

## 6.TEMATS VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

|                  |                                                         |                    |
|------------------|---------------------------------------------------------|--------------------|
| M_12_SP_06_01_P1 | <a href="#">Dažādas vienādojumu risināšanas metodes</a> | Skolēna darba lapa |
| M_12_SP_06_01_P2 | <a href="#">Dažādas vienādojumu risināšanas metodes</a> | Skolēna darba lapa |
| M_12_SP_06_02_P2 | <a href="#">Paškontroles tests</a>                      | Skolēna darba lapa |
| M_12_LD_06       | <a href="#">Maksimālā peļņa</a>                         | Skolēna darba lapa |

---

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

# VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS

## TEMATA APRAKSTS

Temats noslēdz vienādojumu un nevienādību apguvi vidusskolā. Svarīgi ir ne tikai prast atrisināt vienādojumu (nevienādību, to sistēmas), bet arī izprast, ko nozīmē atrisināt vienādojumu (nevienādību, to sistēmas), izvērtēt iegūtos atrisinājumus.

Zināšanu paplašināšana un prasmju pilnveidošana temata ietvaros notiek, risinot vienādojumus un nevienādības ar diviem mainīgajiem, kā arī dažādas vienādojumu un nevienādību sistēmas ar diviem mainīgajiem.

Skolēni, atrisinot dažādus vienādojumus (nevienādības, to sistēmas), izvērtē savu prasmi izmantot apgūtās risināšanas metodes. Prasmes pamatot, formulēt spriedumus un novērtēt izvēlēto problēmas risinājumu veidojas, analizējot un komentējot konkrētus vienādojumu (nevienādību, to sistēmu) risinājumus.

Sastādot un atrisinot vienādojumus (nevienādības, to sistēmas) ar vienu vai diviem mainīgajiem humanitāro zinātņu, dabaszinātņu vai ģeometrijas problemātikā, skolēni gūst izpratni par matemātikas saikni ar dabas un humanitārajām zinātnēm.

Prasmes modelēt un interpretēt dažādus fizikālus, ķīmiskus un ekonomiskus procesus pilnveidojas, risinot vienādojumus (nevienādības, to sistēmas) ar parametru un atbilstoši kontekstam analizējot rezultātu ticamību.

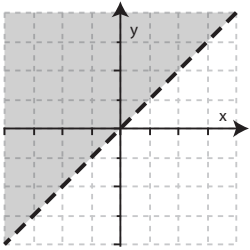
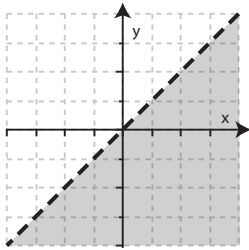


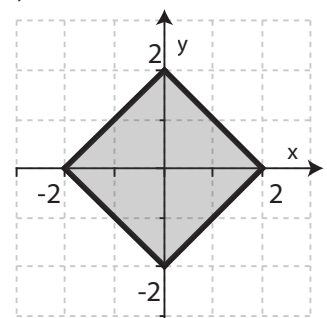
## CEĻVEDIS

## Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

| STANDARTĀ | Izprot, ko nozīmē atrisināt vienādojumu, vienādojumu sistēmu, lieto vienādojumam vienādojumu sistēmu piemērotus atrisināšanas algoritmus vai vispārīgās metodes.                                                                                           | Izvērtē iegūtos rezultātus, to ticamību un atbilstību kontekstam, novērtē izvēlēto problēmas risinājumu, iesaka uzlabojumus, piedāvā citus risinājumus.                                                                               | Iepazīstina ar sava vai grupas darba rezultātiem rakstiski un/vai mutiski, izmantojot dažādus uzskates līdzekļus un ievērojot klausītāju vajadzības.                                                                                                                                                                | Saskata matemātikas saikni ar dabas un humanitārajām zinātnēm.                                                                                                                  |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| PROGRAMMĀ | <ul style="list-style-type: none"> <li>Atrisina vienādojumus un nevienādības ar diviem mainīgajiem.</li> <li>Atrisina jauktas vienādojumu sistēmas ar diviem mainīgajiem.</li> <li>Atrisina nevienādību sistēmas ar diviem mainīgajiem.</li> </ul>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>Nosaka vienādojuma un nevienādības atrisinājumus noteiktā skaitļu kopā.</li> <li>Izprot to, ka vienādojumiem, kā reālu procesu modeļiem, atrisinājumu nosaka, ņemot vērā kontekstu.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Izveido apkopojošus prezentācijas materiālus, piemēram, par vienādojumu un nevienādību veidiem, vienādojumu, nevienādību un to sistēmu atrisināšanas metodēm.</li> <li>Strukturēti pieraksta un komentē atrisinājumus vienādojumiem un nevienādībām ar parametru.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Izmanto vienādojumus un nevienādības ar vienu vai diviem mainīgajiem humanitāro zinātņu, dabaszinātņu, ģeometrijas uzdevumos.</li> </ul> |
| STUNDĀ    | <p><b>Uzdevumu risināšana.</b><br/>SP. Dažādas vienādojumu risināšanas metodes.</p> <p><b>Jautājumi un atbildes. Uzdevumu risināšana.</b><br/>SP. Nevienādību sistēmu ar diviem nezināmajiem atrisināšana.</p> <p>VM. Vienādojumu risināšanas metodes.</p> | <p>KD. Trigonometriskā vienādojuma atrisinājums dotajā intervālā.</p>                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p><b>Situāciju analīze.</b><br/>LD. Maksimālā peļņa.</p> <p>VM. Lineārā programmēšana.</p>                                                                                     |

## UZDEVUMU PIEMĒRI

| Sasniedzamais rezultāts                                                        | I                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | II                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | III                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Atrisina vienādojumus, kāpinot vai logaritmējot vienādojuma abas puses.</b> | <p>1. Vienādojuma abas puses logaritmē pie bāzes 2!<br/> <math>x^{\log_2 x} = 16</math></p> <p>2. Kādiem nosacījumiem jāizpildās attiecībā uz izteiksmēm <math>f(x)</math> un <math>g(x)</math>, lai vienādojuma <math>f(x)=g(x)</math> abas puses varētu kāpināt kvadrātā!</p> <p>3. Atrisini vienādojumus!</p> <p>a) <math>\sqrt{4x-2}=1</math><br/> b) <math>\sqrt{x+2}=-2</math></p>                                                                                                                                                  | <p>Atrisini vienādojumu!</p> <p>a) <math>\sqrt{9-x}=x+3</math><br/> b) <math>x^{\log_5 x-2}=125</math><br/> c) <math>\sqrt{x}=\sqrt[3]{x-2}</math></p>                                                                                                                                                                                       | <p>1. Atrisini vienādojumu!<br/> <math>\sqrt{4-4x+x^2}=2-x</math></p> <p>2. Atrisini vienādojumu visām reālajām <math>a</math> vērtībām!<br/> <math>\sqrt{x+6}=a</math></p>                                                                    |
| <b>Atrisina vienādojumus un nevienādības ar diviem mainīgajiem.</b>            | <p>1. Kurā attēlā ir redzams nevienādības <math>y &gt; x</math> atrisinājums?</p> <p>A  B </p> <p>2. Atrodi divus skaitļu pārus, kuri pieder vienādojuma <math>2x-5y=3</math> atrisinājumu kopai! Ko nozīmē atrisināt vienādojumu <math>2x-5y=3</math>?</p> <p>3. Atrodi trīs skaitļu pārus, kuri pieder nevienādības <math>y-2 \geq 2x</math> atrisinājumu kopai!</p> | <p>1. Attēlo koordinātu plaknē nevienādības <math>y &lt; 2x+1</math> atrisinājumu kopu!</p> <p>2. Vienādojuma <math>x-y=4</math> vispārīgais atrisinājums ir skaitļu kopa <math>(x; x-4)</math>, <math>x \in R</math>. Paskaidro ar saviem vārdiem, kas ir šīs kopas elementi!</p> <p>3. Atrisini vienādojumu!<br/> <math>2x-5y=3</math></p> | <p>1. Izvērtē atšķirību starp abu nevienādību atrisinājumiem!<br/> <math>y &lt; \frac{1}{x}</math> un <math>xy &lt; 1</math></p> <p>2. Atrisini vienādojumu!</p> <p>a) <math>x^2+(y-1)^2=0</math><br/> b) <math>(x-3) \cdot (y-4)=0</math></p> |
| <b>Atrisina jauktas vienādojumu sistēmas ar diviem mainīgajiem.</b>            | <p>Atrisini doto sistēmu ar ievietošanas un saskaitīšanas paņēmieni!</p> $\begin{cases} 2x-3y=6 \\ x+3y=12 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>Atrisini vienādojumu sistēmu!</p> <p>a) <math>\begin{cases} 9^{x-y}=81 \\ x+y=6 \end{cases}</math><br/> b) <math>\begin{cases} 4^x \cdot 0,5^{-y}=16 \\ \log_2(x+y)^2=2\log_2 3 \end{cases}</math></p>                                                                                                                                    | <p>Atrisini vienādojumu sistēmu!</p> <p>a) <math>\begin{cases} \sin x=-1 \\ \cos 2x=1 \end{cases}</math><br/> b) <math>\begin{cases} (x-y) \cdot xy=30 \\ (x+y) \cdot xy=120 \end{cases}</math></p>                                            |

| Sasniedzamais rezultāts                                                                                                                                              | I                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | II                                                                                                         | III                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Atrisina nevienādību sistēmas ar diviem mainīgajiem.</b>                                                                                                          | <p>Nosauc trīs skaitļu pārus, kas pieder dotās nevienādību sistēmas atrisinājumu kopai!</p> $\begin{cases} y \geq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                          | <p>Atrisini nevienādību sistēmu!</p> $\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq x - 2 \end{cases}$                | <p>Izveido nevienādību vai nevienādību sistēmu ar diviem mainīgajiem, ja dots tās atrisinājums (zīmējums)!</p>  |
| <b>Izveido apkopojošus prezentācijas materiālus, piemēram, par vienādojumu un nevienādību veidiem, vienādojumu, nevienādību un to sistēmu atrisināšanas metodēm.</b> | <p>1. Izveido piemērus dotajiem vienādojumu vai nevienādību veidiem!</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Eksponentnevienādība</li> <li>b) Logaritmisks vienādojums</li> <li>c) Daļveida nevienādība</li> <li>d) Trigonometriskais vienādojums</li> </ul> <p>2. Kas kopīgs dotajām nevienādībām?</p> $x^4 - 3x^2 + 2 < 0$ $25^x + 12 \cdot 5^x + 35 \leq 0$ $\log_2^2 x - \log_2(16x^3) > 0$ | <p>Izveido apkopojošu prezentācijas materiālu par pamatskolā un vidusskolā apgūto vienādojumu veidiem!</p> | <p>Aplūkojot visus tev zināmos vienādojumu veidus, izveido pārskatu par gadījumiem, kad vienādojumiem nav sakņu!</p>                                                                               |

| Sasniedzamais rezultāts                                                                                                                                           | I                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | II                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | III                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Novērtē apgūto metožu (sadališana reizinātājos, substitūciju un grafisko metode) pielietojšanas iespējas konkrētu vienādojumu un nevienādību atrisināšanā.</b> | <p>1. Ar kuru metodi – sadališanu reizinātājos, substitūciju, grafisko – izdevīgāk atrisināt dotos vienādojumus un nevienādības? <i>Tie NAV jārisina!</i></p> <p>a) <math>y^3+7y^2+y+7=0</math></p> <p>b) <math>25^x+12\cdot 5^x+35\leq 0</math></p> <p>c) <math>x=\log_2 x</math></p> <p>2. Reducē dotos vienādojumus un nevienādības par algebriskām, izmantojot piemērotu substitūciju! <i>Vienādojums/nevienādība NAV jāatrisina!</i></p> <p>a) <math>\log_5^2 x - \frac{2}{5} \log_5 x = -\frac{1}{25}</math></p> <p>b) <math>x^4 - 3x^2 + 2 &lt; 0</math></p> <p>c) <math>2^x + \frac{1}{2^x} &lt; 0</math></p> | <p>1. Atrisini vienādojumu vai nevienādību!</p> <p>a) <math>3^x + 3^x \cdot \cos x = 0</math></p> <p>b) <math>\frac{2^x \cdot x^2 - 2x^2}{25} = 0</math></p> <p>c) <math>-x + 3 &gt; \log_2 x</math></p> <p>d) <math>\log_2^2 x - \log_2(16x^3) = 0</math></p> <p>e) <math>\left(\frac{1}{9}\right)^x - 7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 10 &lt; 0</math></p> <p>f) <math>b^4 - 16 &lt; 0</math></p> <p>2. Nosaki dotā vienādojuma sakņu skaitu! <i>Vienādojumi NAV jāatrisina!</i></p> <p>a) <math>x^3 = \log_2 x</math></p> <p>b) <math>\frac{1}{x} = \log_5 x</math></p> <p>c) <math>\cos x = -x</math></p> | <p>1. Atrisini doto vienādojumu ar vismaz divām metodēm! Kura no metodēm Tev šķiet piemērotāka? Kāpēc?</p> <p><math>4^x = 2^x + 2</math></p> <p>2. Pierādi, ka vienādojumam <math>2^x \cdot \sin x + 2^{x+1} + 4 \sin x = -8</math> nav atrisinājuma!</p> <p>3. Dots vienādojums <math>\sin x = ax</math>.</p> <p>a) Nosaki kādu <math>a</math> vērtību, ar kuru vienādojumam ir viena sakne!</p> <p>b) Nosaki kādu <math>a</math> vērtību, ar kuru vienādojumam ir trīs saknes!</p> <p>c) Vai eksistē <math>a</math> vērtība, ar kuru vienādojumam ir piecas saknes?</p> |
| <b>Nosaka vienādojuma un nevienādības atrisinājumus noteiktā skaitļu kopā.</b>                                                                                    | <p>1. Uzraksti visus nevienādības <math>x^2 - 4 &lt; 0</math> veselos atrisinājumus!</p> <p>2. Attēlo vienādojuma <math>\lg x = 1</math> atrisinājumus uz vienības riņķa līnijas! Uzraksti atrisinājumus, kuri atrodas:</p> <p>a) pirmajā kvadrantā;</p> <p>b) trešajā kvadrantā!</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p>1. Atrisini vienādojumu <math>\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}</math>, nosaki saknes intervālā <math>[-\pi; \pi]</math>!</p> <p>2. Nosaki nevienādības <math>\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} &lt; \frac{27}{64}</math> naturālos atrisinājumus!</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>1. Nosaki visus tos <math>(x; y)</math> pārus, kuri ir dotā vienādojuma atrisinājumi, ja <math>x</math> ir vesels nepozitīvs skaitlis, bet <math>y</math> ir naturāls skaitlis!</p> <p><math>15y - 8x = 76</math></p> <p>2. Atrisini vienādojumu <math>x^2 - y^2 = 2</math> veselo skaitļu kopā!</p>                                                                                                                                                                                                                                                                   |

| Sasniedzamais rezultāts                                                                                    | I                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | II                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | III                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Strukturēti pieraksta un komentē atrisinājumus vienādojumiem un nevienādībām ar parametru.</b>          | <p>1. Vienādojumu <math>ax=2</math>, kur <math>a</math> – parametrs, var uztvert kā vairāku vienādojumu kopu.</p> <p>a) Uzraksti vienu šīs kopas vienādojumu, kura sakne ir pozitīvs skaitlis!</p> <p>b) Uzraksti vienu šīs kopas vienādojumu, kura sakne ir negatīvs skaitlis!</p> <p>c) Uzraksti vienu šīs kopas vienādojumu, kuram nav sakņu!</p> <p>2. Nosauc vienu parametra <math>a</math> vērtību, ar kuru nevienādības atrisinājums ir tukša kopa!<br/><math>x^2 &lt; a</math></p> | <p>1. Atrisini vienādojumus visām parametra <math>a</math> vērtībām! Veido pilnu atbildes pierakstu, izmantojot formu: <i>Ja <math>a</math> ....., tad <math>x</math> .....</i></p> <p>a) <math>(a+2)x=6</math></p> <p>b) <math>3^x=a-2</math></p> <p>c) <math>x^2-8x+2a=0</math></p> <p>d) <math> x-a =a+2</math></p> <p>2. Atrisini nevienādības visām parametra <math>m</math> vērtībām! Veido atbildes pierakstu, izmantojot skaitļu asi <math>m</math>!</p> <p>a) <math>2^x &gt; m+1</math></p> <p>b) <math>(m^2-4)x &gt; (m+2)(m-3)</math></p> <p>c) <math>2mx^2 - m^2 &gt; 0</math></p>                                                              | <p>Izvērtē un komentē, kādas zināšanas nepieciešamas, lai atrisinātu doto nevienādību ar parametru <math>k</math>! Kādus gadījumus atkarībā no <math>k</math> vērtības jāapskata?</p> <p>a) <math>(k-4) \cdot x &gt; 4</math></p> <p>b) <math>\sin x &lt; k-1</math></p> <p>c) <math> x+k  &gt; k</math></p> |
| <b>Izprot to, ka vienādojumiem, kā reālu procesu modeļiem, atrisinājumus nosaka, ņemot vērā kontekstu.</b> | <p>Pabeidz teikumus!</p> <p>a) Ja ar nezināmo ir apzīmēts trijstūra malas garums, tad pēc vienādojuma atrisināšanas jāpārlicinās par .....</p> <p>b) Ja ar nezināmo ir apzīmēts krēslu skaits zālē, tad pēc vienādojuma atrisināšanas jāpārlicinās par .....</p> <p>c) Ja ar nezināmo apzīmēts skaitlis, kas raksturo katetes attiecību pret hipotenūzu, tad pēc vienādojuma atrisināšanas jāpārlicinās par .....</p>                                                                      | <p>1. Četru cilvēku ģimene plāno vairākas dienas pavadīt kempingā pie ezera. Šim pasākumam viņi ir atvēlējuši Ls 160. Ceļš turp un atpakaļ visiem kopā izmaksā Ls 10. Uzturēšanās kempingā vienam cilvēkam maksā pieci lati diennaktī. Kopīgie ģimenes tēriņi ēšanai un citiem izdevumiem tiek plānoti 15 lati dienā. Aprēķini, kādu lielāko skaitu dienu viņi varēs dzīvot kempingā par ielānoto naudu?</p> <p>2. Vairāki skolēni vienā dienā kopā nopelnīja Ls 39. Skolēni nolēma šo summu sadalīt visiem vienādi. Ja skolēnu būtu par 4 mazāk un katrs saņemtu par 60 santīmiem vairāk, tad visi skolēni kopā saņemtu Ls 35,2. Cik skolēnu strādāja?</p> | <p>Darbs grupai.</p> <p>Izveidojiet pārskatu par situācijām vai uzdevumu veidiem, pēc kuru atrisināšanas jāpārlicinās par iegūto atbildi atbilstību uzdevuma saturam!</p>                                                                                                                                    |

| Sasniedzamais rezultāts                                                                                                             | I                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | II                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | III                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Izmanto vienādojumus un nevienādības ar vienu vai diviem mainīgajiem humanitārozinātņu, dabaszinātņu, ģeometrijas uzdevumos.</b> | <p>Sastādi vienādojumu vai vienādojumu sistēmu! Taisnstūra perimetrs ir 15 cm, bet laukums ir 14 cm<sup>2</sup>. Aprēķini taisnstūra malas!</p> <p>Dotā trijstūra pamats ir par 2 cm garāks nekā pret to vilktais augstums. Ja pamatu saīsinātu par 4 cm, bet augstumu pagarinātu par 4 cm, tad trijstūra laukums samazinātos par 4 cm<sup>2</sup>. Aprēķini dotā trijstūra pamatu un augstumu!</p> | <p>1. Firma gribēja iegādāties vairākus virtuves kombainus par kopējo summu Ls 720. Tā kā viena kombaina cena tika samazināta par Ls 24, tad firma varēja nopirkt par vienu virtuves kombainu vairāk. Cik virtuves kombainus firma iegādājās?</p> <p>2. Brīvās krišanas paātrinājums uz Marsa ir 3,92 m/s<sup>2</sup>. Cik ilgā laikā uz Marsa nokritīs ķermenis no 250 m augstuma? Salīdzini iegūto rezultātu ar laiku, kādā nokritīs ķermenis uz Zemes no 250 m augstuma!</p> <p>Izmanto formulu <math>s = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0</math>,<br/>kur <math>s_0</math> – sākuma augstums,<br/><math>s</math> – beigu augstums,<br/><math>v_0=0</math> – sākuma ātrums!</p> | <p>Uzņēmumā produkciju ražo ar divām dažādām tehnoloģijām. Ražošanas izmaksu atkarība no produkcijas vienību skaita ir lineāra funkcija. Izmantojot pirmo tehnoloģiju, 30 produkcijas vienību ražošanai ir nepieciešami Ls 23 000, bet 40 produkcijas vienību ražošanai nepieciešami Ls 27000. Izmantojot otro tehnoloģiju, 20 produkcijas vienību ražošanai ir nepieciešami Ls 25000, bet 30 produkcijas vienību saražošanai ir nepieciešami Ls 26000. Nosaki abu tehnoloģiju ražošanas izmaksu funkcijas! Noskaidro, kad ekonomiski izdevīgāka ir pirmā tehnoloģija!</p> |



## STUNDAS PIEMĒRS

## DAŽĀDAS VIENĀDOJUMU RISINĀŠANAS METODES

## Mērķis

Pilnveidot prasmes vienādojuma atrisināšanas metožu izmantošanā, risinot uzdevumus, analizējot risinājumus.

## Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Saskata vispārīgo vienādojumu atrisināšanas metožu izmantojamību, atpazīst vienādojumus un metodes.
- Atrisina vienādojumus, izmantojot substitūcijas un sadalīšanu reizinātājos.
- Secina par dažādu metožu izmantošanas iespējām.
- Izvērtē savas prasmes vienādojumu atrisināšanā.

## Nepieciešamie resursi

- A3 formāta lapas, flomāsteri.
- Izdales materiāli grupām (M\_12\_SP\_06\_P1), pāriem (M\_12\_SP\_06\_P2).

## Mācību metodes

Uzdevumu risināšana.

## Mācību organizācijas formas

Grupu darbs, pāru darbs.

## Vērtēšana

Skolotājs novērtē stundā sasniegtos rezultātus pēc vienādojumu risinājumu prezentācijām, skolēnu jautājumiem, komentāriem, skolēnu secinājumiem par savām prasmēm.

## Skolotāja pašnovērtējums

Secina par stundā izmantoto uzdevumu un darba formu atbilstību mērķa sasniegšanai.

## Stundas gaita

| Skolotāja darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Skolēnu darbība                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Uzdevumu risināšana (40 minūtes)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <p>Aicina skolēnus sadalīties grupās.</p> <p>Lūdz skolēnus grupas ietvaros pārrunāt viņiem zināmās vienādojumu atrisināšanas vispārīgās metodes un pazīmes, kas var norādīt uz konkrētas metodes izmantošanas iespējamību.</p> <p>Aicina grupas pēc kārtas nosaukt vienu metodi un raksturot atbilstošo vienādojumu. <i>Ja grupu skaits lielāks kā zināmo metožu skaitu, var dažām grupām lūgt nosaukt konkrētus vienādojumu piemērus.</i></p> | <p>Sadalās grupās.</p> <p>Atceras vienādojumu atrisināšanas metodes, nosauc vienādojumu piemērus, kurus varētu risināt ar konkrēto metodi, sniedz vispārīgu šīs pazīmes aprakstu.</p> <p>Komentē, raksturo, nosauc piemērus, klausās, papildina, jautā, precizē.</p> |

| Skolotāja darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Skolēnu darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Izdala katrai grupai 2 uzdevumus (M_12_SP_06_P1), aicina to atrisināt, pievēršot uzmanību vienādojumu atrisināšanas metodēm, un atrisinājumus noformēt uz A3 formāta lapām. Norāda, kur piespraust lapas, kad darbs pabeigts. Iesaka pārdomāt darbu sadali grupas ietvaros, rēķinoties ar uzdevuma veikšanai atvēlēto laiku – 10 minūtes. <i>Grupa var sadalīties 2 apakšgrupās, kas katra risina savu uzdevumu.</i></p> <p>Aicina katru grupu komentēt 1. uzdevuma risinājumu (kā sākts risināt, kāda metode izmantota).</p> <p>Kad visas grupas beigušas komentēt 1. uzdevuma risinājumus, jautā par kopīgo visos risinājumos (<i>ja skolēni paši to jau nav pamanījuši un uz to norādījuši</i>).</p> <p>Aicina katru grupu komentēt 2. uzdevuma risinājumu (kā sākts risināt, kāda metode izmantota).</p> <p>Kad visas grupas demonstrējušas 2. uzdevuma risinājumu, lūdz skolēnus izteikt secinājumus.</p> <p><i>Ja risinājumi visiem labi saskatāmi, var dot laiku otro vienādojumu izskatīšanai, neliekot visus risinājumus komentēt. Tad lūdz izteikt secinājumus par šiem vienādojumiem un to risinājumiem.</i></p> | <p>Saņem uzdevumus. Iepazīstas ar uzdevumiem, izvēlas risināšanas metodi. Sadala pienākumus.</p> <p>Atrīsina dotos vienādojumus, konsultē viens otru grupas ietvaros, palīdz, pārbauda risinājumu. Atrisinājumu noformē uz A3 lapām (katru uzdevumu uz atsevišķas lapas). Kad darbs pabeigts, piesprauž lapas redzamā vietā.</p> <p>Viens no grupas komentē risinājumu. Seko līdz, jautā, paskaidro, papildina, labo. Secina, ka visos risinājumos ir izmantota substitūcijas metode un pēc substitūcijas ieviešanas iegūtie daļveida racionālie vienādojumi ir vienādi.</p> <p>Viens no grupas komentē risinājumu. Apspriež risinājumus.</p> <p>Secina, ka visos risinājumos ir izmantota sadalīšana reizinātājos un jārisina divi dažāda veida pamatvienādojumi.</p> |
| <p>Izdala darba lapu skolēnu pārim (M_12_SP_06_P2), kurā ar dažādiem paņēmieniem noskaidrots sakņu skaits trīs vienādojumiem. Aicina iepazīties ar risinājumiem un uzraksti vismaz 3 secinājumus par vienādojumu atrisināšanas metodēm, to izmantošanu un iespējamajām problēmām.</p> <p>Lūdz katram pārim pateikt vienu secinājumu.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <p>Iepazītas ar risinājumiem, salīdzina metodes, secina par metožu priekšrocībām un trūkumiem, katrā no gadījumiem. Secinājumus formulē rakstiski.</p> <p>Pasaka vienu no saviem secinājumiem, klausās, seko.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <p>Lūdz, strādājot pāros, uzdevumu krājumā vai kādā citā mācību līdzeklī sameklēt vienādojumus, kurus var atrisināt ar aplūkotajām metodēm. <i>Var norādīt konkrētas lapaspuses vai uzdevumu numurus, kur meklēt, jo vēlams izmantot tādu materiālu, kur vienādojumi jau nav sagrupēti pa risināšanas metodēm.</i></p> <p>Aicina grupā apspriesties par atlasītajiem vienādojumiem.</p> <p>Organizē diskutablu gadījumu pārrunāšanu. Vērš uzmanību uz to, ka nav labu un sliktu metožu, reizēm problēmas var konstatēt tikai vienādojumu risinot, ne reti viena un tā paša vienādojuma atrisināšanai var izmantot dažādas metodes, nosauc piemērus.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <p>Atpazīst vienādojumus, kurus var atrisināt ar substitūcijas metodi, sadalot reizinātājos vai grafiski.</p> <p>Grupā salīdzina atlasītos vienādojumus, ja ir šaubas par kādu piemēru, jautā skolotājam, citām grupām. Izsaka savu viedokli, uzklaua ieteikumus, citas idejas.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

| Skolotāja darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Skolēnu darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Lūdz katram skolēnam saistībā ar vienādojumu atrisināšanu uzrakstīt vienu lietu, ko viņš zina/prot/spēs izdarīt nekļūdīgi un vienu lietu, kas sagādā grūtības. Aicina pateikt to, ko vēl labi neprot, kas varētu radīt problēmas. Ņemot vērā skolēnu teikto, kopā ar skolēniem plāno turpmākajās stundās veicamo.</p> <p>Mājās, atkarībā no stundā sasniegtā, var uzdot vai nu atrisināt kādu no skolēnu atlasītajiem vienādojumiem vai skolotāja paša izvēlētos vienādojumus, lai akcentētu metodes vai gluži otrādi – vienādojumu veidu (ja problēmas sagādā kāds no pamatvienādojumiem).</p> | <p>Izvērtē savas zināšanas un vienādojumu risināšanas prasmes, saskata savas stiprās puses, veiksmes, grūtības un problēmas.</p> <p>Izsaka savu viedokli par prasmēm, kuru pilnveidošana vēl nepieciešama, piedalās turpmākās darbības plānošanā.</p> <p>Atzīmē veicamo, gatavojoties nākamajai stundai.</p> |

## STUNDAS PIEMĒRS

## NEVIENĀDĪBU SISTĒMU AR DIVIEM NEZINĀMAJIEM ATRISINĀŠANA

## Mērķis

Veidot prasmi atrisināt nevienādību sistēmu ar diviem nezināmajiem, aktualizējot zināšanas un prasmes par kopām un funkcijām, plānošanas prasmi.

## Skolēnam sasniedzamais rezultāts

- Izveido nevienādību sistēmas atrisinājuma plānu.
- Atrisina nevienādību sistēmas ar diviem mainīgajiem
- Nosaka, vai skaitļu pāris ir nevienādību sistēmas ar diviem mainīgajiem atrisinājums.

## Nepieciešamie resursi

- Vizuālais materiāls – PowerPoint prezentācijas datne (M\_12\_SP\_06\_02\_VM1).
- Izdales materiāls (M\_12\_SP\_06\_02\_P1, P2).

## Stundas gaita

| Skolotāja darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Skolēnu darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Jautājumi un atbildes (5 minūtes)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <p>Mudina atcerēties ar kopām saistītus jēdzienus. Lūdz paskaidrot, kas ir kopa, kas var būt kopas elementi, kopu šķēlums/apvienojums, kāda kopa var rasties, kopas šķēļot/apvienojot, kā simboliski var pierakstīt darbības ar kopām, pašu kopu, tās elementus, rosina skolēnus atcerēties un vizuāli parādīt divu kopu šķēlumu un apvienojumu. Var izmanto vizuālo materiālu (M_12_SP_06_02_VM1), aicinot kādu no skolēniem iezīmēt kopu šķēlumu un apvienojumu dotajā sagatavē uz interaktīvās tāfeles, ierakstīt atrisinājumus.</p> <p>Jautā, kāda kopu šķēlumam un apvienojumam saistība ar vienādojumu un nevienādību un to sistēmu atrisināšanu. Lūdz nosaukt piemērus. Ja skolēni nevar uzreiz atcerēties, izdomāt, pats piedāvā piemērus. Sarunas gaitā var veidot shēmu/ domu karti, parādot jēdzienu saistību, papildinot to ar simbolisko pierakstu.</p> <p>Informē par stundas tematu un norāda, ka izpratne par kopām palīdzēs atrisināt nevienādību sistēmas ar diviem nezināmajiem, noderīgas būs arī funkciju grafiku konstruēšanas prasmes.</p> | <p>Atceras ar kopām saistītus jēdzienus, simbolisko pierakstu, saskata darbības ar kopām, parāda tās zīmējumā, atbild uz jautājumiem. Vajadzības gadījumā veic pierakstus.</p> <p>Izsaka savas domas, nosauc piemērus, kur vienādojumu, nevienādību, to sistēmu atrisinājums ir uztverams kā skaitļu kopu apvienojums vai šķēlums. Atbild uz jautājumiem, jautā, pieraksta, papildina.</p> |

## Mācību metodes

Jautājumi un atbildes, uzdevumu risināšana.

## Mācību organizācijas formas

Frontāls darbs, individuāls darbs, pāru darbs.

## Vērtēšana

Skolotājs un skolēni novērtē stundā sasniegto, pārbaudot uzdevumu risinājumus, noskaidrojot testa rezultātus.

## Skolotāja pašnovērtējums

Secina par izmantoto metožu lietderību un efektivitāti stundas gaitā.

| Skolotāja darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Skolēnu darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Uzdevumu risināšana (35 minūtes)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <p>Aicina skolēnus pierakstu burtnīcās uzzīmēt funkcijas <math>y=2x</math> grafiku. Jautā, kur koordinātu plaknē atrodas tie punkti, kuriem <math>y \geq 2x</math> un kuriem <math>y \leq 2x</math>. Sarunas gaitā demonstrē sagatavoto vizuālo materiālu uz interaktīvās tāfeles vai ekrāna (M_12_SP_06_02_VM1).</p> <p>Pārliecinās, ka skolēni saprot.</p> <p>Kopā ar skolēniem plāno risinājumu uzdevumam:</p> <p>Koordinātu plaknē attēlo nevienādību sistēmas <math>\begin{cases} y \geq 2x \\ y &lt; \left(\frac{1}{2}\right)^x \end{cases}</math> atrisinājumu kopu!</p> <p>Aicina pārdomāt, kā atrisināt šo uzdevumu. Pārliecinās, ka skolēniem ir izpratne par sistēmas pierakstu un skaidrs, ko nozīmē sistēmu atrisināt, pēc analogijas ar vienādojumu sistēmām un nevienādību sistēmām ar vienu nezināmo. Atgādina stundas sākumā atkārtoto par kopu šķēlumiem. Uzsver, ka atrisinājums būs zīmējums, kurā parādīta atrisinājumu kopa. Pārrunā risinājuma plānu.</p> <p>Aicina sistēmu atrisināt.</p> <p>Demonstrē atrisinājumu (M_12_SP_06_02_VM1). Lūdz skolēnus komentēt risinājumu. Uzdevd jautājumus, piemēram, kāpēc viena no līnijām ir pārtraukta, kas ir nevienādību sistēmas atrisinājums, kā var pierakstīt atbildi.</p> | <p>Zīmē funkcijas grafiku.</p> <p>Uztver koordinātu plakni kā punktu kopu, atpazīst pusplaknes kā prasītās kopas. Atbild uz jautājumiem, komentē, iesaistās sarunā. Papildina zīmējumu.</p> <p>Pieraksta atrisināmo nevienādību sistēmu.</p> <p>Saprot, ko nozīmē atrisināt sistēmu. Plāno risinājumu. Pārrunā, salīdzina, diskutē, argumentē, vienojas. Plānu īsi pieraksta.</p> <p><i>Piemēram:</i></p> <p>Atrisina pirmo nevienādību:</p> <p>Uzzīmē vienas funkcijas grafiku.</p> <p>Iesvītro vajadzīgo plaknes daļu.</p> <p>Atrisina otro nevienādību:</p> <p>Uzzīmē otras funkcijas grafiku.</p> <p>Iesvītro vajadzīgo plaknes daļu.</p> <p>Noskaidro sistēmas atrisinājumu. Abu kopu šķēlums.</p> <p>Atrisina sistēmu: konstatē, ka pirmā nevienādība jau atrisināta, uzzīmē otras funkcijas grafiku, iesvītro otrās nevienādības atrisinājumu kopu.</p> <p>Salīdzina atrisinājumu, ja nepieciešams, komentē, jautā, atbild uz jautājumiem. Saprot, ka sistēmas atrisinājums ir abu atrisinājumu kopu šķēlums, paskaidro, kā tas redzams zīmējumā.</p> |
| <p>Sadala skolēnus pāros. Izdala darba lapu (M_12_SP_06_02_P1), norādot, kurš no pāra risinās A variantu, kurš B variantu. Lūdz atrādāt individuāli, risinājumā atzīmēt vietas, par kurām nav pilnīga pārliecība par pareizību, pierakstīt radušos jautājumus. Norāda uzdevuma izpildes laiku.</p> <p>Vēro skolēnu darbu, nepieciešamības gadījumā palīdzot ar uzvedinošiem jautājumiem. Aicina pāros apspriest, pārbaudīt abu skolēnu risinājumus, censties novērst neskaidrības, formulēt jautājumus, uz kuriem nav rasta atbilde, par ko nav pārliecība.</p> <p>Lūdz uzdot radušos jautājumus. Palīdz noskaidrot atbildes.</p> <p>Aicina kādu no pāriem demonstrēt risinājumus pie interaktīvās tāfeles vai demonstrē gatavu atrisinājumu uz ekrāna. Ja nepieciešams, uzdevd precizējošus jautājumus vai aicina to darīt pārējos skolēnus. Akceptē pareizos atrisinājumus.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <p>Individuāli risina uzdevumus. Atzīmē radušos jautājumus, neskaidrības.</p> <p>Pāros pārskata risinājumus, pārrunā, precizē, ja nepieciešams, koriģē, papildina, jautā, atbild, skaidro. Fiksē palikušās neskaidrības.</p> <p>Uzdevd jautājumus, ja zina, atbild uz citu skolēnu jautājumiem.</p> <p>Rāda savu risinājumu, komentē. Salīdzina un izlābo radušās kļūdas. Uzdevd jautājumus, atbild.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

| Skolotāja darbība                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Skolēnu darbība                                                                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Izdala skolēniem paškontroles testu (M_12_SP_06_02_P2), norāda laiku.</p> <p>Ja kāds no skolēniem ļoti ātri pabeidz testu, var piedāvāt paaugstinātas grūtības pakāpes uzdevumu, piemēram:</p> <p>Koordinātu plaknē attēlo nevienādību sistēmas <math>\begin{cases}  y  \geq 1 \\  y  &lt; 3 \end{cases}</math> atrisinājumu kopu!</p>                                                                                                                                                           | <p>Individuāli pilda testu, demonstrējot un pārliecinoties par stundā apgūto.</p>                                                                  |
| <p>Demonstrē testa pareizās atbildes.</p> <p>Aicina uzdot jautājumus par testa uzdevumiem. Pārrunā kļūdas. Atbild uz jautājumiem. Ievāc informāciju par testa rezultātiem.</p> <p><i>Ja atliek laiks un skolēniem ļoti labi veicies ar testa uzdevumu izpildi, var piedāvāt vēl kādu grūtāku uzdevumu piemēram, sistēmu ar vairāk kā divām nevienādībām.</i></p> <p>Uzdod mājas darbu. (Piemēram, prezentācijas (M_12_SP_06_02_VM1) pēdējais slids, vai cits uzdevums pēc skolotāja ieskatiem.)</p> | <p>Salīdzina atbildes. Novērtē savas prasmes.</p> <p>Ja nepieciešams, uzdod jautājumus, noskaidro kļūdu cēloņus.</p> <p>Pieraksta mājas darbu.</p> |

# DAŽĀDAS VIENĀDOJUMU RISINĀŠANAS METODES

## Uzdevumi darba grupām

### 1. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\cos x + \frac{1}{\cos x} = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$x^2 - x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$$

### 2. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\frac{1}{\log_2 x} + \log_2 x = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$\sqrt{x} - 2^x \cdot \sqrt{x} = 0$$

### 3. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$2^x + \frac{1}{2^x} - 2 = 0$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$|x| \cdot \operatorname{ctgx} - \operatorname{ctgx} = 0$$

### 4. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\frac{1}{4x^2 - 3x} + 4x^2 - 3x = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$\sin x - \cos x \sin x = 0$$

### 5. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\frac{1}{|x+1|} + |x+1| = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$\operatorname{tg} x \cdot \log_2 x - \operatorname{tg} x = 0$$

### 6. grupa

1. Atrisini vienādojumu!

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+1} = 2$$

2. Atrisini vienādojumu!

$$\sin x - 2^x \cdot \sin x = 0$$

Vārds .....

Uzvārds .....

klase .....

datums .....

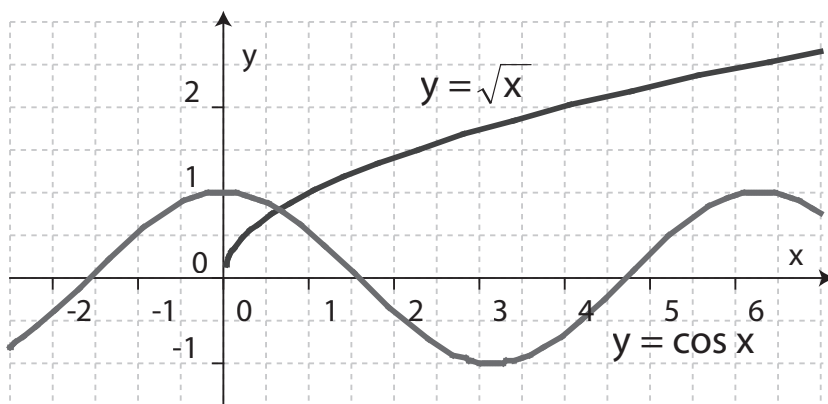
## DAŽĀDAS VIENĀDOJUMU RISINĀŠANAS METODES

### Uzdevums

Doti 3 vienādojumi formā  $f(x)=g(x)$ , kuriem noskaidrots sakņu skaits. Iepazīsties ar risinājumiem un uzraksti vismaz 3 secinājumus par vienādojumu atrisināšanas metodēm, to izmantošanu un iespējamajām problēmām!

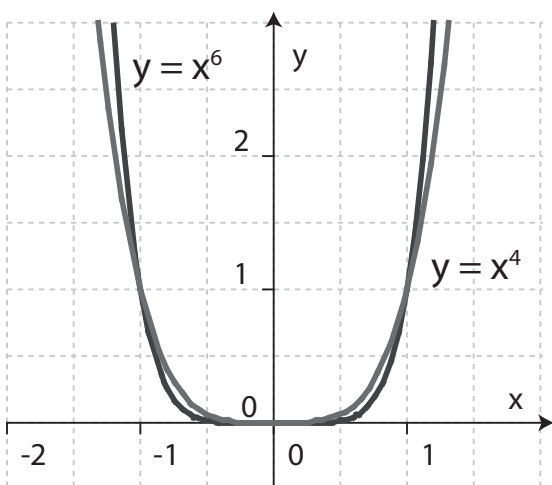
- a) Cik sakņu ir vienādojumam  $\sqrt{x}=\cos x$ ?

Konstruējot šo funkciju grafikus vienā koordinātu plaknē, redzams, ka vienādojumam ir viena sakne, pie tam intervālā  $[0;1]$ .



- b) Nosaki vienādojuma sakņu skaitu  $x^6 - x^4 = 0$ !

No zīmējuma, kurā attēloti abu šo funkciju grafiki, kopīgo punktu (sakņu) skaitu noteikt ir apgrūtināši. Vai nu jāizvēlas atbilstošāks vienības nogrieznis, vai papildus jāizmanto vēl citas šo funkciju īpašības.





Šo vienādojumu viegli atrisināt algebriski

$$x^4(x^2-1)=0$$

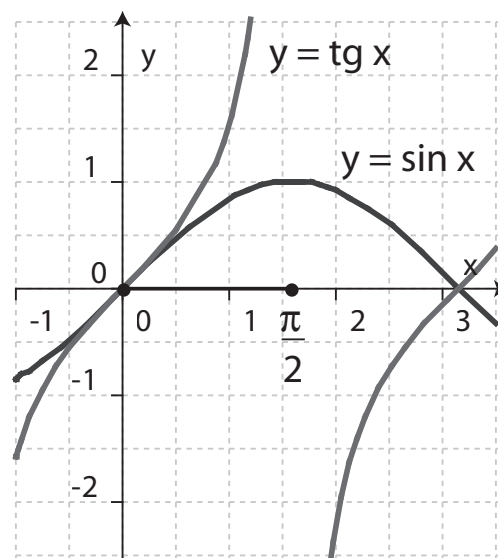
$$x^4=0 \quad x^2-1=0$$

$$x_1=0 \quad x_2=-1 \quad x_3=1$$

Vienādojumam ir 3 saknes.

- a) Nosaki vienādojuma  $\sin x = \operatorname{tg} x$  sakņu skaitu intervālā  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ !

No zīmējuma, kurā attēloti abu šo funkciju grafiki, kopīgo punktu (sakņu) skaitu noteikt ir apgrūtināši.



Uzdevumu var risināt arī algebriski.

Vienādojumam ir viens atrisinājums.

$$\sin x = \operatorname{tg} x$$

$$\sin x - \operatorname{tg} x = 0$$

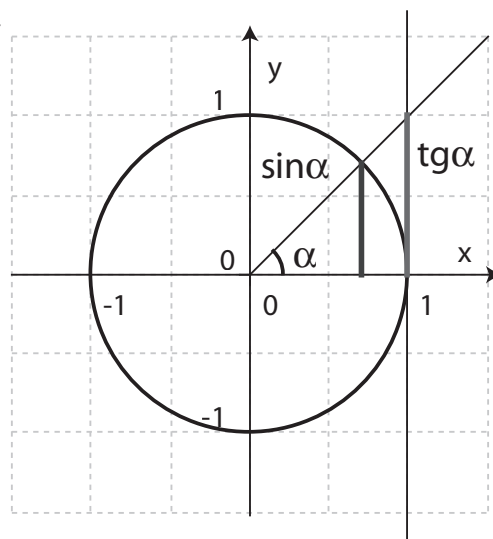
$$\sin x \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \cos x = 1$$

$$x = 0 \quad x = 0$$

Noteikt sakņu skaitu šim vienādojumam var arī, izmantojot vienības riņķi un norādot tajā lielumus  $\sin \alpha$  un  $\operatorname{tg} \alpha$ .

No vienības riņķa redzams, ka katram šauram leņķim  $\alpha$ , izņemot gadījumu, kad  $\alpha=0$ ,  $\sin \alpha < \operatorname{tg} \alpha$ . Tas nozīmē, ka vienādojumam  $\sin x = \operatorname{tg} x$  ir tikai viena sakne.



Vārds .....

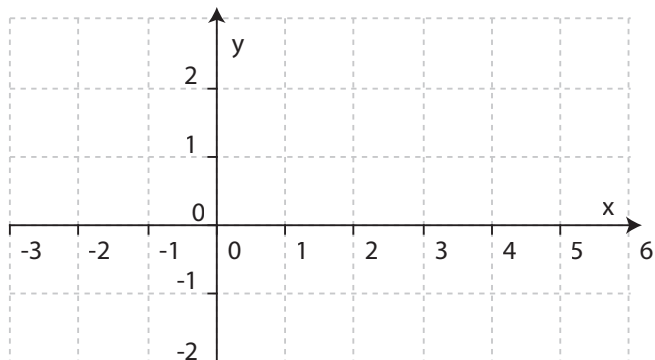
uzvārds .....

klase .....

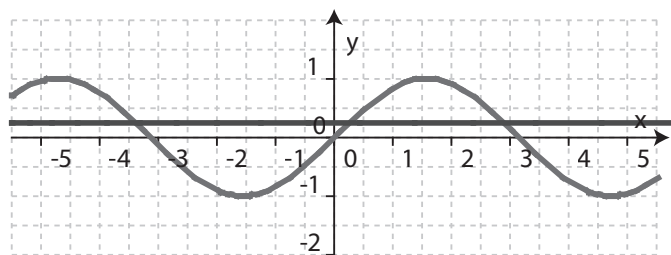
datums .....

**A variants****1. uzdevums**

Koordinātu plaknē attēlo nevienādību sistēmas  $\begin{cases} y \geq 0 \\ x < 4 \end{cases}$  atrisinājumu kopu! Vai punkts  $A(-2;2)$  pieder sistēmas atrisinājumu kopai?

**2. uzdevums**

Koordinātu plaknē attēlo nevienādību sistēmas  $\begin{cases} y \leq \sin x \\ y \geq \frac{1}{4} \end{cases}$  atrisinājumu kopu!

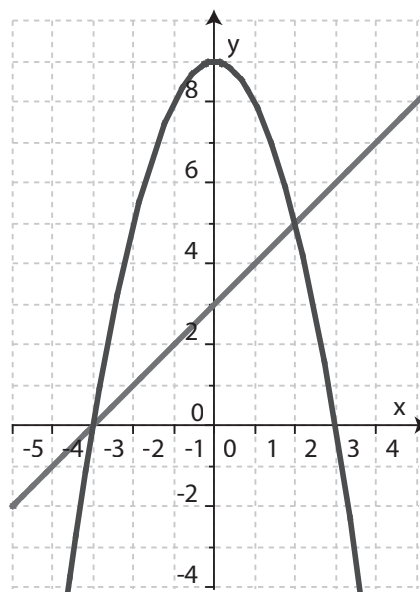
**B variants****1. uzdevums**

Uzraksti nevienādību sistēmu, kuras atrisinājums ir:

- a) koordinātu plaknes III kvadrants,
- b) koordinātu plaknes IV kvadrants!

**2. uzdevums**

Koordinātu plaknē attēlo nevienādību sistēmas  $\begin{cases} y \geq x+3 \\ y < 9-x^2 \end{cases}$  atrisinājumu kopu!



Vārds .....

Uzvārds .....

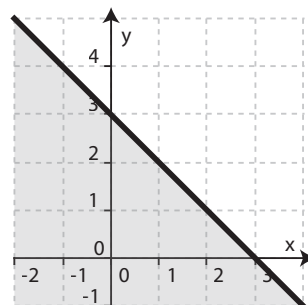
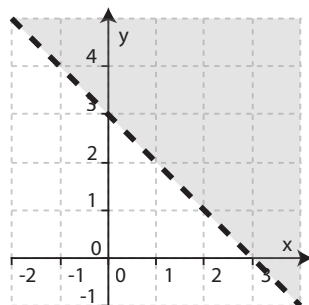
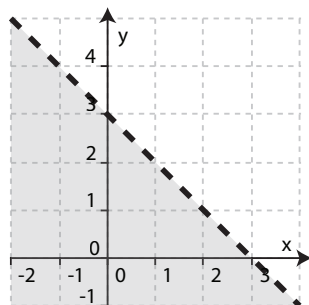
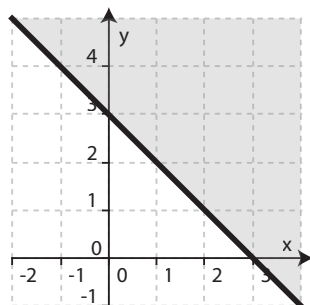
Klase .....

Datums .....

# PAŠKONTROLES TESTS

## 1. uzdevums

Kurā attēlā iekrāsots nevienādības  $y \leq -x + 3$  atrisinājums? Apvelc to!



## 2. uzdevums

Kur atrodas plaknes daļa, kas ir nevienādības  $2x - y > 2$  atrisinājums? Pasvītro atbildi!

Virš taisnes  $y = 2x - 2$ .

Zem taisnes  $y = 2x - 2$ .

Virš taisnes  $y = -2x + 2$ .

Zem taisnes  $y = -2x + 2$ .

## 3. uzdevums

Kuras nevienādības atrisinājumu kopā ietilpst arī visi taisnes  $y = 4x + 1$  punkti? Apvelc atbildi!

$y > 4x + 2$

$y < 4x + 1$

$y > 4x$

$y > 4$

## 4. uzdevums

Kurš no dotajiem koordinātu plaknes punktiem ir viens no nevienādības  $y \leq -2x + 3$  atrisinājumiem? Apvelc atbildi!

(0, 4)

(1, 0)

(3, -2)

(5, -2)

## 5. uzdevums

Kuras nevienādību sistēmas viens no atrisinājumiem ir punkts (0; 0)? Apvelc atbildi!

$$\begin{cases} y \geq 2^x \\ y < 5x - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < \sin x \\ y \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -5 - x \\ y < 2^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -5 - x \\ y < \sin x \end{cases}$$

# MAKSIMĀLĀ PEĻŅA

Darba izpildes laiks 40 minūtes

M\_12\_LD\_06

## Mērķis

Pilnveidot prasmi plānot darba gaitu un veikt datu apstrādi, salīdzināt problēmas risinājumu ar lineāras programmēšanas iespējām.

## Sasniedzamais rezultāts

- Izveido risinājuma plānu.
- Veic aprēķinus.
- Salīdzina savu risinājumu ar lineārās programmēšanas iespējām, izvērtē un secina.

|                                                        |            |
|--------------------------------------------------------|------------|
| Saskata un klasificē lielumus, formulē pētāmo problēmu | –          |
| Veido plānu                                            | Mācās      |
| Iegūst un apstrādā informāciju                         | Mācās      |
| Formulē pieņēmumu/ hipotēzi                            | –          |
| Veic pierādījumu                                       | –          |
| Analizē un izvērtē rezultātus, secina                  | Patstāvīgi |
| Prezentē darba rezultātus                              | –          |
| Sadarbojas, strādājot grupā (pārī)                     | –          |

*Aprēķinu veikšanai nepieciešams papildu papīrs. Komentējot lineārās programmēšanas iespēju izmantošanu šāda veida uzdevumu risināšanā, var izmantot prezentāciju M\_12\_LD\_06\_VM1.*

## Uzdevums

Kāda firma izgatavo stacionārus un pārnēsājamus televizorus. Katra televizora izgatavošanai tiek izmantoti trīs darbagaldi A, B un C. Tabulā apkopota informācija par to, cik stundu nepieciešams katra televizora montāžai uz katra no darbagaldiem.

| Darbagalds | Viena televizora izgatavošanai nepieciešamais stundu skaits |                | Atļautais darbagalda izmantošanas stundu skaits diennaktī |
|------------|-------------------------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------|
|            | Stacionārs TV                                               | Pārnēsājams TV |                                                           |
| A          | 1 h                                                         | 2 h            | 16                                                        |
| B          | 1 h                                                         | 1 h            | 9                                                         |
| C          | 4 h                                                         | 1 h            | 24                                                        |

Firmas peļņa par katru saražoto stacionāro televizoru ir 60 Ls, bet par katru pārnēsājamo televizoru – 40 Ls. Cik katra veida televizoru firmai jāsarāžo vienas diennakts laikā, lai peļņa būtu vislielākā?

## Lielumi

Neatkarīgie lielumi – *diennaktī saražoto stacionāro televizoru skaits, diennaktī saražoto pārnēsājamo televizoru skaits.*

Atkarīgais lielums – *peļņa.*

Fiksētie lielumi – *laiks viena televizora izgatavošanai uz katra no darbagaldiem, darbagalda atļautais izmantošanas laiks diennaktī.*

## Darba gaita

*Iespējamās divas pieejas:*

- *skolēni nonāk pie secinājuma, izanalizējot atsevišķus gadījumus;*
- *skolēni apraksta situācijas ar nevienādībām, pēta analītiski, risinot nevienādību sistēmu.*

**Aprēķinu veikšana, iegūto rezultātu reģistrēšana** (uz papildu darba lapas)

## Rezultātu analīze, izvērtējums un secinājumi

*Paredzot, ka skolēni vai nu būs meklējuši atbildi, veicot gadījumu pārlasi, vai mēģinājuši izmantot nevienādības, bet viņiem nav zināma lineārās programmēšanas elementu izmantošana šāda veida problēmu uzdevumu risināšanā, rezultātu analīzes un izvērtēšanas posmā ieteicams skolēniem piedāvāt patstāvīgi iepazīties ar pielikumā esošo risinājumu, salīdzināt ar to savu risinājumu un rezultātus.*

Vārds

uzvārds

klase

datums

## MAKSIMĀLĀ PEĻŅA

### Uzdevums

Kāda firma izgatavo stacionārus un pārnēsājamus televizorus. Katra televizora izgatavošanai tiek izmantoti trīs darbagaldi A, B un C. Tabulā apkopota informācija par to, cik stundu nepieciešams katra televizora montāžai uz katra no darbagaldiem.

| Darbagalds | Viena televizora izgatavošanai nepieciešamais stundu skaits |                | Atļautais darbagalda izmantošanas stundu skaits diennaktī |
|------------|-------------------------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------|
|            | Stacionārs TV                                               | Pārnēsājams TV |                                                           |
| A          | 1 h                                                         | 2 h            | 16                                                        |
| B          | 1 h                                                         | 1 h            | 9                                                         |
| C          | 4 h                                                         | 1 h            | 24                                                        |

Firmas peļņa par katru saražoto stacionāro televizoru ir 60 Ls, bet par katru pārnēsājamo televizoru – 40 Ls. Cik katra veida televizoru firmai jāsarāžo vienas diennakts laikā, lai peļņa būtu vislielākā?

### Lielumi

Neatkarīgie lielumi –

Atkarīgais lielums –

Fiksētie lielumi –

### Darba gaita

**Aprēķinu veikšana, iegūto rezultātu reģistrēšana** (uz papildu darba lapas)

### Rezultātu analīze, izvērtējums un secinājumi

Patstāvīgi iepazīsties ar skolotāja piedāvāto šī uzdevuma risinājumu, salīdzini to ar savu risinājumu un rezultātiem!

## LINEĀRĀS PROGRAMMĒŠANAS ELEMENTU IZMANTOŠANA

Lineārā programmēšana ir nosacīti jauna matemātikas nozare, kas meklē labāko problēmas atrisinājumu, izmantojot matemātiskas metodes. Šo nozari attīstīja matemātiķis Georgs Dancigs (*George Dantzig*) II pasaules kara laikā, lai uzlabotu liela mēroga militāro plānošanu. Ap 1950. gadu šo metodi sāka izmantot praktiskai plānošanai un prognozēšanai. Šodien daudzas problēmas tiek atrisinātas, izmantojot lineāro programmēšanu un datoru iespējas.

### Uzdevums

Kāda neliela kompānija izgatavo stacionārus un pārnēsājamus televizorus, lietojot trīs dažādus darbagaldus: A, B un C. Tabulā ir apkopota informācija, cik stundu katram no darbagaldiem nepieciešamas pārnēsājamā vai stacionārā televizora pagatavošanai diennaktī.

| Darbagalds | Stacionārs TV | Pārnēsājams TV | Atļautais darbagalda izmantošanas stundu skaits diennaktī |
|------------|---------------|----------------|-----------------------------------------------------------|
| A          | 1 h           | 2 h            | 16                                                        |
| B          | 1 h           | 1 h            | 9                                                         |
| C          | 4 h           | 1 h            | 24                                                        |

Firmas peļņa par katru saražoto stacionāro televizoru ir 60 Ls, bet par katru pārnēsājamo televizoru – 40 Ls. Cik katra veida televizoru firmai jāsaražo vienas diennakts laikā, lai peļņa būtu vislielākā?

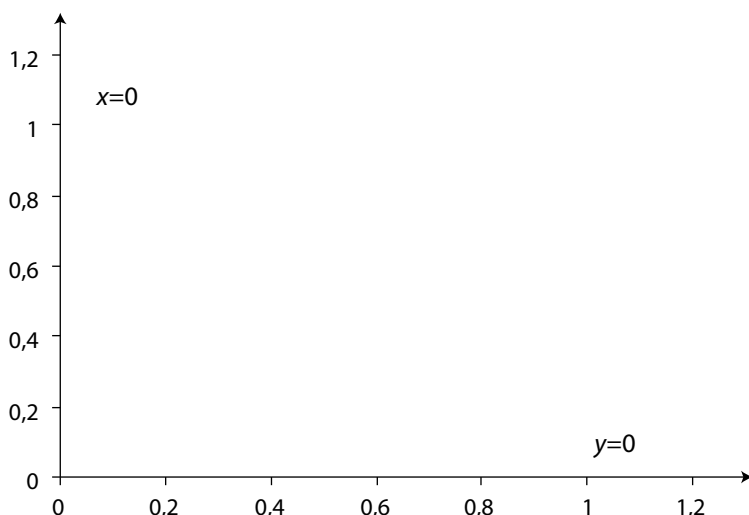
### Atrisinājums

Ar  $x$  apzīmē stacionāro televizoru skaitu, bet ar  $y$  – pārnēsājamo televizoru skaitu. Tad nosacījumus katram no darbagaldiem var aprakstīt, izmantojot nevienādības:

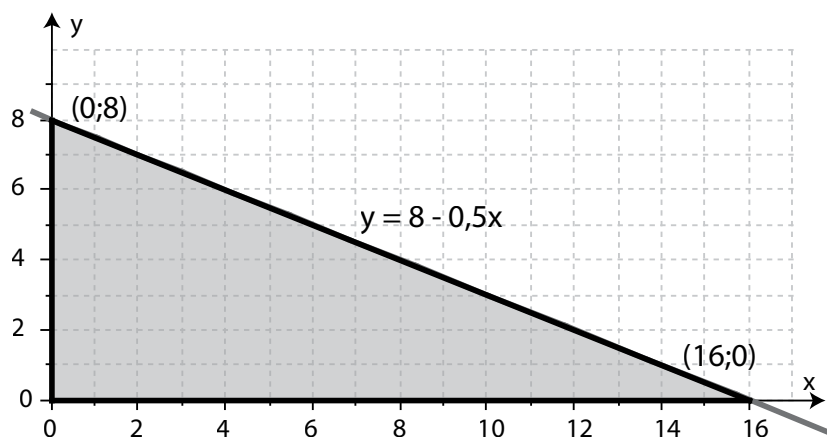
- $x \geq 0$ , jo televizoru skaits nevar būt negatīvs.
- $y \geq 0$ , jo televizoru skaits nevar būt negatīvs.
- $x + 2y \leq 16$ , šī nevienādība raksturo laiku darbagalda A izmantošanai, ja uz tā ražo  $x$  viena veida un  $y$  otra veida televizorus (uz darbagalda A var pagatavot stacionāro televizoru vienā stundā, bet pārnēsājamo 2 stundu laikā, un to var izmantot ne vairāk kā 16 stundas diennaktī).
- $x + y \leq 9$ , jo uz darbagalda B var pagatavot stacionāro televizoru vienā stundā un pārnēsājamo arī vienas stundas laikā, un to var izmantot ne vairāk kā 9 stundas diennaktī.
- $4x + y \leq 24$ , par darbagalda C izmantošanu (sk. 3. un 4. risinājuma soli).

Lai atrastu visus iespējamus atrisinājumus, interpretē katru no nevienādībām grafiski.

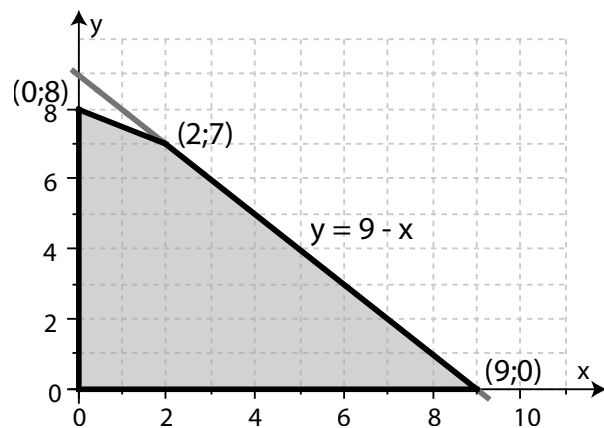
Vispirms attēlo pirmās divas nevienādības.



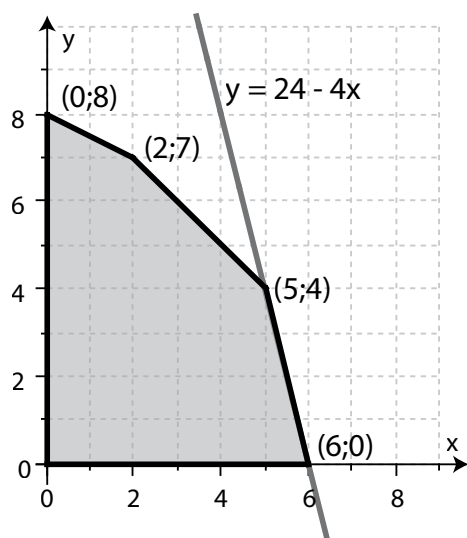
Tad no trešās nevienādības izsaka  $y$  ( $y \leq 8 - 0,5x$ ), konstruē taisni koordinātu plaknē un nevienādības atrisinājumam atbilstošo apgabalu.



No ceturtās nevienādības izsaka  $y$  un konstruē tajā pašā koordinātu plaknē taisni un nevienādības atrisinājumam atbilstošo apgabalu.



No piektās nevienādības izsaka  $y$  un konstruē tajā pašā koordinātu plaknē taisni un nevienādības atrisinājumam atbilstošo apgabalu.

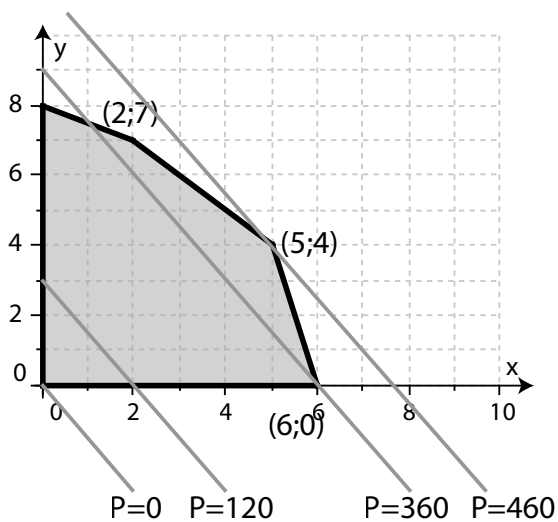


Jebkurš punkts, kas atrodas koordinātu sistēmas iekrāsotajā daļā, var būt iespējamais atrisinājums.

Peļņu var aprakstīt ar funkciju:  $P(x,y)=60x+40y$  (Ls). Mainīgo  $x$  un  $y$  vietā ievietojot skaitļus (skaitļu pārus) no iekrāsotā apgabala, iegūst dažādas peļņas.

Iespējamās  $P$  vērtības varētu būt 0, 40, 60, 80, 100, 120, ...

Ja aplūko visas atbilstošās vienādības  $60x+40y=0$ ,  $60x+40y=40$ , ... un to grafiskās interpretācijas (taisnes), var ievērot, ka tās visas ir paralēlas un uz katras no šīm taisnēm esošo punktu  $x$  un  $y$  koordinātas dod vienu un to pašu  $P$  vērtību.



Spriežot pēc zīmējuma, vislielākā peļņa būs 460 Ls, ja  $x=5$  un  $y=4$ . Tātad, lai iegūtu maksimālu peļņu, diennaktī jāsarāžo 5 stacionārie televizori un 4 pārnēsājamie televizori.



Vārds .....

uzvārds .....

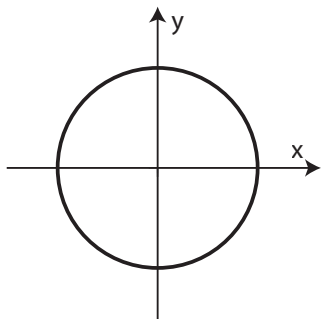
klase .....

datums .....

## TRIGONOMETRISKĀ VIENĀDOJUMA ATRISINĀJUMS DOTAJĀ INTERVĀLĀ

### 1. uzdevums (4 punkti)

Vienības riņķa līnijā attēlo intervālu  $(-\pi; \frac{\pi}{2}]$ !



Zināms, ka  $x = \frac{\pi}{3} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Aprēķini  $x$ , ja  $n = -2; -1; 0; 1; 2$ !

Ja  $n = -2$ , tad  $x =$

Ja  $n = -1$ , tad  $x =$

Ja  $n = 0$ , tad  $x =$

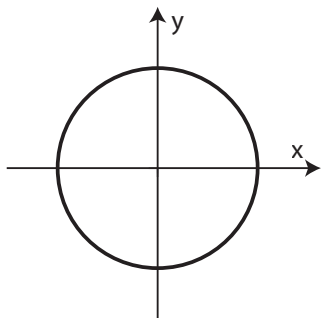
Ja  $n = 1$ , tad  $x =$

Ja  $n = 2$ , tad  $x =$

Uzraksti visus leņķus  $x = \frac{\pi}{3} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , kuri atrodas intervālā  $(-\pi; \frac{\pi}{2}]$ !

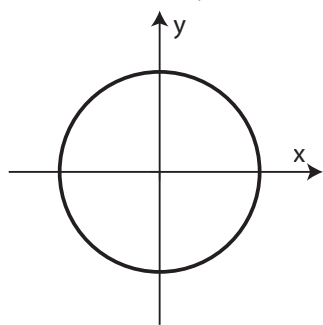
### 2. uzdevums (6 punkti)

Atrisini vienādojumu  $\cos 3x = 1$  un uzraksti tā atrisinājumus intervālā  $[-2\pi; 0]$ !



**3. uzdevums (4 punkti)**

Atrisini vienādojumu  $\sin x = \frac{1}{3}$  un uzraksti tā atrisinājumus intervālā  $(\pi; 3\pi)$ !



Vārds

uzvārds

klase

datums

## VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS

### 1. variants

#### 1. uzdevums (17 punkti)

Atrisini vienādojumu, nevienādību vai vienādojumu sistēmu!

a)  $\sin x = 1$

b)  $|x| < 4$

c)  $x^2 > 25$

d)  $4^x = 8$

e)  $0,3^{x-1} < 0,3^4$

f)  $\sqrt{x+7} = 2$

g)  $x^2(3-x) = 0$

h)  $\begin{cases} x+y=3 \\ y^2=4 \end{cases}$

i)  $\log_2(x-4) = \log_2(3x)$

#### 2. uzdevums (5 punkti)

Apvelc pareizo atbildi!

a) Vienādojuma  $x(x+1)(x^2+4)=0$  reālo sakņu skaits ir:

4

3

2

1

b) Nevienādība  $\log_3(x-1) < \log_3 4$  ir ekvivalenta ar nevienādību sistēmu:

$$\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-1 < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 > 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-1 > 4 \end{cases}$$

c) No vienādības  $V = \frac{1}{3} S \cdot h$  izsakot  $h$ , iegūst:

$$h = \frac{3V}{S}$$

$$h = \frac{3S}{V}$$

$$h = \frac{S}{3V}$$

$$h = \frac{V}{3S}$$

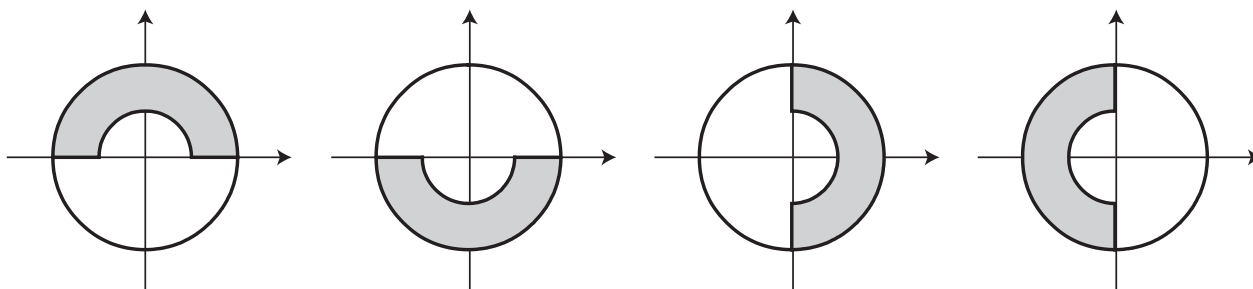
d) Vienādojums  $5^{2x} - 5^{x+1} = 0$  ar substitūciju  $5^x = a$  pārveidojas par algebrisku vienādojumu:

$$a^2 - a + 1 = 0$$

$$a^2 - 6a = 0$$

$$a^2 - 5a = 0$$

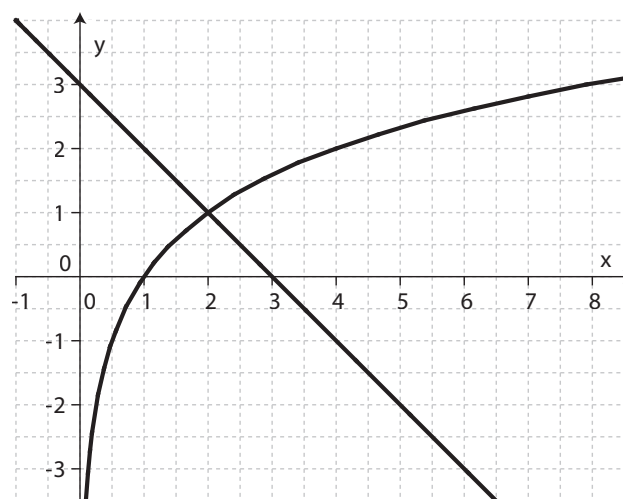
$$a^2 - 5a - 5 = 0$$

e) Attēlojot nevienādības  $\cos x \geq 0$  atrisinājumu vienības riņķī, iegūst:


**3. uzdevums (4 punkti)**

Doti funkciju  $y=3-x$  un  $y=\log_2 x$  grafiki.

- Nosaki vienādojuma  $\log_2 x = 3-x$  sakņu skaitu!
- Nosaki vienādojuma  $\log_2 x = 3-x$  saknes! Atbilde pārbaudi!
- No grafika nolasi nevienādības  $\log_2 x > 3-x$  atrisinājumu!

**4. uzdevums (4 punkti)**

Pabeidz iesākto nevienādības atrisinājumu!

$$4^x - 2^x - 6 > 0$$

$$2^x = a$$

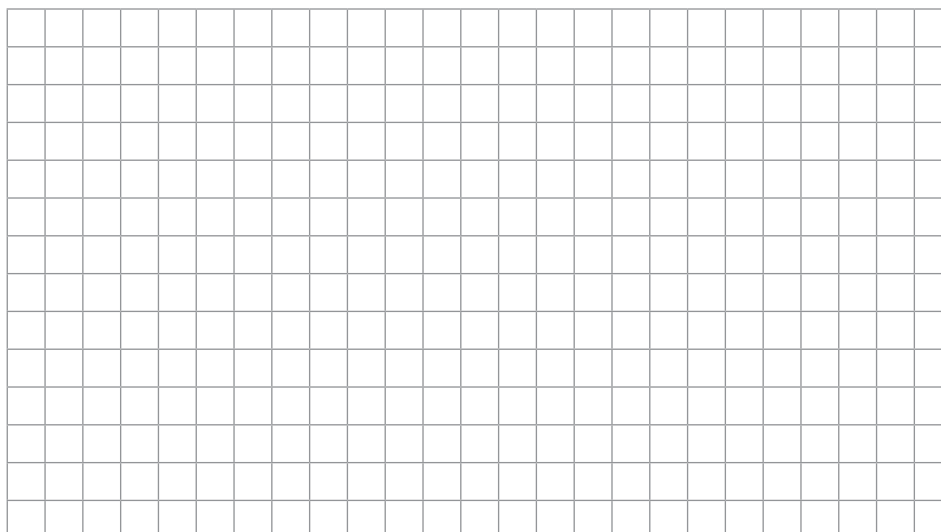
$$a^2 - a - 6 > 0$$

$$a_1 = 2 \quad a_2 = -3$$

**5. uzdevums (4 punkti)**

Dots vienādojums  $y=x-2$ .

- Uzraksti vienu skaitļu pāri no šī vienādojuma atrisinājumu kopas!
- Uzzīmē funkcijas  $y=x-2$  grafiku!
- Kāda saistība ir funkcijas  $y=x-2$  grafikam ar vienādojuma  $y=x-2$  visu atrisinājumu kopu?
- Attēlo nevienādības  $y \geq x-2$  atrisinājumu koordinātu plaknē!



**6. uzdevums (6 punkti)**

Atrisini vienādojumu sistēmu!

$$\begin{cases} \log_5 x + \log_5 2 = \log_5 y \\ x^2 + y = 3 \end{cases}$$

**7. uzdevums (7 punkti)**

Atrisini vienādojumu un uzraksti tā saknes intervālā  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ !

$$(\operatorname{ctgx} - 2)^2 + \frac{1}{\operatorname{ctgx} - 2} = 0$$

**8. uzdevums (5 punkti)**

Kravas pārvadāšanai ar autofurgonu izmantoja divu veidu konteinerus; katra pirmā veida konteintera masa ar visu kravu ir 0,4 t, bet katra otrā veida konteintera masa ar visu kravu ir 0,7 t. Kopējā kravas masa bija 6 t. Kāds bija iespējamais konteineru skaits?

**9. uzdevums (6 punkti)**

Atrisini nevienādību atkarībā no parametra  $a$  vērtības!

$$\frac{x-a}{x-4} > 0$$

Vārds

uzvārds

klase

datums

## VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS

### 2. variants

#### 1. uzdevums (17 punkti)

Atrisini vienādojumu, nevienādību vai vienādojumu sistēmu!

a)  $\cos x = -1$

b)  $|x| > 2$

c)  $x^2 < 16$

d)  $27^x = 9$

e)  $0,6^{x+3} > 0,6^4$

f)  $\sqrt{x-11} = 3$

g)  $x^2(x+5) = 0$

h)  $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2=9 \end{cases}$

i)  $\log_2(3x) = \log_2(x-2)$

#### 2. uzdevums (5 punkti)

Apvelc pareizo atbildi!

a) Vienādojuma  $x(x-7)(x^2+1) = 0$  reālo sakņu skaits ir:

4

3

2

1

b) Nevienādība  $\log_2(x+4) < \log_2 3$  ir ekvivalenta ar sistēmu:

$\begin{cases} x+4 < 0 \\ x+4 < 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x+4 > 0 \\ x+4 < 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x+4 > 0 \\ x+4 > 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x+4 < 0 \\ x+4 > 3 \end{cases}$

c) No vienādības  $V = \frac{1}{3} S \cdot h$  izsakot  $S$ , iegūst:

$S = \frac{V}{3h}$

$S = \frac{3V}{h}$

$S = \frac{h}{3V}$

$S = \frac{3V}{h}$

d) Vienādojums  $2^{2x} - 2^{x+1} = 0$  ar substitūciju  $2^x = a$  pārveidojas par algebrisku vienādojumu:

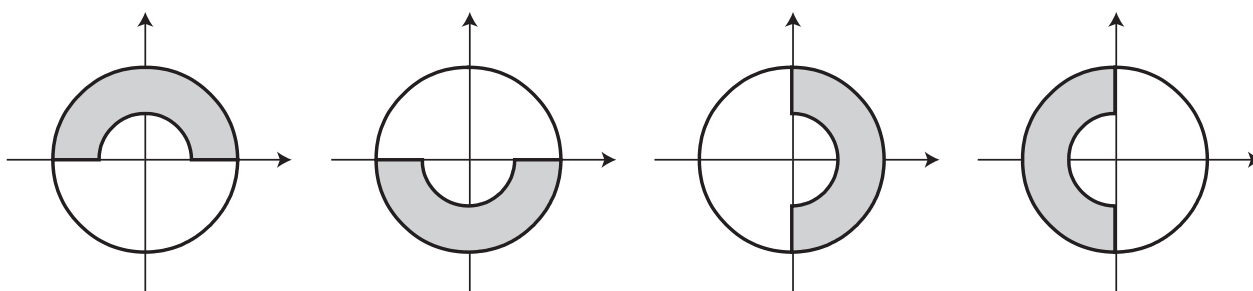
$a^2 - a + 1 = 0$

$a^2 - 2a = 0$

$a^2 - 2a - 1 = 0$

$a^2 - 4a = 0$

e) Attēlojot nevienādības  $\sin x \leq 0$  atrisinājumu vienības riņķī, iegūst:



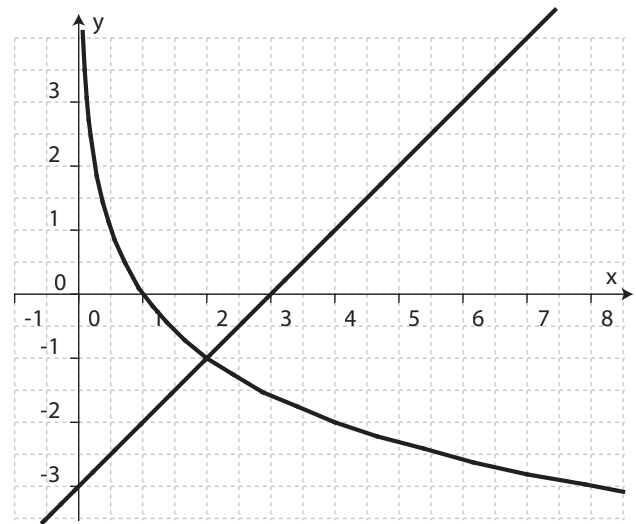
### 3. uzdevums (4 punkti)

Doti funkciju  $y=x-3$  un  $y=\log_{0,5}x$  grafiki.

a) Nosaki vienādojuma  $\log_{0,5}x=x-3$  sakņu skaitu!

b) Nosaki vienādojuma  $\log_{0,5}x=x-3$  saknes! Atbilde pārbaudi!

c) No grafika nolasi nevienādības  $3-x > \log_{0,5}x$  atrisinājumu!



### 4. uzdevums (4 punkti)

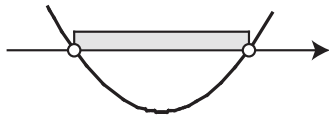
Pabeidz iesākto nevienādības atrisinājumu!

$$4^x - 2^x - 12 < 0$$

$$2^x = a$$

$$a^2 - a - 12 < 0$$

$$a_1 = 4 \quad a_2 = -3$$



### 5. uzdevums (4 punkti)

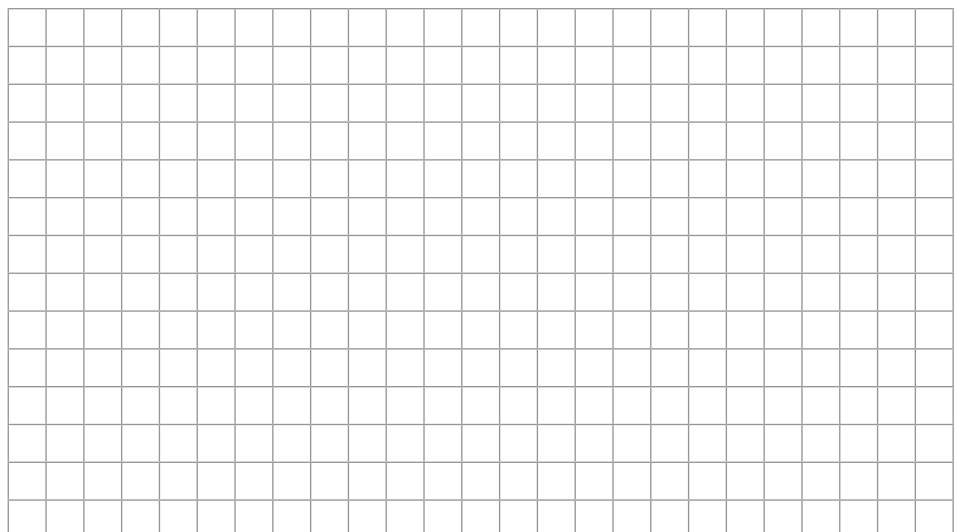
Dots vienādojums  $y=1-x$ .

a) Uzraksti vienu skaitļu pāri no šī vienādojuma atrisinājumu kopas!

b) Uzzīmē funkcijas  $y=1-x$  grafiku!

c) Kāda saistība ir funkcijas  $y=1-x$  grafikam ar vienādojuma  $y=1-x$  visu atrisinājumu kopu?

d) Attēlo nevienādības  $y \leq 1-x$  atrisinājumu koordinātu plaknē!





**6. uzdevums (6 punkti)**

Atrisini vienādojumu sistēmu!

$$\begin{cases} \log_4 y + \log_4 3 = \log_4 x \\ x + y^2 = 4 \end{cases}$$

**7. uzdevums (7 punkti)**

Atrisini vienādojumu un uzraksti tā saknes intervālā  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ !

$$(\operatorname{tg} x - 2)^2 + \frac{1}{\operatorname{tg} x - 2} = 0!$$

**8. uzdevums (5 punkti)**

Kravas pārvadāšanai ar autofurgonu izmantoja divu veidu konteinerus; katra pirmā veida konteintera masa ar visu kravu ir 0,3 t, bet katra otrā veida konteintera masa ar visu kravu ir 0,8 t. Kopējā kravas masa bija 5 t. Kāds bija iespējamais konteineru skaits?

**9. uzdevums (6 punkti)**

Atrisini nevienādību atkarībā no parametra  $a$  vērtības!

$$\frac{x-3}{x-a} > 0$$

# VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS

## 1. variants

### 1. uzdevums (17 punkti)

Atrisini vienādojumu, nevienādību vai vienādojumu sistēmu!

- |                   |                                               |                               |
|-------------------|-----------------------------------------------|-------------------------------|
| a) $\sin x = 1$   | b) $ x  < 4$                                  | c) $x^2 > 25$                 |
| d) $4^x = 8$      | e) $0,3^{x-1} < 0,3^4$                        | f) $\sqrt{x+7} = 2$           |
| g) $x^2(3-x) = 0$ | h) $\begin{cases} x+y=3 \\ y^2=4 \end{cases}$ | i) $\log_2(x-4) = \log_2(3x)$ |

### 2. uzdevums (5 punkti)

Apvelc pareizo atbildi!

a) Vienādojuma  $x(x+1)(x^2+4)=0$  reālo sakņu skaits ir:

4                      3                      2                      1

b) Nevienādība  $\log_3(x-1) < \log_3 4$  ir ekvivalenta ar nevienādību sistēmu:

|                                                |                                                |                                                |                                                |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-1 < 4 \end{cases}$ | $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 4 \end{cases}$ | $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 > 4 \end{cases}$ | $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-1 > 4 \end{cases}$ |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|

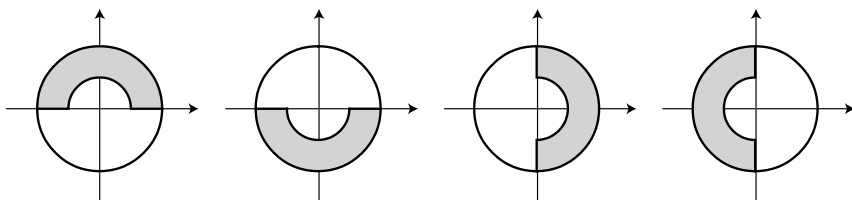
c) No vienādības  $V = \frac{1}{3} S \cdot h$  izsakot  $h$ , iegūst:

$h = \frac{3V}{S}$                        $h = \frac{3S}{V}$                        $h = \frac{S}{3V}$                        $h = \frac{V}{3S}$

d) Vienādojums  $5^{2x} - 5^{x+1} = 0$  ar substitūciju  $5^x = a$  pārveidojas par algebrisku vienādojumu:

$a^2 - a + 1 = 0$                        $a^2 - 6a = 0$                        $a^2 - 5a = 0$                        $a^2 - 5a - 5 = 0$

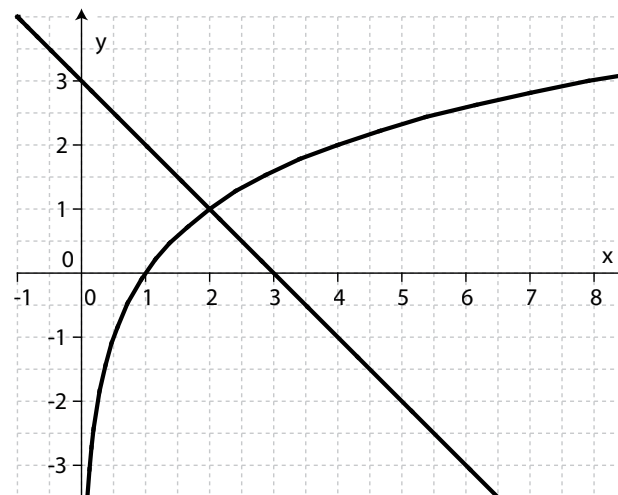
e) Attēlojot nevienādības  $\cos x \geq 0$  atrisinājumu vienības riņķī, iegūst:



### 3. uzdevums (4 punkti)

Doti funkciju  $y = 3 - x$  un  $y = \log_2 x$  grafiki.

- Nosaki vienādojuma  $\log_2 x = 3 - x$  sakņu skaitu!
- Nosaki vienādojuma  $\log_2 x = 3 - x$  saknes! Atbildi pārbaudi!
- No grafika nolasi nevienādības  $\log_2 x > 3 - x$  atrisinājumu!



### 4. uzdevums (4 punkti)

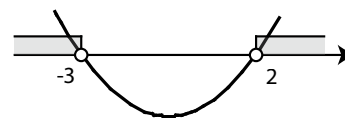
Pabeidz iesākto nevienādības atrisinājumu!

$$4^x - 2^x - 6 > 0$$

$$2^x = a$$

$$a^2 - a - 6 > 0$$

$$a_1 = 2 \quad a_2 = -3$$



**5. uzdevums (4 punkti)**

Dots vienādojums  $y=x-2$ .

- a) Uzraksti vienu skaitļu pāri no šī vienādojuma atrisinājumu kopas!
- b) Uzzīmē funkcijas  $y=x-2$  grafiku!
- c) Kāda saistība ir funkcijas  $y=x-2$  grafikam ar vienādojuma  $y=x-2$  visu atrisinājumu kopu?
- d) Attēlo nevienādības  $y \geq x-2$  atrisinājumu koordinātu plaknē!

**6. uzdevums (6 punkti)**

Atrisini vienādojumu sistēmu!

$$\begin{cases} \log_5 x + \log_5 2 = \log_5 y \\ x^2 + y = 3 \end{cases}$$

**7. uzdevums (7 punkti)**

Atrisini vienādojumu un uzraksti tā saknes intervālā  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ !

$$(\operatorname{ctg} x - 2)^2 + \frac{1}{\operatorname{ctg} x - 2} = 0$$

**8. uzdevums (5 punkti)**

Kravas pārvadāšanai ar autofurgonu izmantoja divu veidu konteinerus; katra pirmā veida konteineru masa ar visu kravu ir 0,4 t, bet katra otrā veida konteineru masa ar visu kravu ir 0,7 t. Kopējā kravas masa bija 6 t. Kāds bija iespējamais konteineru skaits?

**9. uzdevums (6 punkti)**

Atrisini nevienādību atkarībā no parametra  $a$  vērtības!

$$\frac{x-a}{x-4} > 0$$

# VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS

## 2. variants

### 1. uzdevums (17 punkti)

Atrisini vienādojumu, nevienādību vai vienādojumu sistēmu!

- a)  $\cos x = -1$       b)  $|x| > 2$       c)  $x^2 < 16$   
 d)  $27^x = 9$       e)  $0,6^{x+3} > 0,6^4$       f)  $\sqrt{x-11} = 3$   
 g)  $x^2(x+5) = 0$       h)  $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2=9 \end{cases}$       i)  $\log_2(3x) = \log_2(x-2)$

### 2. uzdevums (5 punkti)

Apvelc pareizo atbildi!

a) Vienādojuma  $x(x-7)(x^2+1)=0$  reālo sakņu skaits ir:

4                      3                      2                      1

b) Nevienādība  $\log_2(x+4) < \log_2 3$  ir ekvivalenta ar sistēmu:

|                                                |                                                |                                                |                                                |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| $\begin{cases} x+4 < 0 \\ x+4 < 3 \end{cases}$ | $\begin{cases} x+4 > 0 \\ x+4 < 3 \end{cases}$ | $\begin{cases} x+4 > 0 \\ x+4 > 3 \end{cases}$ | $\begin{cases} x+4 < 0 \\ x+4 > 3 \end{cases}$ |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|

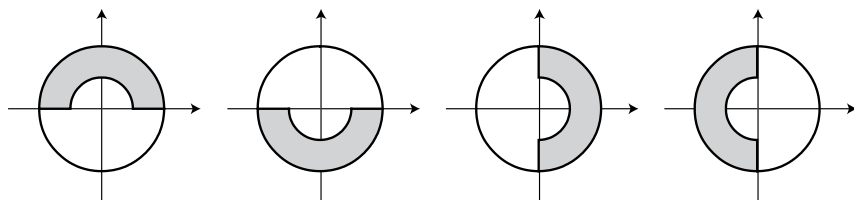
c) No vienādības  $V = \frac{1}{3}Sh$  izsakot  $S$ , iegūst:

|                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $S = \frac{V}{3h}$ | $S = \frac{3V}{h}$ | $S = \frac{h}{3V}$ | $S = \frac{3V}{h}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

d) Vienādojums  $2^{2x} - 2^{x+1} = 0$  ar substitūciju  $2^x = a$  pārveidojas par algebrisku vienādojumu:

|                   |                |                    |                |
|-------------------|----------------|--------------------|----------------|
| $a^2 - a + 1 = 0$ | $a^2 - 2a = 0$ | $a^2 - 2a - 1 = 0$ | $a^2 - 4a = 0$ |
|-------------------|----------------|--------------------|----------------|

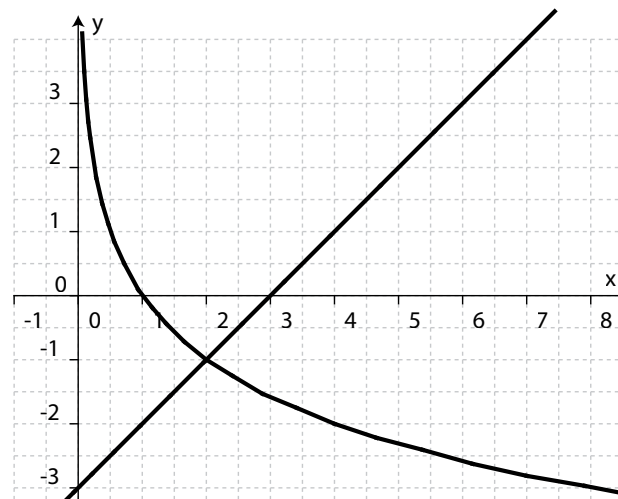
e) Attēlojot nevienādības  $\sin x \leq 0$  atrisinājumu vienības riņķī, iegūst:



### 3. uzdevums (4 punkti)

Doti funkciju  $y = x - 3$  un  $y = \log_{0,5} x$  grafiki.

- a) Nosaki vienādojuma  $\log_{0,5} x = x - 3$  sakņu skaitu!  
 b) Nosaki vienādojuma  $\log_{0,5} x = x - 3$  saknes! Atbildi pārbaudi!  
 c) No grafika nolasi nevienādības  $3 - x > \log_{0,5} x$  atrisinājumu!



### 4. uzdevums (4 punkti)

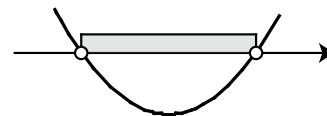
Pabeidz iesākto nevienādības atrisinājumu!

$$4^x - 2^x - 12 < 0$$

$$2^x = a$$

$$a^2 - a - 12 < 0$$

$$a_1 = 4 \quad a_2 = -3$$



**5. uzdevums (4 punkti)**

Dots vienādojums  $y=1-x$ .

- Uzraksti vienu skaitļu pāri no šī vienādojuma atrisinājumu kopas!
- Uzzīmē funkcijas  $y=1-x$  grafiku!
- Kāda saistība ir funkcijas  $y=1-x$  grafikam ar vienādojuma  $y=1-x$  visu atrisinājumu kopu?
- Attēlo nevienādības  $y \leq 1-x$  atrisinājumu koordinātu plaknē!

**6. uzdevums (6 punkti)**

Atrisini vienādojumu sistēmu!

$$\begin{cases} \log_4 y + \log_4 3 = \log_4 x \\ x + y^2 = 4 \end{cases}$$

**7. uzdevums (7 punkti)**

Atrisini vienādojumu un uzraksti tā saknes intervālā  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ !

$$(\operatorname{tg} x - 2)^2 + \frac{1}{\operatorname{tg} x - 2} = 0!$$

**8. uzdevums (5 punkti)**

Kravas pārvadāšanai ar autofurgonu izmantoja divu veidu konteinerus; katra pirmā veida konteineru masa ar visu kravu ir 0,3 t, bet katra otrā veida konteineru masa ar visu kravu ir 0,8 t. Kopējā kravas masa bija 5 t. Kāds bija iespējamais konteineru skaits?

**9. uzdevums (6 punkti)**

Atrisini nevienādību atkarībā no parametra  $a$  vērtības!

$$\frac{x-3}{x-a} > 0$$

# VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS, TO SISTĒMAS

Darba izpildes laiks 80 minūtes. Pirmajā stundā ieteicams veikt no 1. līdz 5. uzdevumam. Darba daļas var rakstīt arī katru savā dienā. Skolēniem atļauts izmantot gan kalkulatoru, gan formulu lapu.

## Vērtēšanas kritēriji

| Uzdevums | Kritēriji                                                                   | Punkti |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------|--------|
| 1.       | a) Uzraksta trigonometriskā pamatvienādojuma atrisinājumu – 1 punkts        | 17     |
|          | b) Uzraksta atrisinājumu nevienādībai ar moduli – 1 punkts                  |        |
|          | c) Uzraksta kvadrātnevienādības atrisinājumu – 1 punkts                     |        |
|          | d) Pāriet uz vienu bāzi – 1 punkts                                          |        |
|          | Aprēķina vienādojuma sakni – 1 punkts                                       |        |
|          | e) Pāriet uz algebrisku nevienādību – 1 punkts                              |        |
|          | Uzraksta nevienādības atrisinājumu – 1 punkts                               |        |
|          | f) Kāpina vienādojuma abas puses kvadrātā – 1 punkts                        |        |
|          | Aprēķina vienādojuma sakni – 1 punkts                                       |        |
|          | g) Pielīdzina katru reizinātāju 0 – 1 punkts                                |        |
|          | Aprēķina vienādojuma saknes – 1 punkts                                      |        |
|          | h) Aprēķina viena nezināmā vērtības – 1 punkts                              |        |
|          | Aprēķina otra nezināmā vērtības – 1 punkts                                  |        |
|          | Uzraksta sistēmas atrisinājumu – 1 punkts                                   |        |
| 2.       | i) Pāriet uz lineāru vienādojumu – 1 punkts                                 | 5      |
|          | Aprēķina lineārā vienādojuma sakni – 1 punkts                               |        |
|          | Ņem vērā definīcijas apgabalu – 1 punkts                                    |        |
|          | Nosaka vienādojuma sakņu skaitu – 1 punkts                                  |        |
|          | Nosaka logaritmiskai nevienādībai ekvivalentu sistēmu – 1 punkts            |        |
| 3.       | Izsaka lielumu no dotās formulas – 1 punkts                                 | 4      |
|          | Nosaka vienādojumu, kuru iegūst pēc substitūcijas – 1 punkts                |        |
|          | Nosaka trigonometriskās nevienādības atrisinājumu vienības riņķī – 1 punkts |        |
|          | No grafika nolasa sakņu skaitu – 1 punkts                                   |        |
|          | No grafika nolasa vienādojuma sakni – 1 punkts                              |        |
| 4.       | Veic pārbaudi – 1 punkts                                                    | 4      |
|          | No grafika nolasa nevienādības atrisinājumu – 1 punkts                      |        |
|          |                                                                             |        |
|          |                                                                             |        |

|      |                                                                                   |    |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.   | Uzraksta divas eksponentnevienādības – 1 punkts                                   | 4  |
|      | Atrīsina vienu no eksponentnevienādībām – 1 punkts                                |    |
|      | Atrīsina otru eksponentnevienādību – 1 punkts                                     |    |
|      | Uzraksta dotās nevienādības atrisinājumu – 1 punkts                               |    |
| 5.   | Uzraksta vienu skaitļu pāri no vienādojuma atrisinājuma kopas – 1 punkts          | 4  |
|      | Uzzīmē funkcijas grafiku – 1 punkts                                               |    |
|      | Izprot, ka funkcijas grafika punkti ir vienādojuma atrisinājumu kopa – 1 punkts   |    |
| 6.   | Attēlo nevienādības atrisinājumu – 1 punkts                                       | 6  |
|      | Lieto logaritma īpašību – 1 punkts                                                |    |
|      | Pārveido logaritmisko vienādojumu par algebrisku – 1 punkts                       |    |
|      | Iegūst kvadrātnevienādojumu, ievietojot mainīgo otrajā vienādojumā – 1 punkts     |    |
| 7.   | Aprēķina vienādojuma saknes – 1 punkts                                            | 7  |
|      | Aprēķina otra mainīgā vērtības – 1 punkts                                         |    |
|      | Ievēro definīcijas apgabalu vai pārbauda saknes – 1 punkts                        |    |
|      |                                                                                   |    |
| 8.   | Izmanto substitūciju – 1 punkts                                                   | 5  |
|      | Iegūst daļveida vienādojumu – 1 punkts                                            |    |
|      | Atrīsina daļveida vienādojumu – 1 punkts                                          |    |
|      | Atgriežas pie sākotnējā mainīgā – 1 punkts                                        |    |
|      | Atrīsina trigonometrisko pamatvienādojumu – 1 punkts                              |    |
| 9.   | Nosaka saknes dotajā intervālā. Par katru sakni – 1 punkts. Kopā 2 punkti         | 6  |
|      | Sastāda vienādojumu – 1 punkts                                                    |    |
|      | Izsaka vienu nezināmo ar otru – 1 punkts                                          |    |
|      | Nosaka iespējamās atrisinājumus. Par katru skaitļu pāri – 1 punkts. Kopā 2 punkti |    |
| Kopā | Pamato, ka iegūtie atrisinājumi ir vienīgie iespējamie – 1 punkts                 | 58 |
|      | Nosaka nevienādības nulles – 1 punkts                                             |    |
|      | Apskata gadījumu, kad $a=4$ ( $a=3$ ) – 1 punkts                                  |    |
|      | Atrīsina nevienādību, ja $a=4$ ( $a=3$ ) – 1 punkts                               |    |
|      | Šķiro gadījumus $a>4$ ( $a>3$ ) un $a<4$ ( $a<3$ ) – 1 punkts                     |    |
| Kopā | Atrīsina nevienādību, ja $a>4$ ( $a>3$ ) – 1 punkts                               | 6  |
|      | Atrīsina nevienādību, ja $a<4$ ( $a<3$ ) – 1 punkts                               |    |
| Kopā |                                                                                   | 58 |