attēlo vienu riņķa līniju par otru. Homotētijas koeficienta modulis vienmēr vienāds ar rādiusu attiecību. Ja riņķa līnijas atrodas viena ārpus otras un nepieskaras, tad "pozitīvās" homotētijas centrs ir kopējo ārējo pieskaru krustpunkts O_1 , bet "negatīvās" – kopējo iekšējo pieskaru krustpunkts O_2 (sk. zīm.). Izvirzi hipotēzi par homotētijas centru atrašanās vietu, ja: a) riņķa līnijas ārēji pieskaras, b) riņķa līnijas iekšēji pieskaras! 
Izmanto IT informācijas iegūšanai, ģeometrisko pārveidojumu demonstrēšanai.	Izmantojot datorā pieejamos zīmēšanas rīkus, paša izveidotai figūrai konstruē: a) figūru, kas iegūta paralēlās pārnese rezultātā, b) aksiāli simetrisku figūru, c) centrāli simetrisku figūru, d) figūru, kas iegūta pagriežot doto figūru par -90° !	Izmantojot datorā pieejamos zīmēšanas rīkus, dotajam trijstūrim konstruē homotētisku trijstūri, ja homotētijas centrs ir: a) trijstūra iekšpusē, b) trijstūra virsotnē, c) trijstūra ārpusē!	Izmantojot datorā pieejamos zīmēšanas rīkus, atrisini uzdevumu: a) rombam "izgriez" neregulāras formas fragmentu, paralēli to pārnese par vektoru, kas sakrīt ar malu un "pielīmē" pie "romba" pretējās malas, b) izveido vizuālu prezentāciju, kas demonstrē plaknes pārklāšanu ar doto figūru!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izmanto ģeometriskos pārveidojumus uzdevumos ar praktisku saturu.	Pilsētas <i>A</i> un <i>B</i> atrodas vienā pusē no dzelzceļa līnijas. Jāizveido ceļš no <i>A</i> uz <i>B</i> tā, lai tas ietu caur staciju, kura atrodas pie dzelzceļa līnijas. Kur jābūvē stacija, lai braucot caur to, pa visīsāko ceļu savienotu punktus <i>A</i> un <i>B</i>? 	Starp pilsētām <i>A</i> un <i>B</i> atrodas kanāls ar paralēliem krastiem. Kur jāceļ pārceltuve (perpendikulāri kanāla krastiem), lai pilsētas <i>A</i> un <i>B</i> savienotu pa visīsāko maršrutu? 	Zīmējumā attēlots jūras krasts, automaģistrāle (nepārtraukta līnija) un dzelzceļš (pārtraukta līnija). Ostu jābūvē vietā, kas ir vismaz 1 km attālumā no automaģistrāles un ne vairāk kā 1 km attālumā no dzelzceļa. Atrast zīmējumā tās jūras krasta daļas, kurās var būt ostu! 
Analizē pagrieziena, simetriju, paralēlās pārnese un homotētijas lietojumu mākslā (piem. Ešera zīm.) etnogrāfijā, kartogrāfijā, astronomijā, optikā, u.c.	1. Kurus ģeometriskos pārveidojumus var saskatīt dotajos latvju rakstos? Mēness zīmē  Pērkona zīmē  Zalkša zīmē  2. Izpēti attēlus dotajā vietnē http://www.worldofescher.com/gallery/ Kādus pārveidojumus šeit var saskatīt?	1. Kur apkārtējā dzīvē var saskatīt homotētisku, pagrieziena vai ar paralēlo pārnese iegūtu figūru modeļus? 2. Izvēlies vienu no prezentācijā demonstrētajiem Ešera zīmējumiem un komentē ģeometriskos pārveidojumu lietojumu tajā (M_11_UP_02_VM2)!	Par joslu rakstiem sauc ornamentus, ko ierobežo 2 paralēlas malas un joslas platums atbilst vienam elementam. Joslu raksta garums ir neierobežots. Joslu raksti tiek veidoti no atsevišķiem elementiem. Pētot joslu rakstus, var ievērot, ka to elementiem piemīt simetriskums – gan pret asi (asim), gan pret punktu; tos iegūst ar citu elementu paralēlo pārnese. Par paraugiem izmantosim elementus L, Z un C un tiem simetriskus elementus, arī spoguļattēlus (sk. zīm.). Par matemātiski vienādiem sauksim rakstus, kuri iegūstami paši no sevis ar vieniem un tie pašiem ģeometriskajiem pārveidojumiem. Cik matemātiski dažādus joslu rakstus iespējams izveidot, izmantojot dotos paraugus (M_11_UP_02_P1)?

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Ir ieguvusi priekšstatu par fraktāļiem kā mūsdienu matemātikas pētījumu objektiem.	Izmantojot vietni http://www.fraktalis.lv un citus pieejamos materiālus, sagatavo atbildes uz jautājumiem! a) Kā var nodefinēt fraktāli? b) Kad sākās matemātiski pētījumi par fraktāļiem? c) Kādās nozarēs tiek izmantoti fraktāļi? d) Kādi zinātnes sasniegumi jāva attīstīties fraktāļu ģeometrijai?	Uzraksti piemērus no apkārtējās pasaules, kuros sastopamas fraktāļu formas!	Izmantojot datorā pieejamos zīmēšanas rīkus, izveido fraktāli!

STUNDAS PIEMĒRS

ĢEOMETRISKAIS PĀRVEIDOJUMS KĀ FUNKCIJA

Mērķis

Pilnveidot izpratni par ģeometriskajiem pārveidojumiem, izmantojot vizuālu un tekstuālu informāciju.

Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Klasificē ģeometriskos pārveidojumus.
- Zina parametrus, kas nosaka paralēlo pārnesei, aksiālo simetriju, pagriezienu, homotētiju.

Nepieciešamie resursi

- Spēle “Ģeometriskie pārveidojumi”.
- Izdales materiāli – teksts (M_11_SP_02_P1).
- Vizuālais materiāls (M_11_SP_02_VM1).

Mācību metodes

Vizualizēšana, darbs ar tekstu.

Stundas gaita

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Vizualizēšana (17 minūtes)	
Izdala spēles “Ģeometriskie pārveidojumi” kartītes. Paskaidro, ka attēlos redzami dažādi ģeometriski pārveidojumi. Aicina dotos pārveidojumus klasificēt, saskatot pazīmes, pēc kurām to var darīt, katrai pārveidojumu grupai izdomāt nosaukumu. Lūdz katrai grupai nosaukt pazīmi, pēc kuras veikta klasifikācija. Īsi pieraksta uz tāfeles. <i>Var aicināt grupas, kuras dalījumu veikušas pēc viena principa salīdzināt darba rezultātus.</i> Uz tāfeles veido shēmas/shēmu uzmetumus. Demonstrē atbilstošos attēlus (M_11_SP_01_VM1), <i>var izmantot interaktīvo tāfeli. Elektroniskais vizuālais materiāls ar dažādiem ģeometrisko pārveidojumu attēliem atbilst spēles kartītēm.</i> Aicina skolēnus īsi komentēt.	Saņem kartītes. Izpēta attēlus. Klasificē figūru pārveidojumus, nosakot pazīmi, pēc kuras klasificē, izdomā nosaukumus pārveidojumu veidiem. <i>Klasificēt var pēc tā, kādu figūru iegūst – vai saglabājas gan figūras forma, gan izmēri (iegūst vienādu, līdzīgu, citu figūru); arī pēc tā, kā mainās figūras novietojums, kādas darbības/soļi izmantoti, pārveidojot figūru.</i> Informē pārējos skolēnus, uzzina citu grupu pieejas. Piedalās shēmas/shēmu izveidē, salīdzina to ar savu salikto. Paskaidro, izsaka komentārus.

Mācību organizācijas formas

Frontāls darbs, grupu darbs, individuāls darbs. *Grupas (vēlams 4 skolēni grupā) izveido jau stundas sākumā.*

Vērtēšana

Skolotājs gūst informāciju par skolēnu izpratni, saņemot atbildes uz jautājumiem, sekojot grupu darbam ar tekstiem; skolēni stundas gaitā salīdzina viedokļus grupas ietvaros un starp grupām, pārbauda, papildina stundas nobeigumā izveidoto shēmu.

Skolotāja pašnovērtējums

Secina par skolēnu prasmi patstāvīgi izmantot vizuālu un tekstuālu informāciju un tās nozīmi rezultāta sasniegšanai, stundā izvēlēto metožu un materiālu lietderību.

Skolotāja darbība	Skolēnu darbība
Jautā, ar kādiem citiem matemātiskiem jēdzieniem saistās attēlos saskatītais. <i>Ja nepieciešams uzvedina, jautājot, kura matemātiskā modeļa definīcijā ir runa par divām kopām un atbilstības nodibināšanu starp tām.</i> Veido sarunu, nonākot pie secinājuma, ka ģeometriskos pārveidojumus var uzskatīt par funkcijām. Jautā, ko katrā gadījumā var uzskatīt par definīcijas kopu, ko par vērtību kopu, mudina vārdiski raksturot piekārtojuma likumu. Skolēni iespējams minēs, ka definīcijas un vērtību apgabali ir doto figūru visu punktu kopas, jāvirza saruna, lai secinātu, ka dažiem no pārveidojumiem (izņemot projekcijas) definīcijas apgabals un arī vērtību apgabals ir visa plakne. Demonstrē atbilstošos attēlus (M_11_SP_01_VM1). Vērš uzmanību uz skolēnu piedāvātajiem ģeometrisko pārveidojumu veidu nosaukumiem. Pārrunā tos, saskaņo ar pieņemtajiem nosaukumiem. Informē, ka šajā tematā apskatīs paralēlo pārnēsi, aksiālo simetriju, pagriezienu, homotētiju (centrālo simetriju kā pagriezienu, homotētijas speciālu gadījumu). <i>Attēlos redzama arī paralēlā un centrālā projekcija un ir vēl arī citi pārveidojumi.</i>	Saskata analogijas ar funkcijām algebrā. Atbild uz jautājumiem. Strādā ar attēliem. Norāda katram pārveidojumam definīcijas un vērtību kopu, raksturo piekārtojuma likumu. Saskata pārveidojumus, kuru definīcijas un vērtību apgabals ir visa plakne un tos, kur nē. Pārrunā ģeometrisko pārveidojumu nosaukumus, atceras jau mācītos.
Darbs ar tekstu (15 minūtes)	
Atgādina, ka algebrā, uzdodot funkcijas, izmanto parametrus, kas ietilpst funkcijas aprakstā (formulā), arī ģeometriskajiem pārveidojumiem ir parametri ar ģeometrisku jēgu, kas nosaka konkrēto pārveidojumu. Definējot pārveidojumu, tiek noskaidrots, <u>par kādu punktu pārveidojumā attēlojas dotais punkts.</u> Izdala darba lapu (M_11_SP_01_P1) ar informāciju, par pārveidojumiem un to parametriem. <i>Katrs skolēns grupā saņem tekstu par vienu no pārveidojumiem.</i> Lūdz katru skolēnu izlasīt un pārdomāt informāciju par vienu no pārveidojumiem (laiks 5 minūtes). Aicina skolēnus pēc kārtas iepazīstināt pārējos grupā ar izlasīto. <i>Ir četri teksti atbilstoši pārveidojumu veidiem, ja skolotājs, izvērtējot apjomu un skolēnu priekšzināšanas, nolemj informāciju par paralēlo pārnēsi un aksiālo simetriju dot vienam skolēnam, tad sākotnēji skolēnu grupas jāveido pa 3.</i>	Saņem darba lapu ar tekstu, izlasa, pārdomā, kā to stāstīs pārējiem grupas dalībniekiem. Stāsta un rāda – nosauc pārveidojumu, raksturo parametru/ parametrus, kas nosaka pārveidojumu, definē pārveidojumu, paskaidro to ar piemēriem. Klausās, jautā, atbild, īsi pieraksta, skicē zīmējumus – iegūst informāciju par 4 aplūkojamajiem pārveidojumu veidiem.
Vizualizēšana (8 minūtes)	
Aicina skolēnus individuāli pēc atmiņas izveidot shēmu ar pārveidojumu klasifikāciju, atbilstoši stundā apgūtajam, parādot 4 pārveidojumu veidus, katram īsi pierakstot parametrus un uzskicējot atbilstošu zīmējumu. Aicina atgriezties pie stundas sākumā klasificētajiem pārveidojumiem, ja nepieciešams shēmu uz tāfeles papildina, saistot ar stundā apgūto, pārrunā to, akcentējot būtisko. Informē, ka stundas sākumā attēlos vēroja, par kādām figūrām ģeometriskie pārveidojumi pārveido dotās figūras. Nākamajās stundās runās precīzēs pārveidojumu īpašības, konstruēs figūras, izmantos ģeometriskos pārveidojumus dažādu uzdevumu risināšanā.	Patstāvīgi izveido shēmu. <i>Šo uzdevumu skolēni veic pārdomājot un atceroties. Ja nav pārliecības par kaut ko, atstāj brīvu vietu, ko pēc tam papildina.</i> Saista stundā apgūto ar sākotnējo pieeju pārveidojumu klasifikācijai, izsaka ierosinājumus shēmas pilnveidošanai. Salīdzina, papildina shēmu.

STATISTISKS PĒTĪJUMS

Darba izpildes laiks 10 + 40 minūtes

M_11_LD_03

Mērķis

Veidot izpratni par statistisko datu vidējiem lielumiem un izkliedes mēriem, savācot datus, veicot aprēķinus, analizējot un interpretējot datus, kā arī pilnveidojot sadarbības prasmes.

Sasniedzamais rezultāts

- Veic aptauju, apkopo datus.
- Nosaka statistiskos rādītājus (modu, mediānu, vismazāko un vislielāko vērtību, amplitūdu, standartnovirzi).
- Konstruē histogrammu.
- Analizē un interpretē datus.

Saskata un klasificē lielumus, formulē pētāmo problēmu	Dots
Veido plānu	Dots
Iegūst un apstrādā informāciju	Mācās
Formulē pieņēmumu/ hipotēzi	Patstāvīgi
Veic pierādījumu	–
Analizē un izvērtē rezultātus, secina	Mācās
Prezentē darba rezultātus	–
Sadarbojas, strādājo grupā (pārī)	Mācās

Darbs veicams pāros.

Ir svarīgi, lai skolēni pirms darba veikšanas būtu sagatavojuši izlases datus apstrādei. Tāpēc jau kādā no iepriekšējām mācību stundām paredz 10 minūtes laiku, lai skolēnus iepazīstinātu ar situācijas aprakstu un pētāmo problēmu, kā arī uzdotu viņiem savākt datus izlasei, kas katram pārim būs atšķirīga.

Darbā izmanto arī klases izlasi. Datus, kas raksturo klasi, apstrādā skolotājs pats. Rezultātus skolēniem iedod, lai viņi varētu salīdzināt izlases.

Tā kā datu kopas nav ļoti lielas, visus aprēķinus veic rakstiski. Darba izpildē vēlams lietot zinātnisko kalkulatoru.

Situācijas apraksts

Skolā nolēma noskaidrot vidējo laiku, ko skolēni pavadā ceļā uz skolu. Lai iegūtu precīzus datus, vajadzētu aptaujāt visus skolas skolēnus. Taču tas varētu būt ļoti darbietilpīgs process, tāpēc nolēma veikt aptauju tikai vienā klasē. Kāds no pētījuma organizatoriem izteica šaubas par šādi iegūto rezultātu objektivitāti un ierosināja veikt vēl otru aptauju, kurā aptaujātu tikpat skolēnu, cik pētāmajā klasē, taču skolēni tiktu izraudzīti pēc nejaušības principa. Pārējie organizatori piekrita, kaut gan bija pārliecināti, ka skolas skolēnu vidēji ceļā pavadīto laiku var noteikt, savācot, apstrādājot un izanalizējot tikai vienas klases datus.

Skolas “vidējo” skolēnu var raksturot, izvēloties arī citas pazīmes. Piemēram, var savākt datus par brīvā laika daudzumu, par mājas darbu izpildei patērēto laiku, par izlasīto grāmatu skaitu semestrī, par pirmās pakāpes brālēnu un māsīcu skaitu utt.

Pētāmā problēma

Vai abu izlašu (vienas klases skolēnu un tikpat lielas nejauši izvēlētu skolēnu izlases) dati vienlīdz precīzi raksturo skolas “vidējo” skolēnu?

Hipotēze

Iespējamās hipotēzes:

- Abu izlašu dati vienlīdz labi raksturo skolas “vidējo skolēnu”, jo izlases ar 30 skolēniem ir pietiekoši lielas.
- Labāk skolas “vidējo” skolēnu raksturo izlase, kas veidota pēc nejaušības principa, jo šajā izlasē ietilpst dažādu klašu skolēni.

Darba gaita

1. Veic aptauju izlasē, kas izveidota no nejauši izvēlētiem no skolas skolēniem. Sagatavots iepriekš.
2. Tabulā reģistrē aptaujā iegūtos izlases datus.
3. Nosaka izlases mediānu un modu.
4. Nosaka izlases vismazāko un vislielāko vērtību, amplitūdu.
5. Apkopo datus biežuma tabulā, izvēloties 5 – 10 vienāda garuma intervālus. Skolotājs nosaka intervāla garumus, lai tie sakristu ar tiem, ko izvēlējies viņš, apstrādājot klases izlasi.

6. Nosaka sagrupēto datu vidējo vērtību, aprēķiniem var izmantot zinātnisko kalkulatoru, rakstiski uzrādot risinājuma gaitu. Vidējo vērtību noapaļo vai nu līdz vieniem vai desmitdaļām.
7. Aprēķina standartnovirzi, izmantojot sagrupētos izlases datus (aprēķiniem vari izmantot zinātnisko kalkulatoru, rakstiski uzrādot risinājuma gaitu). Iegūto standartnovirzi noapaļo līdz desmitdaļām, ja vidējā vērtība ir noapaļota līdz vieniem, vai līdz simtdaļām, ja vidējā vērtība ir noapaļota līdz desmitdaļām.
8. Konstruē izlases histogrammu.
9. Nosaka, cik izlases datu vērtību atrodas vienas, divu un trīs standartnoviržu attālumā no vidējās vērtības. Izsaka tās procentos.

legūto datu reģistrēšana un apstrāde

Datu apstrādes piemēram tiek piedāvāti dati, kas savākti vidusskolas 10. klasē (32 skolēni), skolā, kas atrodas Rīgas pilsētas Centra rajonā.

Modas un mediānas noteikšanai, datus sakārto augošā secībā.

10	10	13	13	15	15	15	15
15	18	20	20	20	25	25	25
25	25	25	30	30	30	35	40
40	40	45	45	45	50	60	80

No tabulas redzams, ka visbiežāk (6 reizes) parādās laiks 25 minūtes, tātad $M_o = 25$ min.

Mediānas aprēķināšanai, nosaka $\frac{1}{2}(1+32) = \frac{1}{2} \cdot 33 = 16,5$, tātad mediāna ir vidējais aritmētiskais starp 16. un 17. vērtību: $\frac{25+25}{2} = 25$, un $M_e = 25$ min.

Datus sagrupē intervālos. Nosakot datu vismazāko (10 min.) un vislielāko vērtību (80 min.), aprēķina datu amplitūdu: $80 - 10 = 70$. Tā kā ieteiktais intervālu skaits ir no 5 līdz 10, tad šajā situācijā saprātīgi būtu izvēlēties 8 intervālus, katru 10 minūšu garumā. Pieraksta sagrupētos datus biežuma tabulās:

Vērtību intervāls (laiks minūtēs)	Biežums (skolēnu skaits)	Intervāla viduspunkts	Biežums $\times$ intervāla viduspunkts	Novirze: intervāla viduspunkts – vidējā vērtība	Novirzes kvadrāts	Biežums $\times$ novirzes kvadrāts
$10 \leq x < 20$	10					
$20 \leq x < 30$	9					
$30 \leq x < 40$	4					
$40 \leq x < 50$	6					
$50 \leq x < 60$	1					
$60 \leq x < 70$	1					
$70 \leq x < 80$	0					
$80 \leq x < 90$	1					
Summa	32					

Vidējās vērtības aprēķināšana:

Vērtību intervāls (laiks minūtēs)	Biežums (skolēnu skaits)	Intervāla viduspunkts	Biežums $\times$ intervāla viduspunkts	Novirze: intervāla viduspunkts – vidējā vērtība	Novirzes kvadrāts	Biežums $\times$ novirzes kvadrāts
$10 \leq x < 20$	10	15	150			
$20 \leq x < 30$	9	25	225			
$30 \leq x < 40$	4	35	140			
$40 \leq x < 50$	6	45	270			
$50 \leq x < 60$	1	55	55			
$60 \leq x < 70$	1	65	65			
$70 \leq x < 80$	0	75	0			
$80 \leq x < 90$	1	85	85			
Summa	32		990			

$$\bar{x} = \frac{990}{32} = 30,937 \approx 31 \text{ (min.)} \text{ (Šajā gadījumā ir saprātīgi noapaļot līdz veselām}$$

minūtēm, jo izlases amplitūda ir 70.)

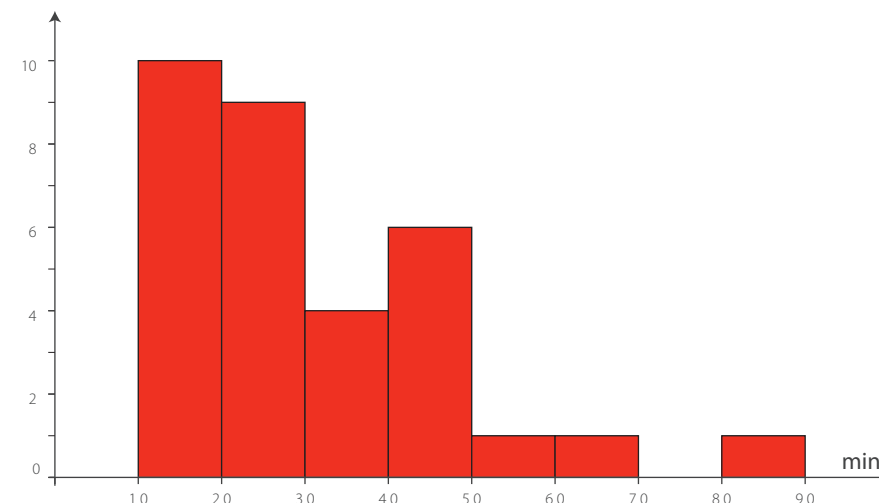
Standartnovirzes aprēķināšana:

Vērtību intervāls (laiks minūtēs)	Biežums (skolēnu skaits)	Intervāla viduspunkts	Biežums $\times$ intervāla viduspunkts	Novirze: intervāla viduspunkts – vidējā vērtība	Novirzes kvadrāts	Biežums $\times$ novirzes kvadrāts
$10 \leq x < 20$	10	15	150	-16	256	2560
$20 \leq x < 30$	9	25	225	-6	36	324
$30 \leq x < 40$	4	35	140	4	16	64
$40 \leq x < 50$	6	45	270	14	196	1176
$50 \leq x < 60$	1	55	55	24	576	576
$60 \leq x < 70$	1	65	65	34	1156	1156
$70 \leq x < 80$	0	75	0	44	1936	0
$80 \leq x < 90$	1	85	85	54	2916	2916
Summa	32		990			8772

$$S_{32-1} = \sqrt{\frac{8772}{32-1}} \approx \sqrt{282,97} \approx 16,8 \text{ (min.)}$$

Lai pārlicinātos, vai aprēķini veikti pareizi, visērtāk izmantot lietojumprogrammu MS Excel, izmantojot visus datus. Vidējai vērtībai un standartnovirzei, visticamāk, būs citas vērtības, bet atšķirībām nav jābūt lielām.

Konstruējot histogrammu, uz abscisu ass atliek intervālu apakšējās robežas, bet uz ordinātu ass biežumus.



Vienas standartnovirzes attālumā no vidējās vērtības $(31 - 16,8; 31 + 16,8) = (14,2; 47,8)$ ir 25 vērtības, jeb $\frac{25}{32} = 0,781 = 78,1\%$.
 Divu standartnoviržu attālumā no vidējās vērtības $(31 - 2 \cdot 16,8; 31 + 2 \cdot 16,8) = (-2,6; 64,6)$ ir 31 vērtība, jeb $\frac{31}{32} = 0,96875 = 97\%$.
 Triju standartnoviržu attālumā no vidējās vērtības $(31 - 3 \cdot 16,8; 31 + 3 \cdot 16,8) = (-19,4; 81,4)$ ir 32 vērtības, jeb $\frac{32}{32} = 1 = 100\%$.
 Analogiski tiek apstrādāti arī otras izlases dati.

Skolotājs, izmantojot kodoskopu vai interaktīvo tāfeli, demonstrē klases histogrammu, vidējos lielumus un izkliedes rādītājus.

Rezultātu analīze, izvērtēšana un secinājumi

Salīdzina abas izlases pēc to histogrammām, vidējiem lielumiem un izkliedes rādītājiem. Raksturo skolas “vidējo” skolēnu. Komentē izvirzītās hipotēzes apstiprināšanos vai noraidīšanu un iegūto rezultātu attiecināšanu uz pilsētas, rajona vai visas valsts skolām. Pamato, uzrādot būtiskus argumentus. Apraksta pētījuma trūkumus, ja tādi ir, un ierosina uzlabojumus.

PARALĒLĀ PĀRNESE

Paralēlo pārneši nosaka viens vienīgs parametrs – vektors, par kuru šo pārneši izdara.

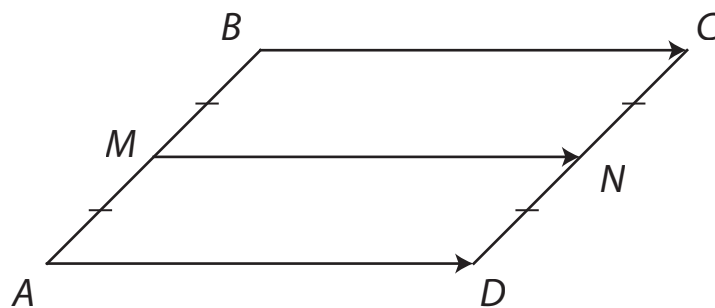
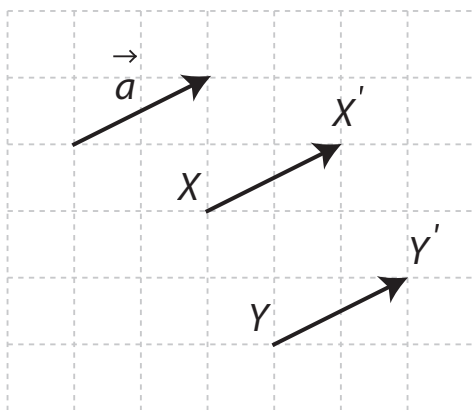
Pieņemam, ka ir fiksēts kaut kāds vektors $\vec{a}$.

Definīcija

Paralēlā pārnēsē par vektoru $\vec{a}$ katrs punkts X attēlojas par tādu punktu X' , ka $\overrightarrow{XX'} = \vec{a}$.

Piemēri

1. Izdarot paralēlo pārneši par vektoru $\vec{a}$, X attēlojas par X' , bet Y par Y' .
2. Ja $ABCD$ ir paralelograms un M – malas AB viduspunkts, bet N – malas DC viduspunkts, tad, protams, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MN}$ (jo arī $AMND$ ir paralelograms). Varam ieviest apzīmējumu $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MN} = \vec{a}$. Tad, izdarot paralēlo pārneši par vektoru $\vec{a}$, punkts B attēlojas par C , punkts A – par D , punkts M – par N .



AKSIĀLĀ SIMETRIJA

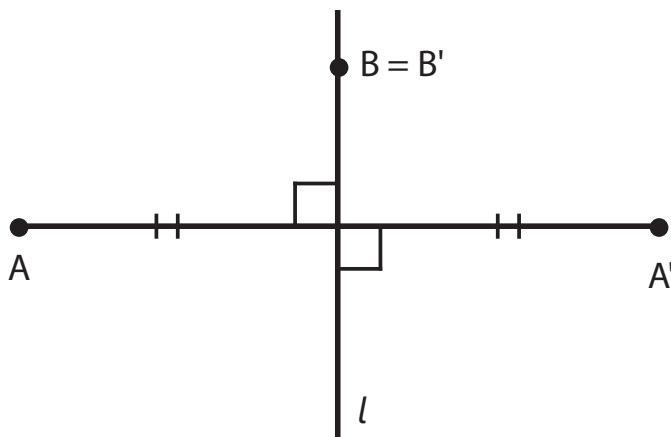
Aksiālo simetriju nosaka viens vienīgs parametrs – simetrijas ass.

Pieņemsim, ka dota brīvi izraudzīta taisne l .

Definīcija

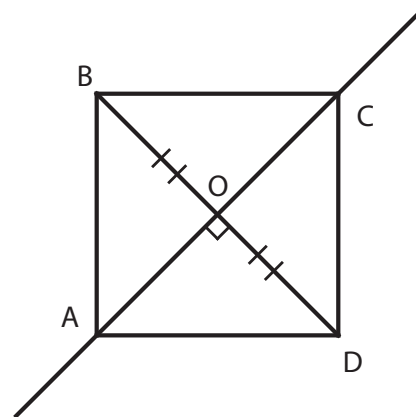
Simetrijā pret asi l

- katrs punkts B , kas atrodas uz ass l , attēlojas pats par sevi,
- punkts A , kas neatrodas uz ass l , attēlojas par tādu punktu A' , ka $AA' \perp l$ un AA' krustpunkts ar l ir AA' viduspunkts.



Piemēri

- Simetrijā pret taisni AC kvadrāta $ABCD$ virsotne B attēlojas par D un otrādi; punkti A un C attēlojas paši par sevi. Arī kvadrāta diagonāļu krustpunkts O attēlojas pats par sevi.



- Simetrijā pret nogriežņa vidusperpendikulu nogriežņa galapunkti attēlojas viens par otru, griežņa viduspunkts attēlojas pats par sevi (jeb, kā vēl saka, paliek uz vietas).

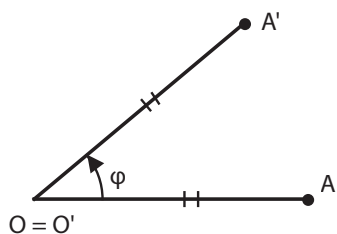
PAGRIEZIENS

Pagriezienu nosaka divi parametri – pagrieziena centrs un pagrieziena leņķis. Atcerēsimies, ka leņķi **orientēti**. Pieņemsim, ka dots pagrieziena centrs – punkts O un pagrieziena leņķis φ .

Definīcija

Pagriezienā ap centru O par leņķi φ

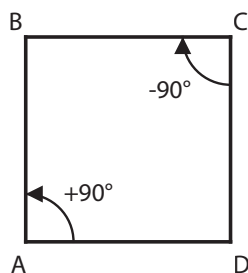
- pats punkts O “paliek uz vietas” jeb attēlojas pats par sevi,
- katrs cits punkts A attēlojas par tādu punktu A' , ka $OA' = OA$ un $\angle AOA' = \varphi$.



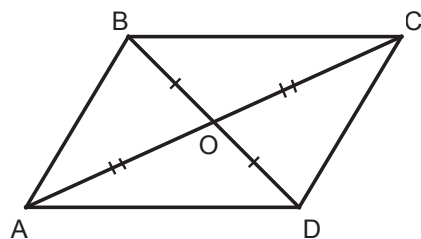
Piezīme: garā vārdu salikuma “pagrieziens ap centru O par leņķi φ ” vietā var sacīt arī vienkārši “pagrieziens ap O par φ ” vai pat “pagrieziens $(O; \varphi)$ ”.

Piemēri

- Ja $ABCD$ – kvadrāts, tad pagriezienā $(A; +90^\circ)$ punkts D attēlojas par B ; arī pagriezienā $(C; -90^\circ)$ punkts D attēlojas par B .

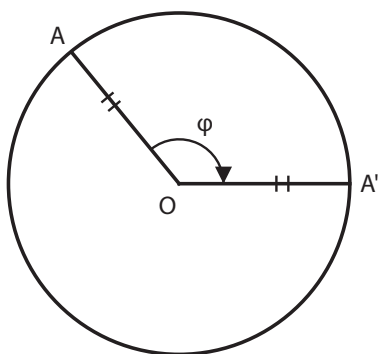


- Pagriezienā par 360° (vienalga ap kādu centru) katrs punkts attēlojas pats par sevi.
- Ja $ABCD$ – paralelograms un O – tā centrs, tad pagriezienā $(O; 180^\circ)$ punkts A attēlojas par C , punkts C – par A , punkts B – par D , punkts D – par B .



Pagriezienu par 180° sauc arī par centrālo simetriju.

- Pieņemsim, ka O – riņķa līnijas centrs, A – kaut kāds šīs riņķa līnijas punkts. Lai kāds arī būtu leņķis φ , punkts A pagriezienā $(O; \varphi)$ attēlosies par kādu šīs pašas riņķa līnijas punktu; par kuru tieši – tas atkarīgs no leņķa φ .



HOMOTĒTIJA

Homotētiju nosaka divi parametri – homotētijas centrs un homotētijas koeficients. Homotētijas centrs ir punkts; homotētijas koeficients ir skaitlis, kas atšķiras no nulles.

Pieņemsim, ka plaknē fiksēts punkts O un izvēlēts no nulles atšķirīgs skaitlis k .

Definīcija

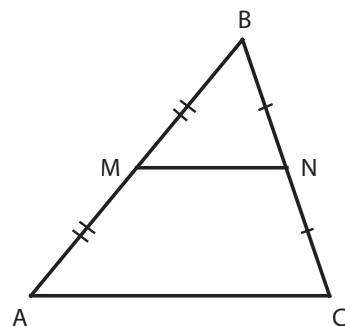
Homotētijā ar centru O un koeficientu k brīvi izraudzīts punkts A attēlojas par tādu punktu A' , ka $\overrightarrow{OA'} = k \cdot \overrightarrow{OA}$.

Izveido atbilstošu zīmējumu!

Piezīme: vārdu salikuma “homotētija ar centru O un koeficientu k ” vietā var lietot īsāku frāzi “homotētija $(O; k)$ ”.

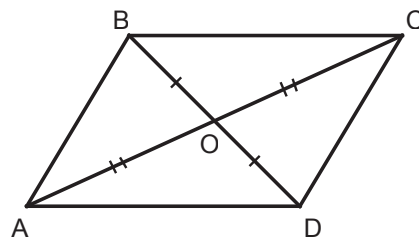
Piemēri

- Ja MN ir $\triangle ABC$ viduslīnija, tad homotētijā $(B; 2)$ punkts M attēlojas par A , bet punkts N – par C . Savukārt homotētijā $(B; \frac{1}{2})$ punkts A attēlojas par M , bet punkts C – par N .



2.

- Ja $ABCD$ – paralelograms ar diagonāļu krustpunktu O , tad homotētijā $(O; -1)$ punkts A attēlojas par C , punkts C – par A , punkts B – par D , punkts D – par B .



- Acīmredzot, homotētija ar koeficientu 1 attēlo katru punktu pašu par sevi (vai, kā vēl pieņemts teikt, atstāj uz vietas), bet homotētija $(O; -1)$ ir tas pats, kas pagrieziens $(O; 180^\circ)$ jeb centrālā simetrija.

Vārds

uzvārds

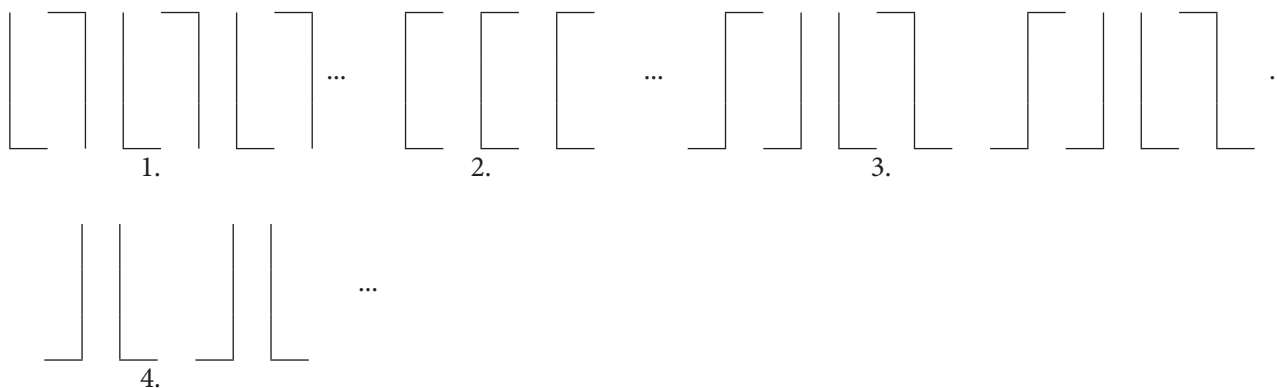
klase

datums

JOSLU RAKSTI

Par joslu rakstiem sauc ornamentus, ko ierobežo 2 paralēlas malas un joslas platums atbilst vienam elementam. Joslu raksta garums ir neierobežots. Joslu raksti tiek veidoti no atsevišķiem elementiem. Pētot joslu rakstus, var ievērot, ka to elementiem piemīt simetriskums – gan pret asi (asīm), gan pret punktu; tos iegūst ar citu elementu paralēlo pārnesei. Par paraugiem izmantosim elementus L, Z un C un tiem simetriskus elementus, arī spoguļattēlus (skat. zīm.). Par matemātiski vienādiem saucim rakstus, kuri iegūstami paši no sevis ar vieniem un tie pašiem ģeometriskajiem pārveidojumiem. Cik matemātiski dažādus joslu rakstus iespējams izveidot, izmantojot dotos paraugus?

Četri joslu rakstu piemēri:



Pirmais un otrais rakstu piemēri nav matemātiski vienādi, jo 1. piemērā raksts iegūstams pats no sevis, izmantojot paralēlo pārnesei un simetriju pret punktiem, bet 2. piemērā raksts iegūstams pats no sevis, izmantojot paralēlo pārnesei un simetriju pret horizontālu asi.

Trešais un ceturtais rakstu piemēri ir matemātiski vienādi, jo gan 3. piemērā, gan 4. piemērā raksts iegūstams pats no sevis, izmantojot paralēlo pārnesei un simetriju pret vertikālām asīm.

.....
Vārds.....
uzvārds.....
klase.....
datums

PLAKNES PĀRKLĀJUMI

Situācijas apraksts

Holandiešu mākslinieks M. Ešers (*Maurits Cornelis Escher* (1898 – 1972)) radījis mākslas darbus, par kuriem matemātiķis varētu teikt: “Plaknes pārklājumi, izmantojot vienu un to pašu figūru daudzos eksemplāros”. Viņa zīmējumos putni, taureņi un zirgi radušies, pārveidojot vienkāršas ģeometriskās figūras. Līdzīgu ideju izmanto, noklājot grīdu ar parketu, kur parketa dēļiem parasti ir ļoti vienkārša forma, bet varētu būt arī sarežģītāka. Iztēlojies, ka tu esi piekritis piedalīties konkursā par grīdas noklāšanu ar interesantāko parketu (pielikums).

Zīmējumu veidošana

Zīmējumu veido uz papildu lapām!

Rezultātu izvērtēšana un secinājumi

Vārds

uzvārds

klase

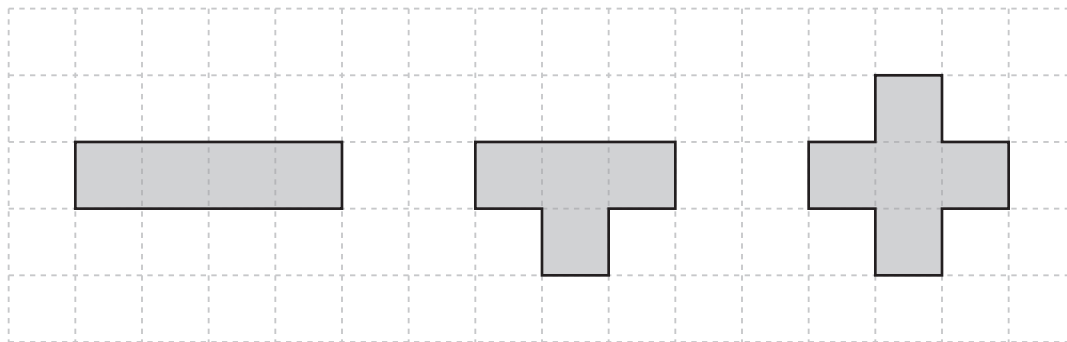
datums

IZRAKSTS NO FIRMAS “PARKETS” IZSLUDINĀTĀ RADOŠĀ KONKURSA “PARKETA ZĪMĒJUMI” NOLIKUMA

Konkursa norise

Konkurss tiek izsludināts divās nominācijās.

1. Par labāko parketa zīmējumu no firmas krājumā esošajiem parketa dēļiem (zīm.).



2. Par labāko parketa zīmējumu no citas formas dēļiem.

Konkursa dalībnieki

Konkursā drīkst piedalīties ikviens 11. klases skolēns, kurš vēl nav apguvis tēmu “Ģeometriskie pārveidojumi”.

Darbu iesniegšanas kārtība

Darbi iesniedzami uz A5 formas papīra lapas (baltas vai rūtiņu). Uz vienas lapas – viens parketa zīmējums. Zīmējums izveidots tā, lai jebkurš parketa klājējs var realizēt pasūtījumu pēc parauga.

Minimālais iesniedzamo zīmējumu skaits – divi.

Darba izpildes termiņš – divas matemātikas mācību stundas.

Laureātus noteiks aizklātā balsošanā, to vārdus un labākos zīmējumus publicēs skolas mājas lapā.

Vārds

uzvārds

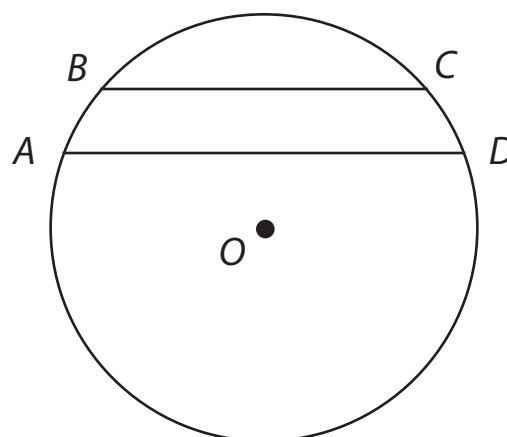
klase

datums

PAGRIEZIENA LIETOJUMS

1. uzdevums (1 punkts)

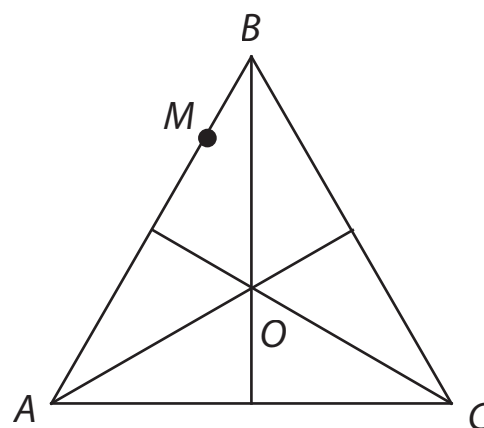
Dots, ka hordas AD un BC ir paralēlas. Pagriezienā ap riņķa līnijas centru O loks AB attēlojas par loku CD . Konstruē pagriezienu leņķi!



2. uzdevums (3 punkti)

Dots regulārs trijstūris. Uz malas AB atlikts punkts M .

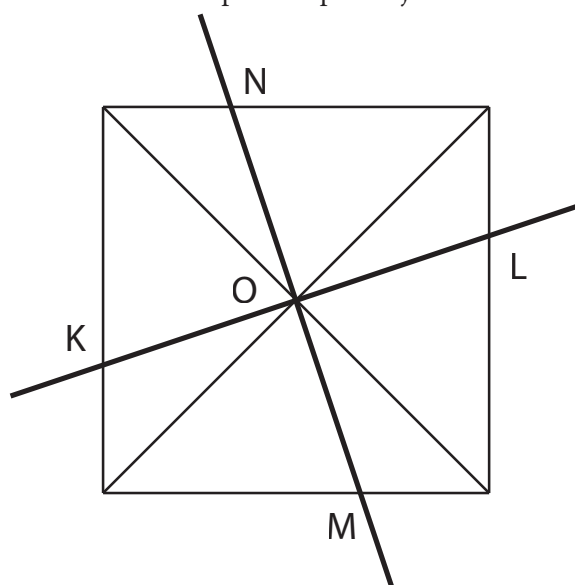
- Konstruē punkta M attēlu pagriezienā par $+120^\circ$ ap trijstūra centru O !
- Konstruē trijstūra MBC attēlu pagriezienā par $+120^\circ$ ap trijstūra centru O !



3. uzdevums (4 punkti)

Caur kvadrāta centru O novilkta divas perpendikulāras taisnes. Jāpierāda, ka šo taisņu nogriežņi, kuru galapunkti ir uz pretējām kvadrāta malām, ir vienāda garuma. Aizpildi tukšās vietas un pabeidz pierādījumu!

Pierādījums: Apskatīsim pagriezienu ap kvadrāta centru O par $+90^\circ$. Jāpierāda, ka nogrieznis KL attēlojas par nogriezni Stars OL attēlojas par staru, jo leņķis starp tiem ir Tā kā punkta L attēls šajā pagriezienā atrodas uz kvadrāta malas, bet staram ON ar kvadrāta malu ir tikai viens krustpunkts, var secināt, ka punkta L attēls ir punkts



Vārds

uzvārds

klase

datums

ĢEOMETRISKIE PĀRVEIDOJUMI

1. variants

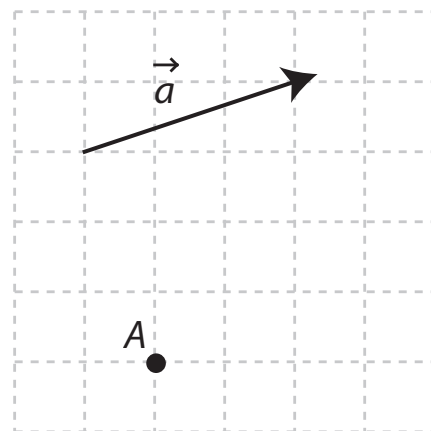
1. uzdevums (3 punkti)

Definē aksiālo simetriju pret taisni t ! Definīciju ilustrē ar zīmējumu!

2. uzdevums (2 punkti)

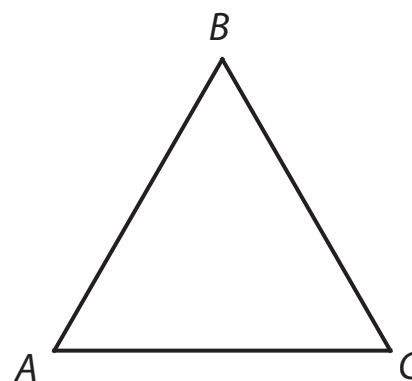
Paralēlo pārneši nosaka vektors $\vec{a}$. Nosaki vektora $\vec{a}$ koordinātas!

Konstruē punktu A_1 , par kuru šajā paralēlajā pārnēsē attēlojas punkts A !



3. uzdevums (4 punkti)

Dots regulārs trijstūris ABC . Pagriežot trijstūri ABC ap virsotni A , virsotne B attēlojas par virsotni C . Norādi pagriezienu leņķi! Papildini zīmējumu, uzzīmējot pagriezienā iegūto trijstūri! Ar kādu vēl citu ģeometrisku pārveidojumu dotais trijstūris attēlojas par pagriezienā iegūto trijstūri! Nosauc šī pārveidojuma parametru (-us)!



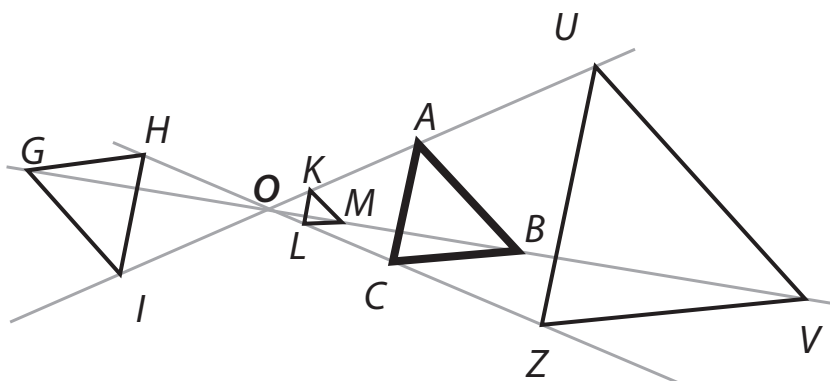
4. uzdevums (2 punkti)

Dotais trijstūris ABC ir homotētiski pārveidots par trijstūriem HGI , KML un UVZ .

Homotētijas centrs ir O , bet koeficienti (neievērojot secību!) ir $\frac{2}{7}; -1; 2$.

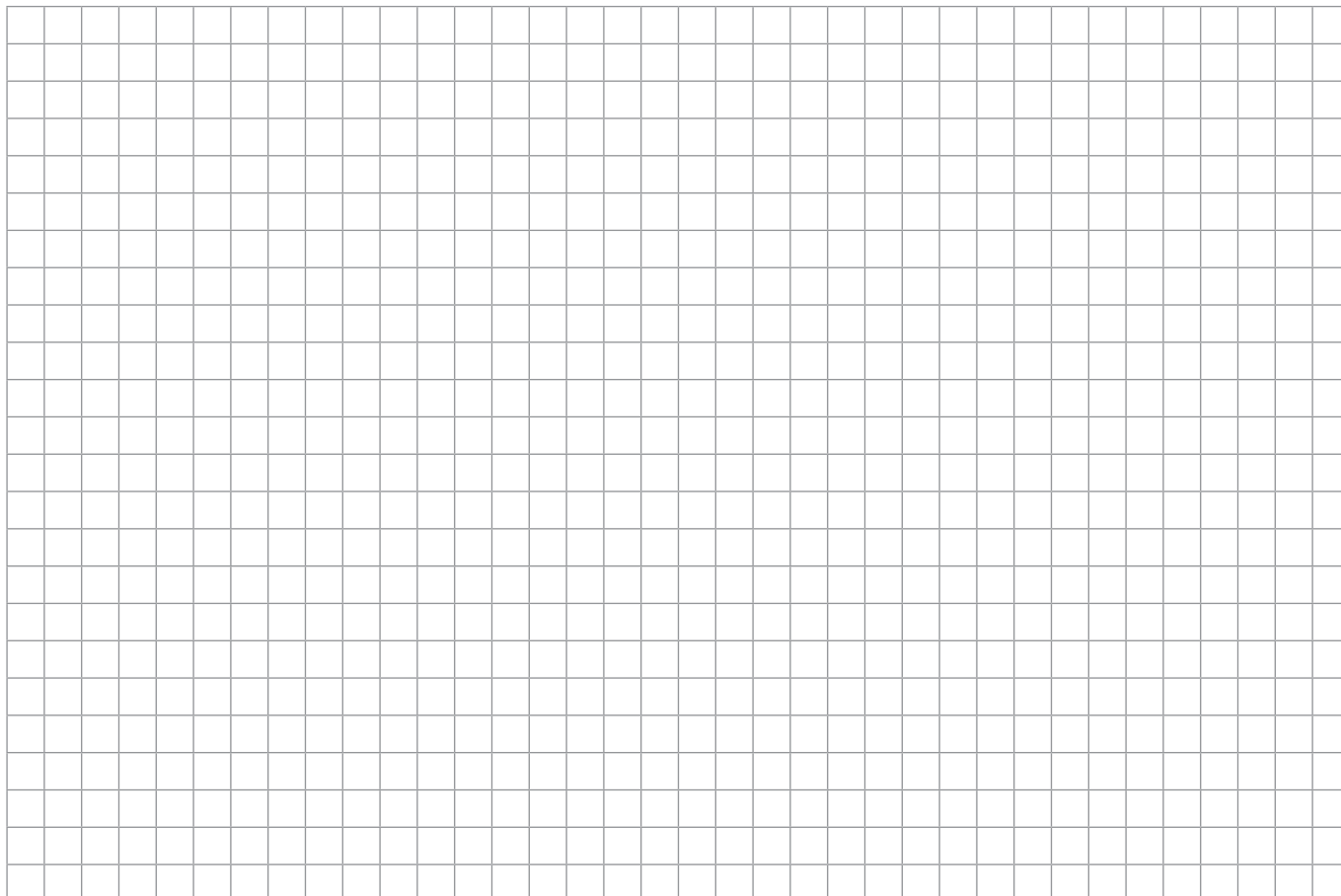
Kurš no trijstūriem no trijstūra ABC ir iegūts ar omotētiju, kuras koeficients $k = -1$?

Ar kādu homotētijas koeficientu no trijstūra ABC iegūts trijstūris UVZ ?



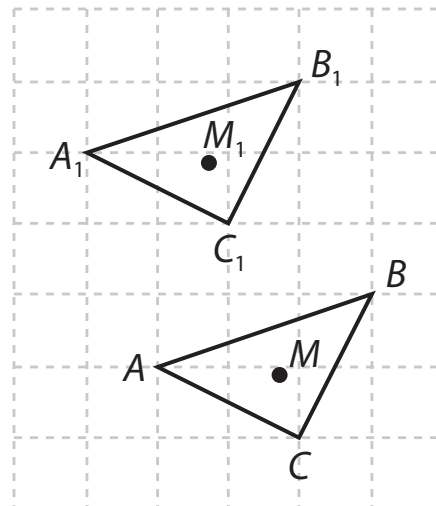
5. uzdevums (5 punkti)

Koordinātu plaknē dots trijstūris ABC , kura virsotnes ir $A(-3; 3)$, $B(3; 0)$ un $C(-1; 1)$. Konstruē dotā trijstūra attēlu KLM paralēlajā pārnēsē par vektoru $\vec{a}(2; 2)$! Konstruē trijstūrim KLM centrāli simetrisku trijstūri $K_1L_1M_1$ attiecībā pret punktu $(0; -1)$! Vai trijstūri $K_1L_1M_1$ pagriezienā var attēlot par trijstūri ABC ? Ap kuru punktu un par cik grādiem jāizdara šis pagrieziens?

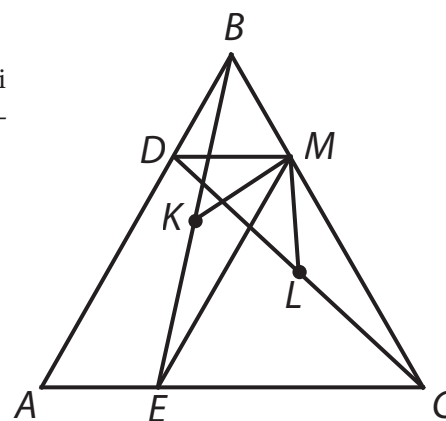


6. uzdevums (4 punkti)

Dots, ka trijstūra ABC mediānas krustojas punktā M , bet trijstūra $A_1B_1C_1$ mediānas krustojas punktā M_1 . Pierādi, ka $AM \parallel A_1M_1$!

**7. uzdevums** (5 punkti)

Dots regulārs trijstūris ABC . Caur malas BC iekšēju punktu M vilktas taisnes paralēli malām AC un AB . Malas AB un AC šīs taisnes krusto attiecīgi punktos D un E . Punkts K ir BE viduspunkts, bet L ir DC viduspunkts. Pierādi, ka $\angle KML = 60^\circ$!



Vārds

uzvārds

klase

datums

ĢEOMETRISKIE PĀRVEIDOJUMI

2. variants

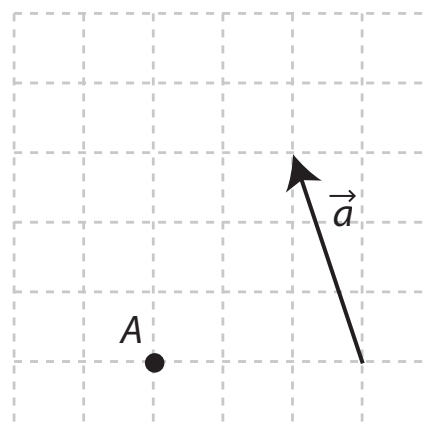
1. uzdevums (3 punkti)

Definē pagriezienu ap centru O par leņķi φ ! Definīciju ilustrē ar zīmējumu!

2. uzdevums (2 punkti)

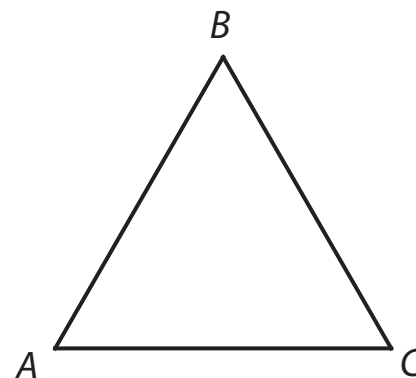
Paralēlo pārnesei nosaka vektors $\vec{a}$. Nosaki vektora $\vec{a}$ koordinātas!

Konstruē punktu A_1 , par kuru šajā paralēlajā pārnēsē attēlojas punkts A !



3. uzdevums (4 punkti)

Dots regulārs trijstūris ABC . Pagriežot trijstūri ABC ap virsotni C , virsotne A attēlojas par virsotni B . Norādi pagriezienu leņķi! Papildini zīmējumu, uzzīmējot pagriezienā iegūto trijstūri! Ar kādu vēl citu ģeometrisku pārveidojumu dots trijstūris attēlojas par pagriezienā iegūto trijstūri! Nosauc šī pārveidojuma parametru (-us)!

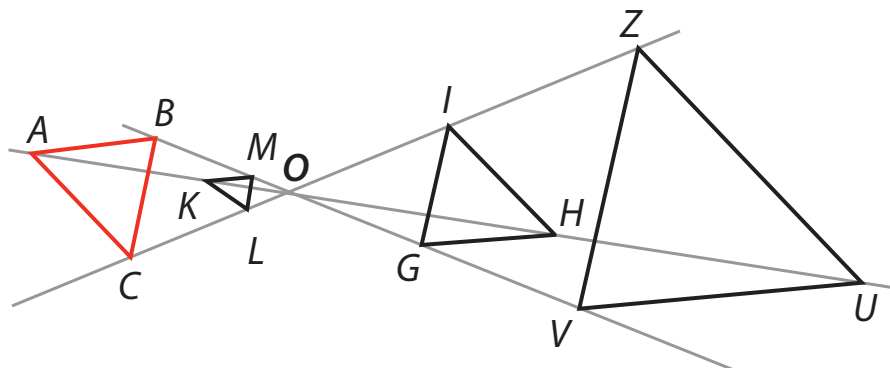


4. uzdevums (2 punkti)

Dotais trijstūris ABC ir homotētiski pārveidots par trijstūriem HGI , KML un UVZ . Homotētijas centrs ir O , bet koeficienti (neievērojot secību!) ir $\frac{2}{7}; -1; -2$.

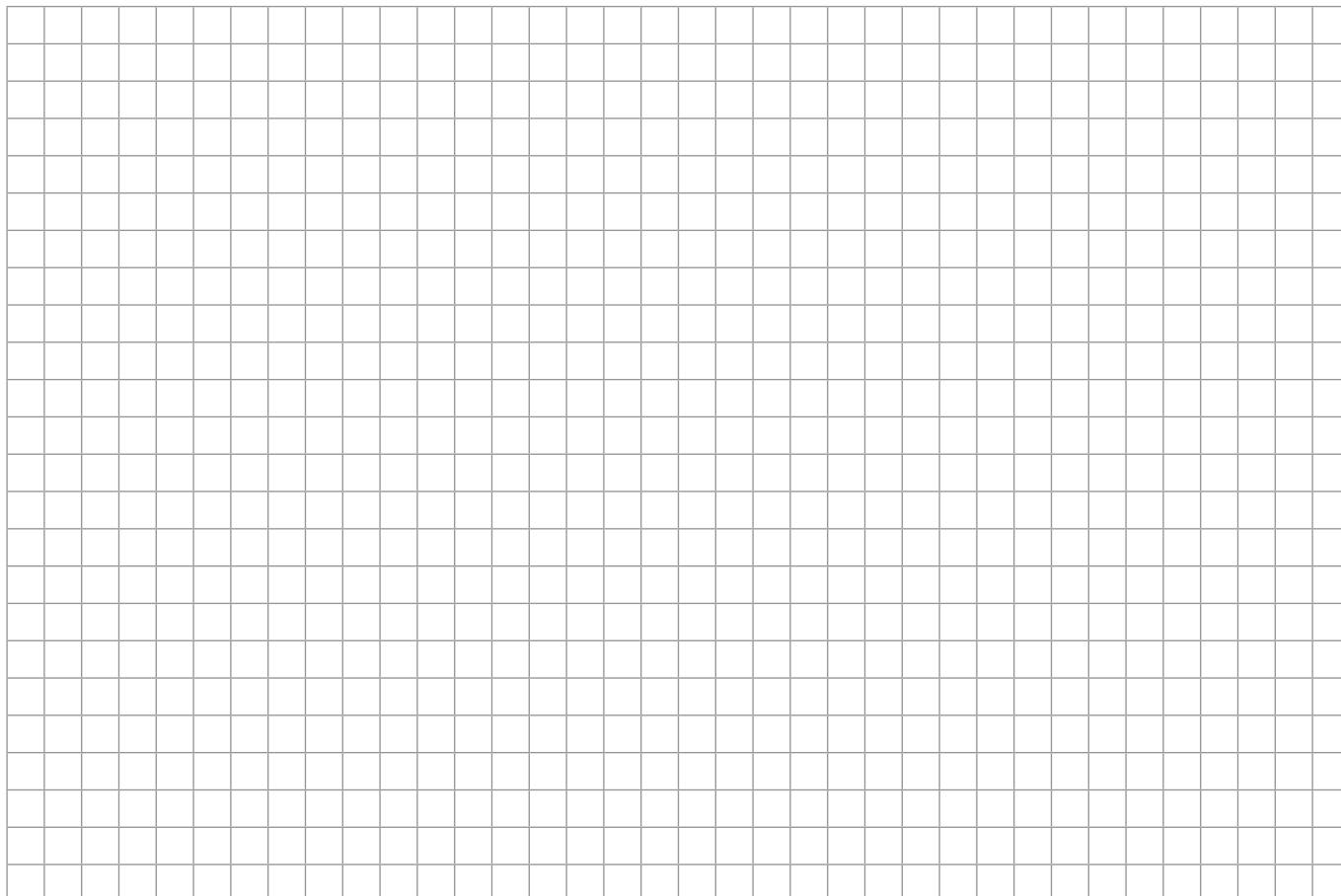
Kurš no trijstūriem ir iegūts ar homotētiju, kuras koeficients $k = \frac{2}{7}$?

Ar kādu homotētijas koeficientu no trijstūra ABC iegūts trijstūris UVZ ?



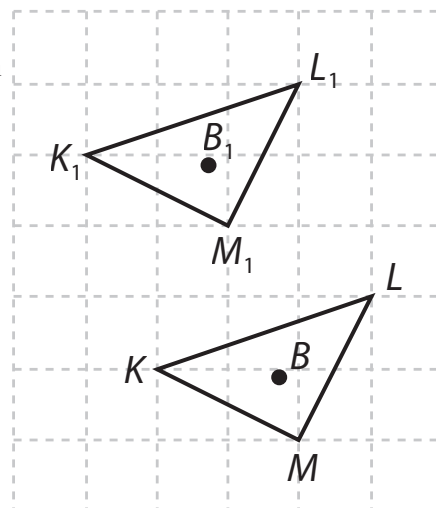
5. uzdevums (5 punkti)

Koordinātu plaknē dots trijstūris ABC , kura virsotnes ir $A(-2;2)$, $B(-3;4)$ un $C(1;1)$. Konstruē dotā trijstūra attēlu KLM paralēlajā pārnēsē par vektoru $\vec{a}(2;2)$! Konstruē trijstūrim KLM centrāli simetrisku trijstūri $K_1L_1M_1$ attiecībā pret punktu $(-1;0)$! Vai trijstūri $K_1L_1M_1$ pagriezienā var attēlot par trijstūri ABC ? Ap kuru punktu un par cik grādiem jāizdara šis pagrieziens?



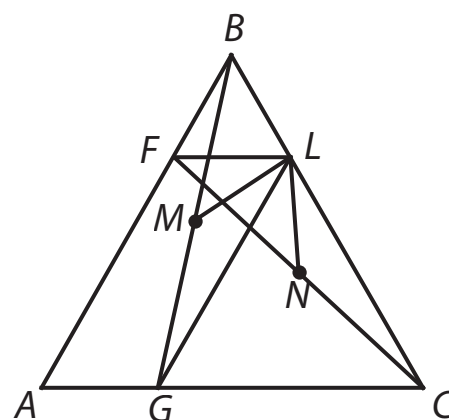
6. uzdevums (4 punkti)

Dots, ka trijstūra KLM bisektrises krustojas punktā B , bet trijstūra $K_1L_1M_1$ bisektrises krustojas punktā B_1 . Pierādi, ka $KB \parallel K_1B_1$!



7. uzdevums (5 punkti)

Dots regulārs trijstūris ABC . Caur malas BC iekšēju punktu L vilktas taisnes paralēli malām AC un AB . Malas AB un AC šīs taisnes krusto attiecīgi punktos F un G . Punkts M ir BG viduspunkts, bet N ir FC viduspunkts. Pierādi, ka $\angle MLN = 60^\circ$!

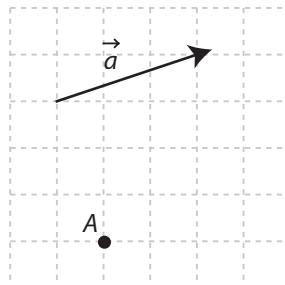


ĢEOMETRISKIE PĀRVEIDOJUMI

1. variants

1. uzdevums (3 punkti)

Definē aksiālo simetriju pret taisni t ! Definīciju ilustrē ar zīmējumu!



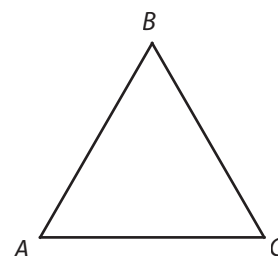
2. uzdevums (2 punkti)

Paralēlo pārnesei nosaka vektors $\vec{a}$. Nosaki vektora $\vec{a}$ koordinātas!

Konstruē punktu A_1 , par kuru šajā paralēlajā pārnesei attēlojas punkts A !

3. uzdevums (4 punkti)

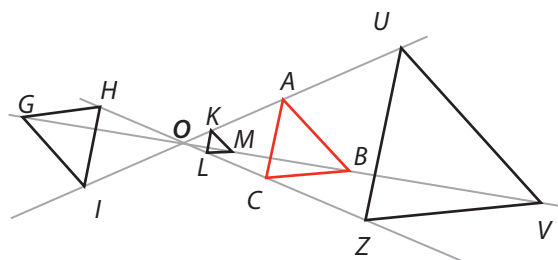
Dots regulārs trijstūris ABC . Pagriežot trijstūri ABC ap virsotni A , virsotne B attēlojas par virsotni C . Norādi pagrieziena leņķi! Papildini zīmējumu, uzzīmējot pagriezienā iegūto trijstūri! Ar kādu vēl citu ģeometrisku pārveidojumu dotais trijstūris attēlojas par pagriezienā iegūto trijstūri! Nosauc šī pārveidojuma parametru (-us)!



4. uzdevums (2 punkti)

Dots trijstūris ABC ir homotētiski pārveidots par trijstūriem HGI , KML un UVZ .

Homotētijas centrs ir O , bet koeficienti (neievērojot secību!) ir $\frac{2}{7}$; -1 ; 2 .



Kurš no trijstūriem no trijstūra ABC ir iegūts ar homotētiju, kuras koeficients $k = -1$?

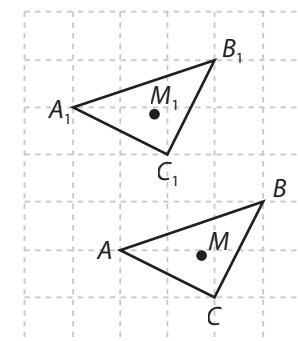
Ar kādu homotētijas koeficientu no trijstūra ABC iegūts trijstūris UVZ ?

5. uzdevums (5 punkti)

Koordinātu plaknē dots trijstūris ABC , kura virsotnes ir $A(-3; 3)$, $B(3; 0)$ un $C(-1; 1)$. Konstruē dotā trijstūra attēlu KLM paralēlajā pārnesei par vektoru $\vec{a}(2; 2)$! Konstruē trijstūrim KLM centrāli simetrisku trijstūri $K_1L_1M_1$ attiecībā pret punktu $(0; -1)$! Vai trijstūri $K_1L_1M_1$ pagriezienā var attēlot par trijstūri ABC ? Ap kuru punktu un par cik grādiem jāizdara šis pagrieziens?

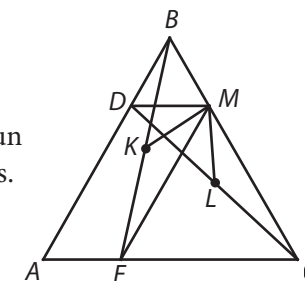
6. uzdevums (4 punkti)

Dots, ka trijstūra ABC mediānas krustojas punktā M , bet trijstūra $A_1B_1C_1$ mediānas krustojas punktā M_1 . Pierādi, ka $AM \parallel A_1M_1$!



7. uzdevums (5 punkti)

Dots regulārs trijstūris ABC . Caur malas BC iekšēju punktu M vilktas taisnes paralēli malām AC un AB . Malas AB un AC šīs taisnes krusto attiecīgi punktos D un E . Punkts K ir BE viduspunkts, bet L ir DC viduspunkts. Pierādi, ka $\angle KML = 60^\circ$!

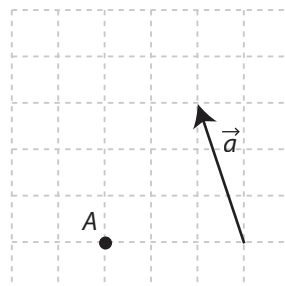


ĢEOMETRISKIE PĀRVEIDOJUMI

2. variants

1. uzdevums (3 punkti)

Definē pagriezienu ap centru O par leņķi ϕ ! Definīciju ilustrē ar zīmējumu!



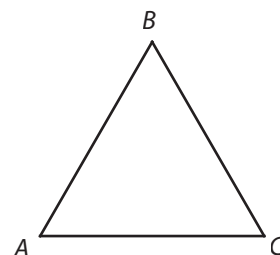
2. uzdevums (2 punkti)

Paralēlo pārnesei nosaka vektors $\vec{a}$. Nosaki vektora $\vec{a}$ koordinātas!

Konstruē punktu A_1 , par kuru šajā paralēlajā pārnese attēlojas punkts A !

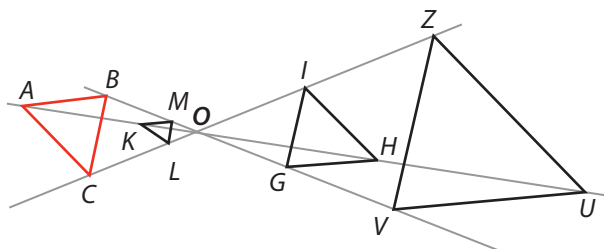
3. uzdevums (4 punkti)

Dots regulārs trijstūris ABC . Pagriežot trijstūri ABC ap virsotni C , virsotne A attēlojas par virsotni B . Norādi pagriezienu leņķi! Papildini zīmējumu, uzzīmējot pagriezienā iegūto trijstūri! Ar kādu vēl citu ģeometrisku pārveidojumu dotais trijstūris attēlojas par pagriezienā iegūto trijstūri! Nosauc šī pārveidojuma parametru (-us)!



4. uzdevums (2 punkti)

Dots trijstūris ABC ir homotētiski pārveidots par trijstūriem HGI , KML un UVZ . Homotētijas centrs ir O , bet koeficienti (neievērojot secību!) ir $\frac{2}{7}$; -1 ; -2 .



Kurš no trijstūriem ir iegūts ar homotētiju, kuras koeficients $k = \frac{2}{7}$?

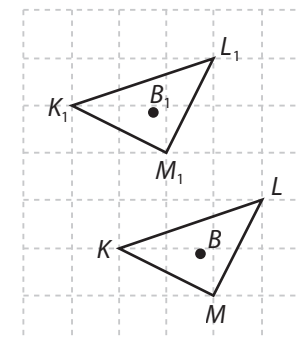
Ar kādu homotētijas koeficientu no trijstūra ABC iegūts trijstūris UVZ ?

5. uzdevums (5 punkti)

Koordinātu plaknē dots trijstūris ABC , kura virsotnes ir $A(-2;2)$, $B(-3;4)$ un $C(1;1)$. Konstruē dotā trijstūra attēlu KLM paralēlajā pārnese par vektoru $\vec{a}(2;2)$! Konstruē trijstūrim KLM centrāli simetrisku trijstūri $K_1L_1M_1$ attiecībā pret punktu $(-1;0)$! Vai trijstūri $K_1L_1M_1$ pagriezienā var attēlot par trijstūri ABC ? Ap kuru punktu un par cik grādiem jāizdara šis pagrieziens?

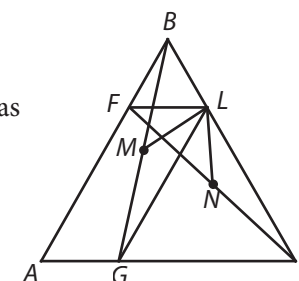
6. uzdevums (4 punkti)

Dots, ka trijstūra KLM bisektrises krustojas punktā B , bet trijstūra $K_1L_1M_1$ bisektrises krustojas punktā B_1 . Pierādi, ka $KB \parallel K_1B_1$!



7. uzdevums (5 punkti)

Dots regulārs trijstūris ABC . Caur malas BC iekšēju punktu L vilktas taisnes paralēli malām AC un AB . Malas AB un AC šīs taisnes krusto attiecīgi punktos F un G . Punkts M ir BG viduspunkts, bet N ir FC viduspunkts. Pierādi, ka $\angle MLN = 60^\circ$!



ĢEOMETRISKIE PĀRVEIDOJUMI

Vērtēšanas kritēriji

Uzdevums	Kritēriji	Punkti
1.	Izprot ģeometrisko pārveidojumu – 1 punkts	3
	Pilnīgi un precīzi definē pārveidojumu – 1 punkts	
	Izveido zīmējumu, kas ilustrē pārveidojumu – 1 punkts	
2.	Nosaka vektora koordinātas – 1 punkts	2
	Konstruē punktu A_1 – 1 punkts	
3.	Nosaka pagrieziena leņķi – 1 punkts	4
	Uzzīmē pagriezienā iegūto trijstūri – 1 punkts	
	Saskata pārveidojumu, piemēram, aksiālo simetriju – 1 punkts	
	Raksturo pārveidojumu, nosakot simetrijas taisni – 1 punkts	
4.	Pēc dotā koeficienta nosaka homotētisko trijstūri – 1 punkts	2
	Dotajam trijstūrim nosaka homotētijas koeficientu – 1 punkts	
5.	Konstruē dotā trijstūra attēlu paralēlajā pārnēsē – 1 punkts	5
	Konstruē trijstūrim KLM centrāli simetrisku trijstūri – 1 punkts	
	Saskata, ka trijstūri $K_1L_1M_1$ pagriezienā var attēlot par trijstūri ABC – 1 punkts	
	Nosaka pagrieziena centru – 1 punkts	
	Nosaka pagrieziena leņķi – 1 punkts	
	Saskata un atsaucas uz paralēlo pārnēsi – 1 punkts	4
	Izmanto īpašību par punktiem ar vienu ģeometrisku jēgu – 1 punkts	
	Atsaucas uz paralēlās pārnēses īpašību – 1 punkts	
	Izveido korektu un strukturētu spriedumu virkni – 1 punkts	
	Saskata, ka trijstūris BME (BLG), pagriežot par $+60^\circ$, attēlojas par trijstūri DMC (FLC) – 1 punkts	5
	Pamato pagriezienu – 1 punkts	
	Izmanto īpašību par punktiem ar vienu ģeometrisku jēgu – 1 punkts	
	Nosaka leņķi, atsaucoties uz pagrieziena īpašību – 1 punkts	
	Izveido korektu un strukturētu spriedumu virkni – 1 punkts	
Kopā		25