

5.TEMATS

FUNKCIJAS

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

M_12_UP_05_P1

[Figūras laukuma atkarība no figūras formas](#)

Skolēna darba lapa

M_12_UP_05_P2

[Funkcijas kā reālu procesu modeļi](#)

Skolēna darba lapa

M_12_LD_05

[Kā izdevīgāk](#)

Skolēna darba lapa

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

FUNKCIJAS

TEMATA APRAKSTS

Funkcijas jēdziens ir viens no fundamentālajiem matemātikas jēdzieniem. Tēma ietvaros, akcentējot funkciju nozīmi dažādu dabas un sociālu procesu aprakstīšanā un analizēšanā, plānots nostiprināt zināšanas un pilnveidot prasmes funkciju pētīšanā. Nosakot grafiski vai analītiski funkciju īpašības, tiek aktualizētas prasmes, kas nepieciešamas nākamajam tematam, kur aplūko dažādus vienādojumus, nevienādības un to sistēmas.

Pamatskolā jau ir aplūkotas dažādas sakarības starp mainīgajiem lielumiem, devītajā klasē tiek definēta funkcija, skolēniem ir iemaņas funkciju uzdošanā un to pētīšanā. Vidusskolā skolēni jau ir apguvuši visas matemātikas programmā minētās funkcijas.

Zināšanu par funkcijām padziļināšanai tiek ieviests saliktas funkcijas jēdziens, saistot to ar funkcionālās simbolikas izpratni un lietošanu, un inversās funkcijas jēdziens, demonstrējot to kopsakarā ar apgūtajām funkcijām un saistot ar simetrijas jēdziena atkārtošānu, attēlojot grafiski savstarpēji inversas funkcijas.

Grafiku transformācijas tiek nevis formāli iegaumētas, bet apgūtas pētnieciskā ceļā, noskaidrojot parametra un moduļa ietekmi uz konkrētu funkciju grafikiem, lietojot IT.

Prasmes pamatot, secināt un pierādīt tiek pilnveidotas, risinot ekstrēmus uzdevumus.

Mācību procesā izmantojamas informācijas tehnoloģijas, izvērtējot to iespējas grafiku zīmēšanā, funkciju pētīšanā, kā arī fizikālu, ķīmisku un ekonomisku procesu matemātiskā modelēšanā.

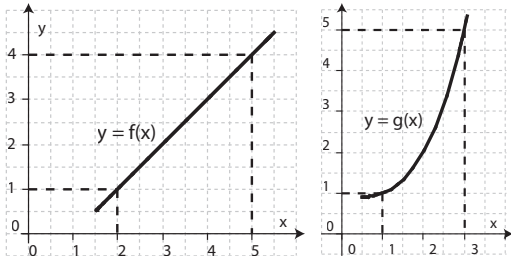


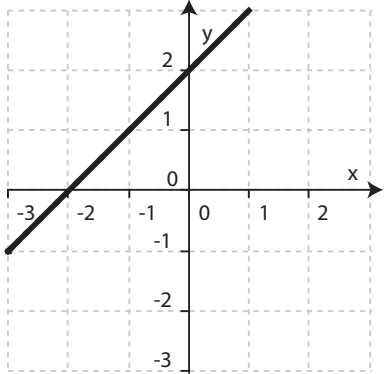
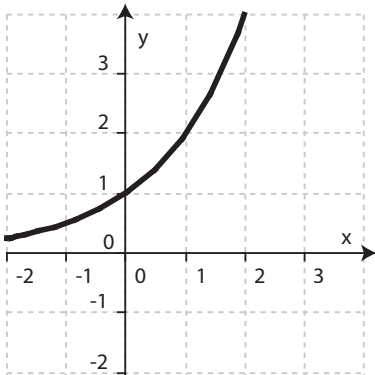
CEĻVEDIS

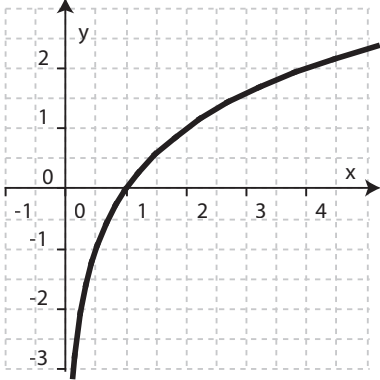
Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Nosaka funkciju un to kompozīciju īpašības, izmantojot grafiku un analītiski, lieto funkciju īpašības.	Lieto matemātikas mācību saturā sastopamos jēdzienus un pieņemtos simbolus kā valodas kultūras elementus.	Lieto dažādus spriedumu iegūšanas veidus; vispārina, klasificē, saskata analogijas, novērtē procesu tendences; izvirza hipotēzi, izmantojot iepriekšējās zināšanas vai darba gaitā iegūtos rezultātus.	Novērtē matemātikas iespējas sabiedrībai nozīmīgu praktisku problēmu atrisināšanā.
PROGRAMMĀ	Nosaka saliktu funkciju nulles, nemainīgu zīmju intervālus, augšanas un dilšanas intervālus, vislielāko un vismazāko vērtību, vērtību apgabalu grafiski un analītiski.	- Lieto jēdzienus – <i>funkcijas definīcijas, vērtību apgabals; augoša, dilstoša funkcija; funkcijas nulles; funkcijas lielākā, mazākā vērtība; nemainīgu zīmju intervāli; argumenta pieaugums, funkcijas vērtības pieaugums, periodiskums, paritāte</i> –, raksturojot funkcijas īpašības. - Lieto funkcionālo simboliku.	Pētnieciskā ceļā noskaidro parametra a un moduļa ietekmi, konstruējot funkciju $y=af(x)$, $y=f(ax)$, $y=f(x)+a$, $y=f(x+a)$, $y= f(x)$ grafikus.	- Lieto funkciju vispārīgās īpašības, pētot funkcijas kā reālu procesu modeļus. - Izprot procesus dabā un cilvēka darbības sfērās kā funkcijas.
STUNDĀ	<i>KD. Funkcijas lielākā un mazākā vērtība.</i>	<i>KD. Salikta funkcija.</i>	<i>VM. Funkciju grafiku transformācijas.</i>	Situāciju analīze. <i>LD. Kā izdevīgāk?</i> <i>VM. Funkcionāli procesi.</i>

UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot saliktas funkcijas jēdzienu.	1. Uzraksti y kā funkciju, kas atkarīga no mainīgā x! $y = \sqrt{z+3}; z = \sin x$ 2. Uzraksti formulu saliktai mainīgā x funkcijai, kuras iekšējā funkcija ir mainīgā x sinusa vērtības aprēķināšana, bet ārējā funkcija ir kāpināšana kvadrātā! 3. Dots, ka $f(x) = x^2 + 2x + 5$. Nosaki $f(x+1)$!	1. Dots funkciju $y=f(x)$ un $y=g(x)$ grafiki un šo funkciju vērtības dažām argumenta vērtībām. Nosaki $f(g(3))$!  2. Dots funkcijas $f(x) = x^2 + 1$ un $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Uzraksti formulu saliktai funkcijai, ja: a) f ir tās iekšējā funkcija un g ir tās ārējā funkcija, b) g ir tās iekšējā funkcija un f ir tās ārējā funkcija!	1. Uzraksti analītiskās izteiksmes tādām funkcijām $y=f(x)$ un $y=g(x)$, kurām $f(g(x))=g(f(x))$! 2. Dots, ka $f(x+3) = x^2 + 6x + 10$. Nosaki funkcijas $y=f(x)$ analītisko izteiksmi!
Nosaka saliktu funkciju nulles, nemainīgu zīmju intervālus, augšanas un dilšanas intervālus, vislielāko un vismazāko vērtību, vērtību apgabalu grafiski un analītiski.	1. Pie kādām a vērtībām funkcija $y = \log_a x$ ir augoša? 2. Sastādi vienādojumu, kuru atrisinot, var iegūt funkcijas $y = 2\sin 2x - 1$ nulles! 3. Uzraksti nevienādību, kuru atrisinot, var iegūt pozitīvās funkcijas $y = \log_2 x - 1$ vērtības!	1. Nosaki funkcijas vislielāko un vismazāko vērtību! a) $y = x^2 - 10x + 7$ b) $y = \sqrt{x-5} + 7$ c) $y = 3\sin^2 x - 4$ 2. Nosaki funkcijas $y = 5^x - 3$ vērtību apgabalu! 3. Nosaki intervālu, kurā funkcijas $y = \log_4(x+2)$ vērtības ir negatīvas!	1. Uzraksti analītisko izteiksmi funkcijai $y=f(x)$ tā, lai: a) funkcijām $y=f(x)$ un $y=f(x)+2$ būtu atšķirīgi vērtību apgabali, b) funkcijām $y=f(x)$ un $y=f(x)+2$ būtu vienādi vērtību apgabali! 2. Dots, ka funkcijas $y=f(x)$ vērtību apgabals ir kopa A, bet funkcijas $y=g(x)$ vērtību apgabals ir kopa B. Izvērtē, vai funkcijas $y=f(g(x))$ vērtību apgabals noteikti ir vai nu kopa A, vai kopa B!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot inversās funkcijas jēdzienu analītiski un grafiski.	Dots funkcijas grafiks. Konstruē inversās funkcijas grafiku! 	1. Dota funkcija $y=2x-1$. Uzraksti inversās funkcijas analītisko izteiksmi! 2. Dots funkcijas $f(x)=2^x$ grafiks. Konstruē inversās funkcijas grafiku! Uzraksti inversās funkcijas analītisko izteiksmi! 	Dots, ka funkcijas $y=f(x)$ un $y=g(x)$ ir savstarpēji inversas funkcijas. Izsaki hipotēzi par funkcijas $y=f(g(x))$ analītisko izteiksmi!
Lieto jēdzienus – funkcijas definīcijas, vērtību apgabals; augoša, dilstoša funkcija; funkcijas nulles; funkcijas lielākā, mazākā vērtība; nemainīgu zīmju intervāli; argumenta pieaugums, funkcijas vērtības pieaugums, periodiskums, paritāte –, raksturojot funkcijas.	Definē vai izskaidro dotos jēdzienus! - Augoša funkcija. - Funkcijas lielākā vērtība. - Nemainīgu zīmju intervāli. - Periodiskas funkcijas.	Dotas funkcijas $y=x^2+1$ un $y=2^x$. Kas kopīgs un kas atšķirīgs šīm funkcijām?	Klasificē visas tev zināmās funkcijas, izmantojot jēdzienus augoša funkcija, dilstoša funkcija!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III																																												
Pētnieciskā ceļā noskaidro parametra a un moduļa ietekmi, konstruējot funkciju $y=af(x)$, $y=f(ax)$, $y=f(x)+a$, $y=f(x+a)$, $y= f(x) $ grafikus.	1. Konstruē funkcijas $y=\sqrt{x+4}$ grafiku, precīzi atliekot vismaz trīs grafika punktus! 2. Konstruē funkcijas $y= x$ grafiku, izmantojot doto vērtību tabulu! <table><tr><td>x</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 3. Uzskicē funkcijas grafiku! a) $y=x^4$ b) $y=5^x$ c) $y=\log_{0,2}x$	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	y								1. Dotas funkcijas $y=0,5^x$, $y=0,5^x+3$, $y=0,5^x-3$. a) Vienā koordinātu sistēmā konstruē šo funkciju grafikus, izmantojot doto vērtību tabulu! <table><tr><td>x</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$y=0,5^x$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$y=0,5^x+3$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$y=0,5^x-3$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> b) Tajā pašā koordinātu sistēmā ieskicē funkcijas $y=0,5^x-1$ grafiku! 2. Uzskicē funkcijas grafiku! a) $y=\frac{-3}{x+1}$ b) $y=3\sin x$ c) $y=0,4^x-3$	x	-3	-2	-1	0	1	2	$y=0,5^x$							$y=0,5^x+3$							$y=0,5^x-3$							1. Dotas funkcijas: $y= x+3$, $y= \log_2x$, $y= x^2-4$. a) Konstruē šo funkciju grafikus! b) Uzraksti secinājumu par funkcijas $y= f(x)$ grafika konstruēšanu, izmantojot funkcijas $y=f(x)$ grafiku! c) Uzskicē funkcijas $y= \sin x$ grafiku! 2. Dots funkcijas $y=f(x)$ grafiks. Konstruē funkcijas $y=2f(x)-3$ grafiku! 
x	-3	-2	-1	0	1	2	3																																								
y																																															
x	-3	-2	-1	0	1	2																																									
$y=0,5^x$																																															
$y=0,5^x+3$																																															
$y=0,5^x-3$																																															
Lieto funkcionālo simboliku.	1. Dots, ka $g(2)=4$, $h(4)=5$ un $f(x)=h(g(x))$. Nosaki $f(2)$! 2. Dota salikta funkcija $y=f(g(x))$, kur $f(x)=\frac{x+3}{x-4}$, $g(x)=x^2+4x-7$. Aprēķini $f(g(1))$!	Dots, ka $f(x)=\frac{x+1}{x}$ un $g(x)=2^x$. Nosaki tās mainīgā x vērtības, ar kurām saliktas funkcijas $y=f(g(x))$ vērtības ir 3!	$f(x)=2x-1$; $g(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$. Pierādi, ka $f(g(x))=g(f(x))$!																																												
Izvērtē IT izmantošanas iespējas funkciju grafiku konstruēšanā.	Kurai no dotajām funkcijām, konstruējot grafiku, ir lietderīgi izmantot IT? a) $y=x^4$ b) $y=x^3-4x$ c) $y=x^2-6x+8$	Funkcijai $y=x^3-4x$ jānosaka: a) funkcijas maksimālā un minimālā vērtība; b) punkti, kuros funkcija krusto x un y asi; c) intervāli, kur funkcijai ir pozitīvas/negatīvas vērtības; d) intervāli, kur funkcija aug/dilst. Novērtē IT izmantošanas nepieciešamību šo jautājumu atrisināšanai (par katru jautājumu atsevišķi)!	Izvērtē, kādos gadījumos funkciju grafiku konstruēšanai un īpašību noteikšanai lietderīgi izmantot IT un kādos nē!																																												

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izmanto zināšanas par funkcijas īpašībām ekstrēmu uzdevumu risināšanā.	Dots apgalvojums: nezināma skaitļa x un tā kvadrāta summa ir S. a) Uzraksti šo apgalvojumu matemātiskas izteiksmes veidā! b) Uztverot iegūto izteiksmi kā funkciju, uzskicē tās grafiku! c) Izmantojot grafiku, nosaki skaitli, kura summa ar tā kvadrātu ir vismazākā!	1. Raķeti izšāva gaisā. Raķetes attālumu H no zemes virsmas laika momentā t var aprēķināt ar formulu $H(t)=80t-5t^2$. a) Kādā laika momentā raķete sasniegs maksimālo attālumu no zemes virsmas? b) Kāds būs maksimālais attālums no zemes virsmas? c) Pēc cik ilga laika raķete nokritīs uz zemes? 2. Cilindra augstums ir 16 cm. Cilindra pamatā ievilkta taisnstūra perimetrs ir 40 cm. a) Uzraksti cilindra tilpumu V kā funkciju no taisnstūra malas x! b) Nosaki mazāko iespējamo V vērtību!	1. Taisnleņķa trapecei šaurais leņķis ir 45°, bet perimetrs 10 cm. Kādam jābūt trapeces augstumam, lai trapeces laukums būtu vislielākais? 2. Izlasi doto tekstu (M_12_UP_05_P1) un aprēķini taisnstūra izmērus, lai tā laukums būtu vislielākais, ja trīs malu garumu summa ir konstanta! Izsaki pieņēmumu, vai taisnstūra forma ir tā, kura dod vislielāko laukumu! Atbilde pamato!
Izprot procesus dabā un cilvēka darbības sfērās kā funkcijas.	Apraksti reālu procesu, kura matemātiskais modelis ir: a) lineāra funkcija, b) kāda no trigonometriskajām funkcijām, c) kvadrātfunkcija, d) eksponentfunkcija!	Izmantojot izklājlapas <i>MS Excel</i> iespējas un dotos datus (M_12_UP_05_P2) modelē Latvijas iedzīvotāju skaita izmaiņu kā funkcionālu sakarību!	Darbs grupām. a) Izvēlieties kādu no cilvēka darbības sfērām, formulējiet funkcionālas sakarības, kas raksturo to, un aprakstiet šīs sakarības, iekļaujot savā aprakstā arī jēdzienus: <i>definīcijas apgabals</i> un <i>vērtību apgabals</i>! b) Prognozējiet, vai kādu no jums zināmajām funkcijām (lineāra, kvadrātfunkcija, eksponentfunkcija, logaritmiskā funkcija, trigonometriskās funkcijas) var izmantot kā modeli, kas raksturo formulētās sakarības! c) Ja jums ir pieejami reāli dati, kas raksturo izvēlēto jomu, izmantojot izklājlapas <i>MS Excel</i> iespējas, iegūstiet prognozētās funkcijas analītisko izteiksmi!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto funkciju vispārīgās īpašības, pētot funkcijas kā reālu procesu modeļus.	Regulāras četrstūra prizmas augstums ir par 2 cm garāks nekā pamata mala. Uzraksti prizmas pilnas virsmas laukumu S kā funkciju, kas atkarīga no pamata malas garuma!	1. Ķīmiskās reakcijas ātrumu var aprēķināt ar formulu $V(t)=V_0 \cdot 2^{0,1t}$, kur t – temperatūra Celsija grādos. Aprēķini temperatūru t, kurā reakcijas ātrums ir 3 reizes lielāks nekā reakcijas ātrums 0°C temperatūrā! 2. Novērots, ka veikalā dienā vidēji nopērk 250 kg ābolu, ja to cena ir $p_1=0,30$ Ls/kg, un 200 kg ābolu, ja to cena ir $p_2=0,40$ Ls/kg. Pieņemot, ka pieprasījuma funkcija ir lineāra, t.i., $D(p)=a-bp$ ($a, b>0$), atrodi šīs funkcijas koeficientus a un b!	1. Iedzīvotāju skaitu valstī var aprēķināt ar formulu $P(t)=P_0 e^{kt}$. 1974. gadā iedzīvotāju skaits Indijā bija 574220000, 1984. gadā – 746388000. Aprēķini iespējamo iedzīvotāju skaitu 2014. gadā! Kurā gadā Indijas iedzīvotāju skaits var sasniegt 1500000000? 2. Psihologi eksperimentāli konstatējuši, ka cilvēku spēju uztvert apkārtējās vides kairinātājus jeb faktoros (skaņas skaļumu, toņa augstumu, gaismas spožumu u.tml.) izsaka funkcija $S(R)=c \cdot \ln \frac{R}{r}$, kur R – vides kairinātāja intensitāte, r – intensitātes mazākā iespējamā vērtība, kura eksperimentāli ir noteikta, c – konstante, kas atkarīga no vides kairinātāja veida ($c>0$), S – cilvēka spēja uztvert vides kairinātāju. a) Uzskicē funkcijas $S(R)=c \cdot \ln \frac{R}{r}$ grafiku! b) Komentē, kādi fakti vai novērojumi apstiprina vai noliedz šī matemātiskā modeļa atbilstību realitātei!

Vārds

uzvārds

klase

datums

FIGŪRAS LAUKUMA ATKARĪBA NO FIGŪRAS FORMAS

Pirms vairākiem tūkstošiem gadu tagadējās Sīrijas un Libānas teritorijā dzīvoja fenīķiešu ciltis. Būdami labi jūras braucēji, fenīķieši nodarbojās ar tirdzniecību, siroja un pakāpeniski kolonizēja visu Vidusjūras piekrasti, nodibinot tur savas apmetnes. Romas dzejnieks Vergīlijs poēmā “Eneīda” stāsta par šādu gadījumu. Reiz fenīķiešu kuģis, ko vadījusi valdnieka meita Dīdona, glābdamies no vajātājiem, pietājis Āfrikas piekrastē tagadējās Tunisijas teritorijā. Fenīķieši lūguši atļauju izkāpt krastā un apmesties uz tik maza zemes gabaliņa, kuru var apņemt ar vērša ādu. Vietējais valdnieks, uzskatīdams, ka šāds lūgums nav nopietns, atļauju ir devis. Taču Dīdona likusi fenīķiešiem sagriezt vērša ādu šaurās strēmelēs un ar iegūto auklu norobežot pēc iespējas lielāku zemes gabalu, kur izveidojusi savu apmetni. No šīs apmetnes esot radusies Kartāgas pilsēta. Fenīķieši ir risinājuši vienu no pirmajiem optimizācijas uzdevumiem par dotā garuma līnijas formu, lai ar šo līniju ierobežotās figūras laukums būtu vislielākais.

Uzdevums

Pieņemsim, ka fenīķiešu apmetnei bija taisnstūra forma, kura viena mala sakrita ar jūras krastu (šādu papildinājumu viltīgā Dīdona varēja izlūgties) un auklas garums bija 300 m. Aprēķini taisnstūra izmērus, lai tā laukums būtu vislielākais, ja trīs malu garumu summa ir konstanta! Izsaki pieņēmumu, vai taisnstūra forma ir tā, kura dod vislielāko laukumu! Atbildi pamato!

Vārds

uzvārds

klase

datums

FUNKCIJAS KĀ REĀLU PROCESU MODEĻI

Tabulā apkopoti dati par iedzīvotāju skaitu atsevišķās vecuma grupās Latvijā 2000. – 2006. gadā (gada sākumā).

Gads	Vecuma grupas (gadi)		
	0 - 14	15 - 64	65 +
2000	428082	1600317	353316
2001	409760	1594224	360270
2002	390478	1591401	363889
2003	372641	1589291	369548
2004	356505	1587310	375388
2005	341415	1583843	381176
2006	328547	1580414	385629

Uzdevums

- Izmantojot izklājlapas *MS Excel* iespējas, attēlo grafiski iedzīvotāju kopīgā skaita izmaiņu no 2000.gada līdz 2006.gadam!
- Uzklikšķini ar labo peles taustiņu uz iegūtās līknes. Izmantojot komandas **Add trendline / Type** izvēlies, tavuprāt, atbilstošo funkcijas veidu un iegūsti tās funkcijas grafiku, kas modelē iedzīvotāju skaita izmaiņu!
- Ar komandu **Options / Display equation on chart** palīdzību iegūsti funkcijas analītisko izteiksmi uz ekrāna!
- Izmantojot iegūto formulu, aprēķini prognozējamo iedzīvotāju skaitu Latvijā 2007.gada sākumā!
- Sameklējot atbilstošo informāciju, salīdzini iegūto rezultātu ar reāliem datiem par iedzīvotāju skaitu Latvijā 2007.gada sākumā!
- Raksturo iedzīvotāju skaita izmaiņas atsevišķās vecuma grupās, izmantojot iegūtās zināšanas!

Vārds	uzvārds	klase	datums
-------	---------	-------	--------

KĀ IZDEVĪGĀK?

Situācijas apraksts

Marta vēlas atvērt kontu vienā no trim bankām. Bankas piedāvā šādas mēneša izmaksas par kontu apkalpošanu:

Banka “Medus pods”	Ls 6,00 plus Ls 0,35 par katru bankas veikto operāciju.
Banka “Uz saulaino tāli”	Ls 3,00 plus Ls 0,75 par katru bankas veikto operāciju.
Banka “Laimēs zeme”	Ls 10,00 neatkarīgi no bankas veikto operāciju skaita.

Pētāmā problēma

Lielumi

- Neatkarīgais lielums –
- Atkarīgais lielums –
- Fiksētais lielums –

Datu apstrāde

Rezultātu analīze, izvērtējums un secinājumi

KĀ IZDEVĪGĀK?

Darba izpildes laiks 20 minūtes

M_12_LD_05

Mērķis

Pilnveidot problēmu formulēšanas, datu apstrādes un rezultātu izvērtēšanas prasmes, veidojot problēmas risinājuma matemātisko modeli.

Sasniedzamais rezultāts

- Saskata un formulē pētāmo problēmu.
- Izvēlas problēmas risinājuma matemātisko modeli un atrisina to.
- Izvērtē rezultātus.

Saskata un klasificē lielumus, formulē pētāmo problēmu	Mācās
Veido plānu	–
Iegūst un apstrādā informāciju	Mācās
Formulē pieņēmumu/ hipotēzi	–
Veic pierādījumu	–
Analizē un izvērtē rezultātus, secina	Patstāvīgi
Prezentē darba rezultātus	–
Sadarbojas, strādājot grupā (pārī)	–

Situācijas apraksts

Marta vēlas atvērt kontu vienā no trim bankām. Bankas piedāvā šādas mēneša izmaksas par kontu apkalpošanu:

- Banka “Medus pods” Ls 6,00 plus Ls 0,35 par katru bankas veikto operāciju.
- Banka “Uz saulaino tāli” Ls 3,00 plus Ls 0,75 par katru bankas veikto operāciju.
- Banka “Laimes zeme” Ls 10,00 neatkarīgi no bankas veikto operāciju skaita.

Pētāmā problēma

Kuras bankas pakalpojumi Martai ir izdevīgāki?

Lielumi

Neatkarīgais lielums – mēnesī veikto bankas operāciju skaits.

Atkarīgais lielums – mēneša maksājums.

Fiksētais lielums – bankas noteiktās izmaksas par pakalpojumu.

Datu apstrāde

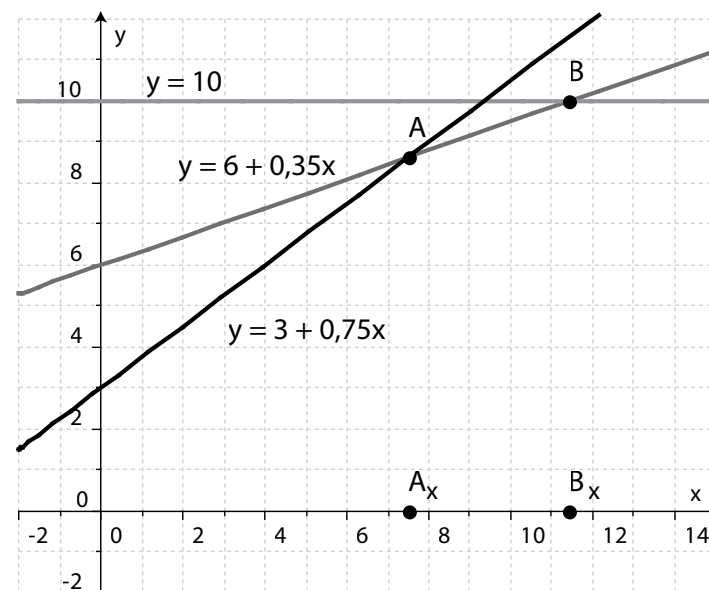
Mēneša maksājuma lielumu y katrā bankā var izteikt kā funkciju, atkarībā no mēnesī veikto bankas operāciju skaita x .

Bankā “Medus pods” $y = 6 + 0,35x$

Bankā “Uz saulaino tāli” $y = 3 + 0,75x$

Bankā “Laimes zeme” $y = 10$

Šo trīs funkciju grafikus var attēlot vienā koordinātu plaknē.



Ja $0 < x < 7,5$, vismazākais mēneša maksājums ir bankā “Uz saulaino tāli”.

Ja $7,5 < x < 11,5$, vismazākais mēneša maksājums ir bankā “Medus pods”.

Ja $x > 11,5$, vismazākais mēneša maksājums ir bankā “Laimes zeme”.

Mainīgā x vērtības 7,5 un 11,5 var neapskatīt, jo mēnesī veiktais operāciju skaits var būt tikai vesels skaitlis.

Skolēni var nonākt pie rezultāta, plānveidā aplūkojot visas iespējamās situācijas, neizmantojot funkcijas, to grafikus. Tādā gadījumā pie rezultātu analīzes vēlams skolēniem piedāvāt iepazīties ar šo risinājumu (var to iepriekš izdrukāt), salīdzināt rezultātus un tā iegūšanas procesa efektivitāti.

Rezultātu analīze, izvērtējums un secinājumi

Ja mēnesī veikto bankas operāciju skaits nav lielāks par 7, izdevīgāk izmantot bankas “Uz saulaino tāli” pakalpojumus, ja mēnesī veikto bankas operāciju skaits ir no 8 līdz 11, izdevīgāk izmantot bankas “Medus pods” pakalpojumus, ja mēnesī jāveic vismaz 12 naudas operācijas, jāizvēlas banka “Laimes zeme”.

Skolēni izvērtē arī savas izvēlētās metodes lietderību.

Vārds

uzvārds

klase

datums

SALIKTA FUNKCIJA

1. uzdevums (12 punkti)

Aizpildi tabulu, nosakot, vai dotā funkcija ir salikta vai elementāra! Saliktajām funkcijām nosaki iekšējo un ārējo funkciju!

Funkcija $y=f(g(x))$	Salikta vai elementāra funkcija	Saliktas funkcijas iekšējā funkcija	Saliktas funkcijas ārējā funkcija
$y=x^5$	Elementāra	-----	-----
$y=2x^2$	Salikta	$g(x)=x^2$	$f(x)=2x$
$y=\log_3 x$			
$y=\operatorname{tg} x$			
$y=\sqrt{x+1}$			
$y=4^{x-1}$			
$y=\sin^2 x$			
$y=\frac{1}{x}$			

2. uzdevums (15 punkti)

Aizpildi tabulu, uzrakstot funkcijas kā mainīgā x funkcijas!

Funkcija $y=f(x)$	Funkcija $y=g(x)$	Funkcija $y=f(g(x))$	Funkcija $y=g(f(x))$
$f(x)=5x$	$g(x)=x^3$		
$f(x)=x+2$	$g(x)=2^x$		
$f(x)=x^2$	$g(x)=\lg x$		
$f(x)=\frac{1}{x}$		$y=\frac{1}{x^3}$	
			$y=4\sin x$
	$g(x)=\operatorname{tg} x$	$y=\operatorname{ctg} x$	
		$y=x$	$y=x$

Vārds

uzvārds

klase

datums

FUNKCIJAS LIELĀKĀ UN MAZĀKĀ VĒRTĪBA

1. uzdevums (5 punkti)

Papildini teikumus, izmantojot dotās funkcijas grafiku!

Lielākā funkcijas vērtība intervālā $x \in [0; 3]$ ir punktā $x = \dots$

un tā ir $y = \dots$

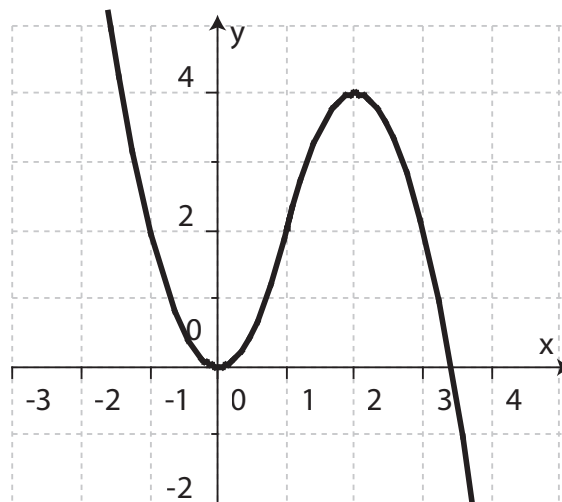
Mazākā funkcijas vērtība intervālā $x \in [0; 3]$ ir punktā $x = \dots$

un tā ir $y = \dots$

Intervālā funkcijas lielākā vērtība ir $y = 2$.

Intervālā funkcijas mazākā vērtība ir $y = 2$.

Intervāla abos galapunktos ir funkcijas mazākā vērtība šajā intervālā.



2. uzdevums (6 punkti)

Nosaki funkcijas lielāko un/vai mazāko vērtību (ja tādas eksistē) visā tās definīcijas apgabalā!

a) $y = -x^2 + 6x - 5$

b) $y = 3\sin x - 1$

c) $y = |x| + 3$

Vārds

uzvārds

klase

datums

FUNKCIJAS

1. variants

1. uzdevums (5 punkti)

Pie funkcijas grafika uzraksti tam atbilstošo funkcijas formulu, izvēloties no dotajām!

$$y = \sin x,$$

$$y = |x| + 1,$$

$$y = -x^2 + 3,$$

$$y = x^2 - 3,$$

$$y = \log_3 x,$$

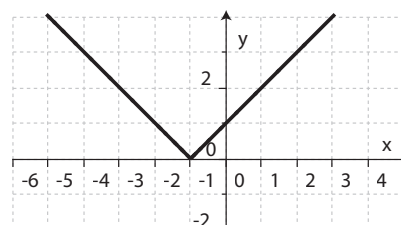
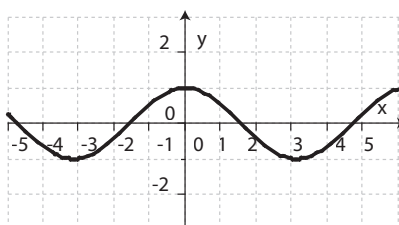
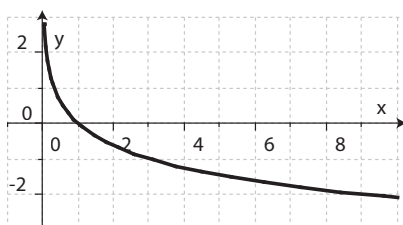
$$y = |x+1|,$$

$$y = 2,5^x,$$

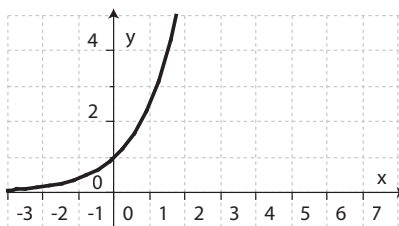
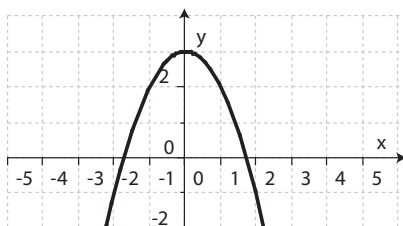
$$y = \log_3 x,$$

$$y = \cos x$$

$$y = 0,8^x$$



.....



.....

.....

.....

2. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas $f(x) = x^3$ un $g(x) = \log_2 x$.

a) Uzraksti salikto funkciju $f(g(x))$ kā funkciju no mainīgā x !

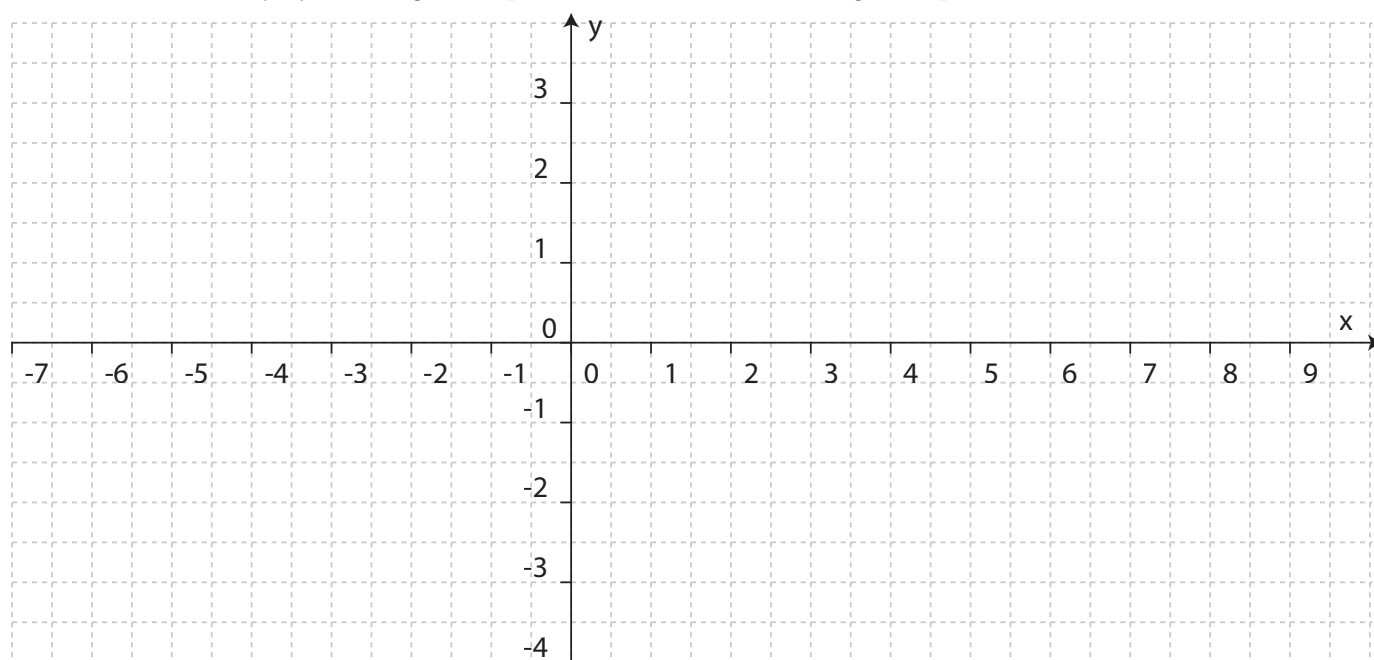
b) Aprēķini $f(g(2))$!

c) Uzraksti salikto funkciju $g(f(x))$ kā funkciju no mainīgā x !

d) Aprēķini $g(f(2))$!

3. uzdevums (6 punkti)

a) Uzzīmē funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ grafiku, precīzi atliekot vismaz četrus grafika punktus!



b) Funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ mazākā vērtība ir

Funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ vērtības ir pozitīvas intervālā

Funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ nulles ir

Funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ argumentam pieaugot no 1 līdz 9, funkcijas vērtības pieaugums ir

4. uzdevums (4 punkti)

Zemestrīces laikā izdalīto enerģiju E var aprēķināt ar formulu $E(R)=2,7 \cdot 10^{\frac{R-1,46}{0,67}}$, kur

R – zemestrīces stiprums ballēs ($R>0$). Enerģijas daudzumu var aplūkot kā funkciju ($R>0$), kas atkarīga no R .

a) Nosaki funkcijas $E(R)$ veidu, pasvītrojot pareizo atbildi!

Funkcija $E(R)$ ir lineāra funkcija.

Funkcija $E(R)$ ir logaritmiskā funkcija.

Funkcija $E(R)$ ir eksponentfunkcija.

Funkcija $E(R)$ ir pakāpes funkcija.

b) Nosaki funkcijas augšanas un dilšanas intervālus!

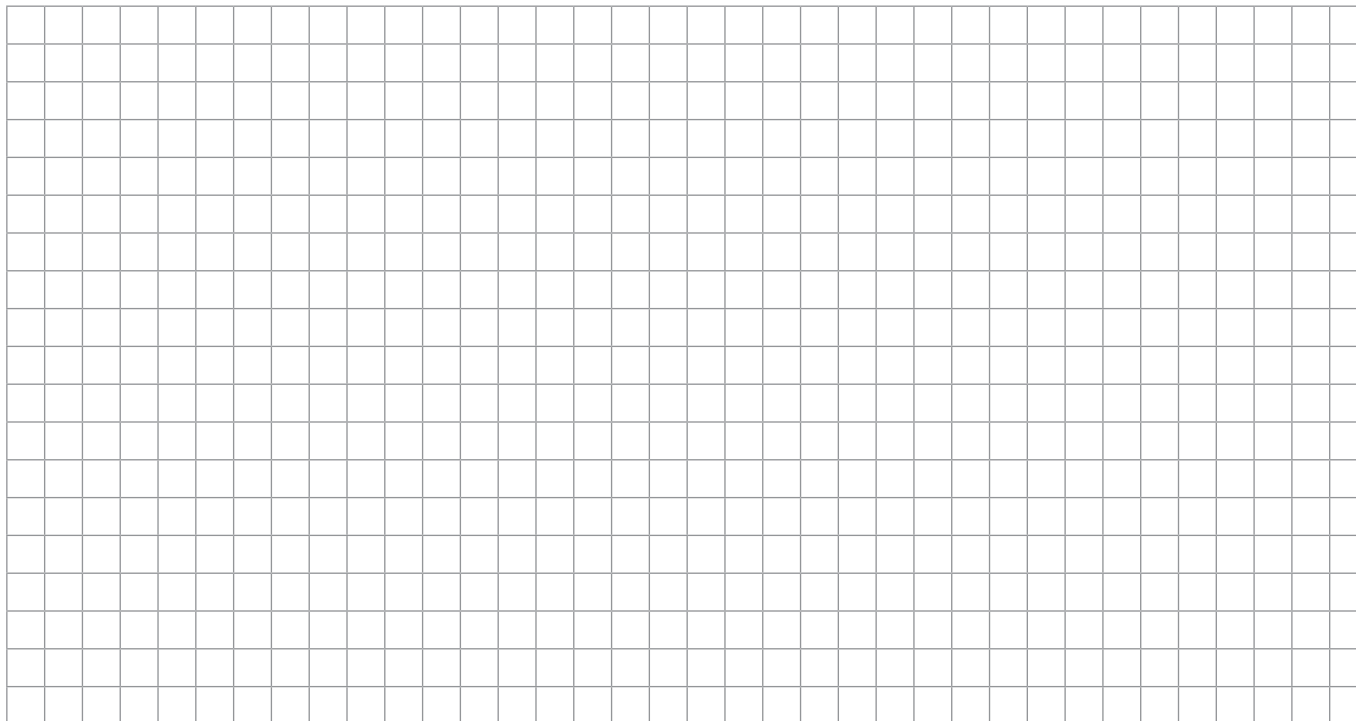
c) Nosaki R vērtību, ja $E(R)=2,7$!

5. uzdevums (6 punkti)

Trijstūra malas ir 3 cm un 4 cm, leņķis starp tām ir α .

a) Izsaki trijstūra laukumu S kā funkciju no α , norādot tās definīcijas apgabalu!

b) Uzzīmē funkcijas S grafiku!

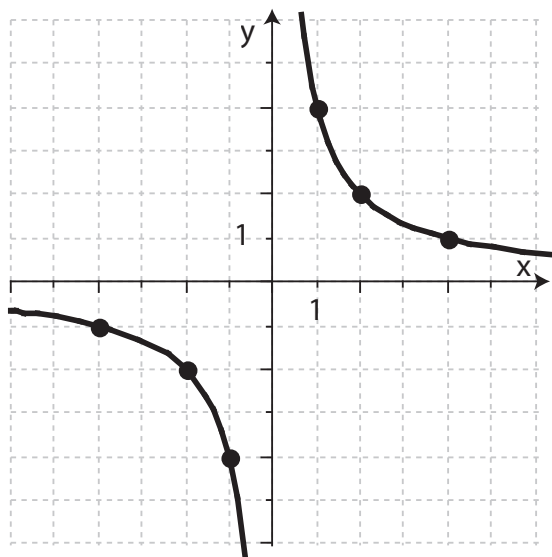


c) Nosaki, kādās robežās var mainīties trijstūra laukums!

d) Izvērtē apgalvojumu: “Katrai laukuma S vērtībai atbilst viena vienīga leņķa α vērtība”!

6. uzdevums (4 punkti)

Dots funkcijas $y = \frac{4}{x}$ grafiks. Apskatot konkrētas a vērtības, izsaki pieņēmumu par parametra a ietekmi uz funkcijas $y = \frac{4}{x+a}$, $a \in \mathbb{R}$ grafiku!



Vārds

uzvārds

klase

datums

FUNKCIJAS

2. variants

1. uzdevums (5 punkti)

Pie funkcijas grafika uzraksti tam atbilstošo funkcijas formulu, izvēloties no dotajām!

$$y = \sin x,$$

$$y = |x| + 1,$$

$$y = -x^2 + 3,$$

$$y = x^2 - 3,$$

$$y = \log_3 x,$$

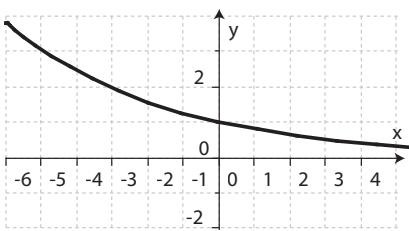
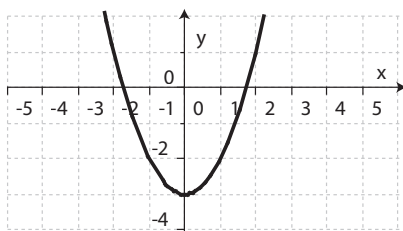
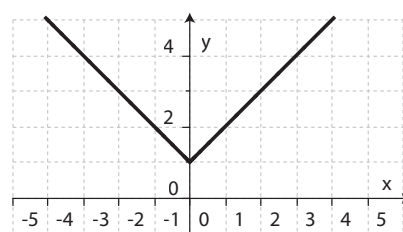
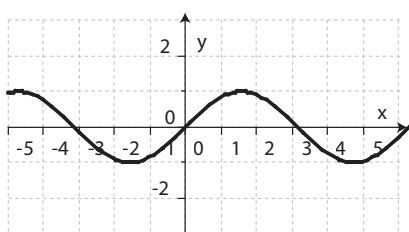
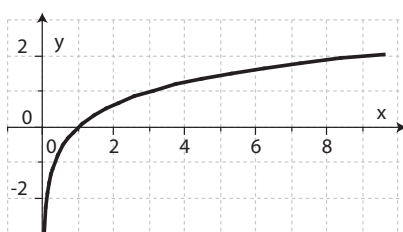
$$y = |x+1|,$$

$$y = 2,5^x,$$

$$y = \log_3 x,$$

$$y = \cos x$$

$$y = 0,8^x$$



2. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas, kur $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = 2^x$.

a) Uzraksti salikto funkciju $f(g(x))$ kā funkciju no mainīgā x !

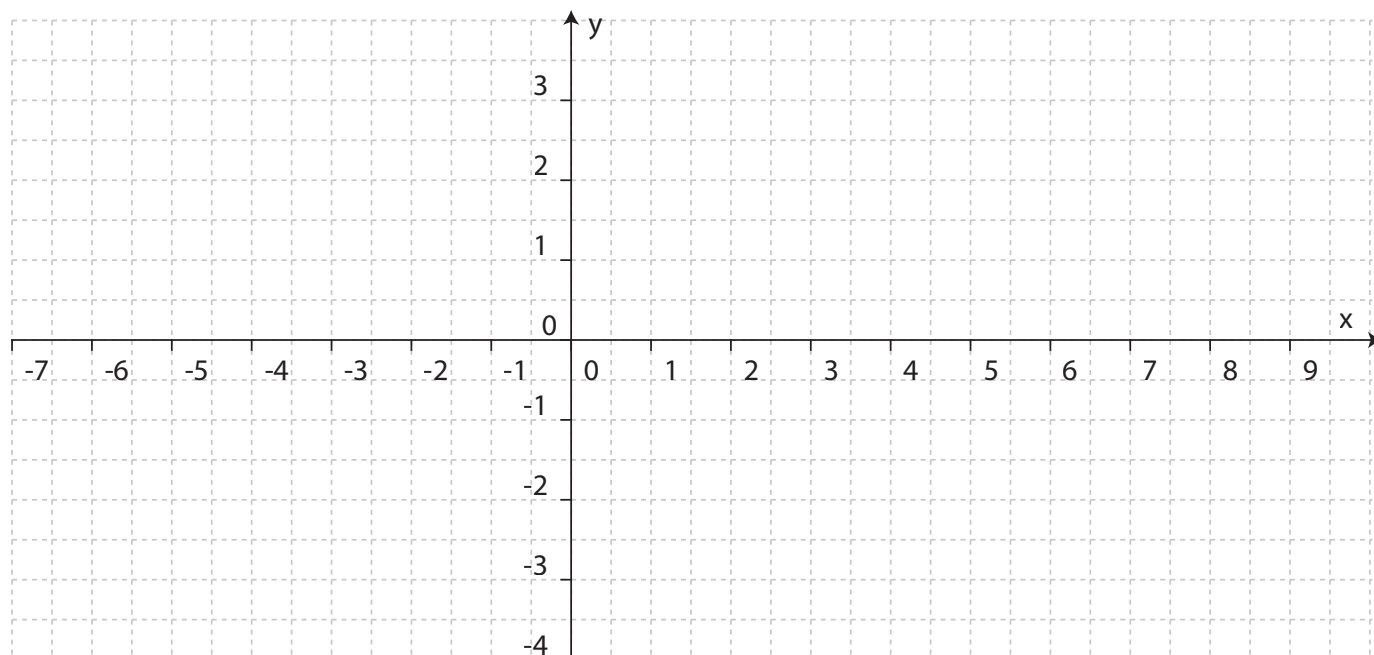
b) Aprēķini $f(g(1))$!

c) Uzraksti salikto funkciju $g(f(x))$ kā funkciju no mainīgā x !

d) Aprēķini $g(f(1))$!

3. uzdevums (6 punkti)

- a) Uzzīmē funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ grafiku, precīzi atliekot vismaz četrus grafika punktus!



- b) Funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ mazākā vērtība ir

Funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ vērtības ir negatīvas intervālā

Funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ nulles ir

Funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ argumentam pieaugot no 0 līdz 4, funkcijas vērtības pieaugums ir

4. uzdevums (4 punkti)

Zemestrīces stiprumu ballēs R var aprēķināt ar formulu $R(E)=0,671 \lg(0,37E)+1,46$, kur E – enerģija, kas izdalās zemestrīces laikā ($E>0$). Zemestrīces stiprumu var aplūkot kā funkciju $R(E)$, kas atkarīga no E .

- a) Nosaki funkcijas $y=R(E)$ veidu, pasvītrojot pareizo atbildi!

Funkcija $R(E)$ ir lineāra funkcija.

Funkcija $R(E)$ ir logaritmiskā funkcija.

Funkcija $R(E)$ ir eksponentfunkcija.

Funkcija $R(E)$ ir pakāpes funkcija.

- b) Nosaki funkcijas augšanas un dilšanas intervālus!

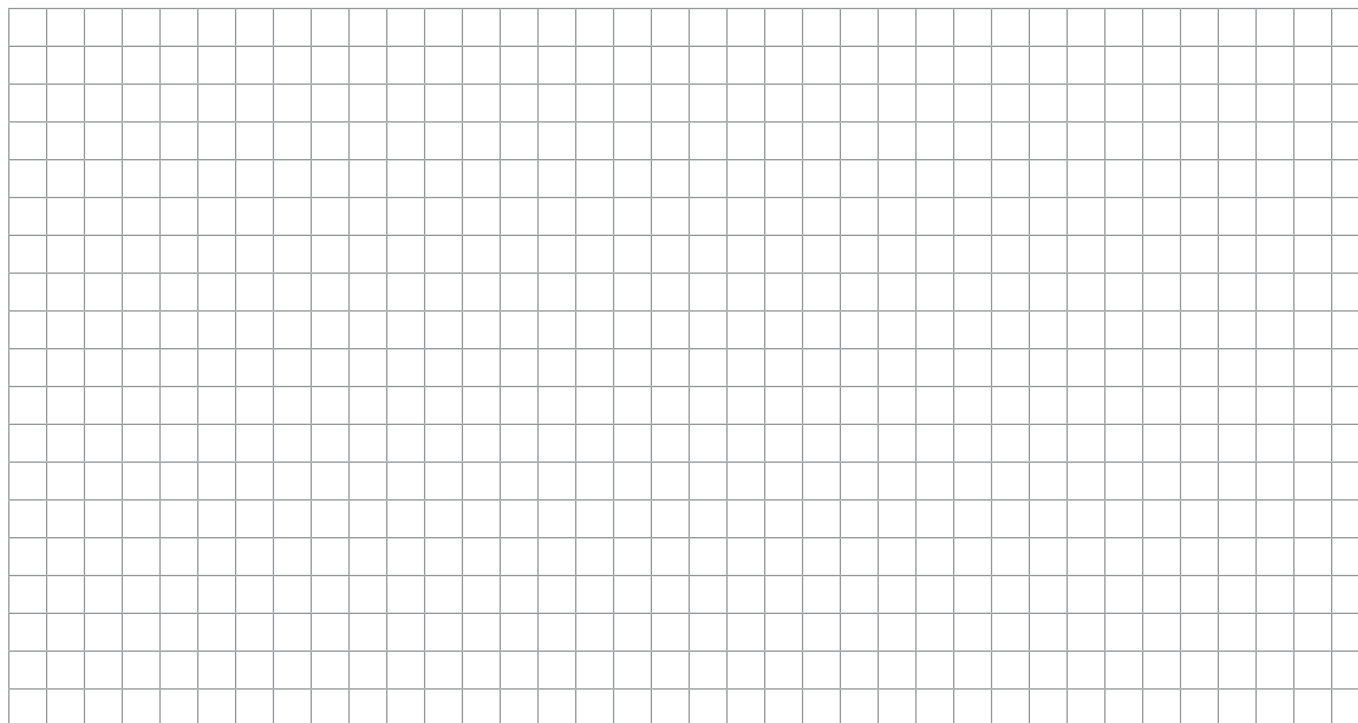
- c) Nosaki E vērtību, ja $R(E)=1,46$!

5. uzdevums (6 punkti)

Paralelograma malas ir 4 cm un 1 cm, leņķis starp tām ir α .

a) Izsaki paralelograma laukumu S kā funkciju no α , norādot tās definīcijas apgabalu!

b) Uzzīmē funkcijas S grafiku!

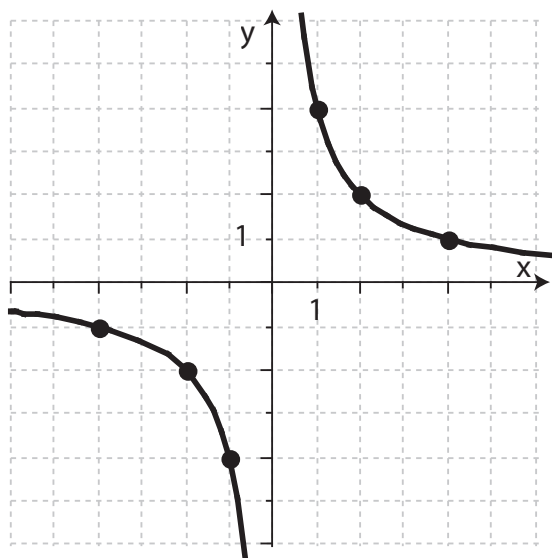


c) Nosaki, kādās robežās var mainīties paralelograma laukums!

d) Izvērtē apgalvojumu: “Katrai laukuma S vērtībai atbilst viena vienīga leņķa α vērtība”!

6. uzdevums (4 punkti)

Dots funkcijas $y = \frac{4}{x}$ grafiks. Apskatot konkrētas a vērtības, izsaki pieņēmumu par parametra a ietekmi uz funkcijas $y = \frac{4}{x+a}$, $a \in R$ grafiku!



FUNKCIJAS

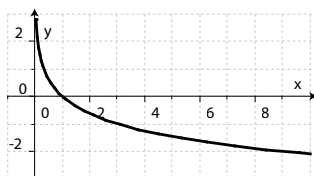
1. variants

1. uzdevums (5 punkti)

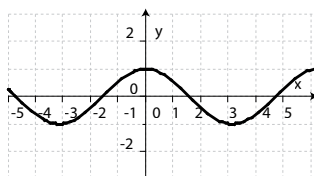
Pie funkcijas grafika uzraksti tam atbilstošo funkcijas formulu, izvēloties no dotajām!

$$y=\sin x, \quad y=|x|+1, \quad y=-x^2+3, \quad y=x^2-3, \quad y=\log_3 x,$$

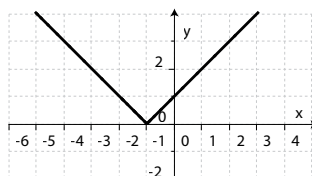
$$y=|x+1|, \quad y=2,5^x, \quad y=\log_3 x, \quad y=\cos x, \quad y=0,8^x$$



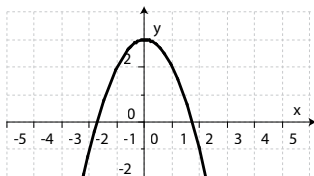
.....



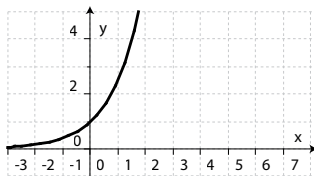
.....



.....



.....



.....

2. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas $f(x)=x^3$ un $g(x)=\log_2 x$.

- Uzraksti salikto funkciju $f(g(x))$ kā funkciju no mainīgā x !
- Aprēķini $f(g(2))$!
- Uzraksti salikto funkciju $g(f(x))$ kā funkciju no mainīgā x !
- Aprēķini $g(f(2))$!

3. uzdevums (6 punkti)

- Uzzīmē funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ grafiku, precīzi atliekot vismaz četrus grafika punktus!
- Funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ mazākā vērtība ir
Funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ vērtības ir pozitīvas intervālā
Funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ nulles ir
Funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ argumentam pieaugot no 1 līdz 9, funkcijas vērtības pieaugums ir

4. uzdevums (4 punkti)

Zemestrīces laikā izdalīto enerģiju E var aprēķināt ar formulu

$$E(R)=2,7 \cdot 10^{\frac{R-1,46}{0,67}}, \text{ kur } R - \text{zemestrīces stiprums ballēs } (R>0). \text{ Enerģijas daudzumu}$$

var aplūkot kā funkciju $E(R)$, kas atkarīga no R .

- Nosaki funkcijas $E(R)$ veidu, pasvītrojot pareizo atbildi!
Funkcija $E(R)$ ir lineāra funkcija.
Funkcija $E(R)$ ir logaritmiskā funkcija.
Funkcija $E(R)$ ir eksponentfunkcija.
Funkcija $E(R)$ ir pakāpes funkcija.
- Nosaki funkcijas augšanas un dilšanas intervālus!
- Nosaki R vērtību, ja $E(R)=2,7$!

5. uzdevums (6 punkti)

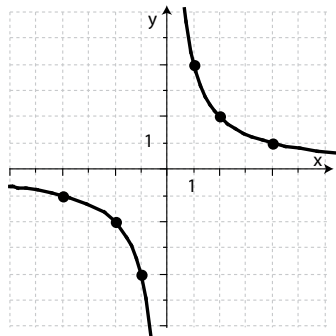
Trijstūra malas ir 3 cm un 4 cm, leņķis starp tām ir α .

- Izsaki trijstūra laukumu S kā funkciju no α , norādot tās definīcijas apgabalu!
- Uzzīmē funkcijas S grafiku!
- Nosaki, kādās robežās var mainīties trijstūra laukums!
- Izvērtē apgalvojumu: "Katrai laukuma S vērtībai atbilst viena vienīga leņķa α vērtība"!

6. uzdevums (4 punkti)

Dots funkcijas $y = \frac{4}{x}$ grafiks. Apskatot konkrētas a vērtības, izsaki pieņēmumu

par parametra a ietekmi uz funkcijas $y = \frac{4}{x+a}$, $a \in \mathbb{R}$ grafiku!



FUNKCIJAS

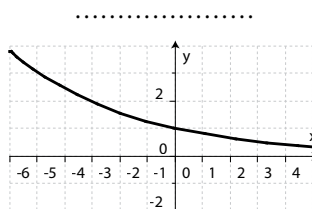
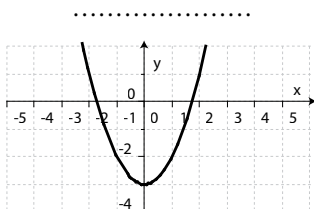
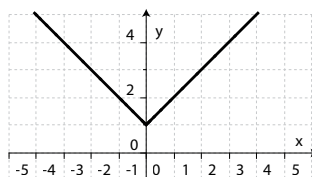
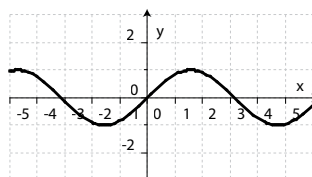
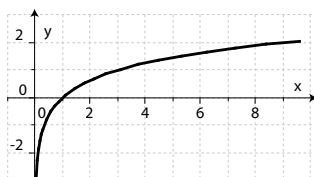
2. variants

1. uzdevums (5 punkti)

Pie funkcijas grafika uzraksti tam atbilstošo funkcijas formulu, izvēloties no dotajām!

$$y=\sin x, \quad y=|x|+1, \quad y=-x^2+3, \quad y=x^2-3, \quad y=\log_{\frac{1}{3}} x,$$

$$y=|x+1|, \quad y=2,5^x, \quad y=\log_3 x, \quad y=\cos x, \quad y=0,8^x$$



2. uzdevums (4 punkti)

Dotas funkcijas, kur $f(x)=\frac{2}{x}$, $g(x)=2^x$.

- Uzraksti salikto funkciju $f(g(x))$ kā funkciju no mainīgā x !
- Aprēķini $f(g(1))$!
- Uzraksti salikto funkciju $g(f(x))$ kā funkciju no mainīgā x !
- Aprēķini $g(f(1))$!

3. uzdevums (6 punkti)

- Uzzīmē funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ grafiku, precīzi atliekot vismaz četrus grafika punktus!
- Funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ mazākā vērtība ir
Funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ vērtības ir negatīvas intervālā
Funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ nulles ir
Funkcijas $y=\sqrt{x}-1$ argumentam pieaugot no 0 līdz 4, funkcijas vērtības pieaugums ir

4. uzdevums (4 punkti)

Zemestrīces stiprumu ballēs R var aprēķināt ar formulu $R(E)=0,671g(0,37E)+1,46$, kur E – enerģija, kas izdalās zemestrīces laikā ($E>0$). Zemestrīces stiprumu var aplūkot kā funkciju $R(E)$, kas atkarīga no E .

- Nosaki funkcijas $y=R(E)$ veidu, pasvītrotot pareizo atbildi!
Funkcija $R(E)$ ir lineāra funkcija.
Funkcija $R(E)$ ir logaritmiskā funkcija.
Funkcija $R(E)$ ir eksponentfunkcija.
Funkcija $R(E)$ ir pakāpes funkcija.
- Nosaki funkcijas augšanas un dilšanas intervālus!
- Nosaki E vērtību, ja $R(E)=1,46$!

5. uzdevums (6 punkti)

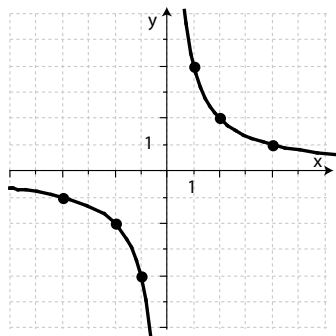
Paralelograma malas ir 4 cm un 1 cm, leņķis starp tām ir α .

- Izsaki paralelograma laukumu S kā funkciju no α , norādot tās definīcijas apgabalu!
- Uzzīmē funkcijas S grafiku!
- Nosaki, kādās robežās var mainīties paralelograma laukums!
- Izvērtē apgalvojumu: "Katrai laukuma S vērtībai atbilst viena vienīga leņķa α vērtība"!

6. uzdevums (4 punkti)

Dots funkcijas $y = \frac{4}{x}$ grafiks. Apskatot konkrētas a vērtības, izsaki pieņēmumu

par parametra a ietekmi uz funkcijas $y = \frac{4}{x+a}$, $a \in \mathbb{R}$ grafiku!



FUNKCIJAS

Vērtēšanas kritēriji

Uzdevums	Kritēriji	Punkti
1.	Atpazīst augošu (dilstošu) eksponentfunkciju – 1 punkts	5
	Atpazīst dilstošu (augošu) logaritmisko funkciju – 1 punkts	
	Atpazīst funkciju $y=\cos x$ ($y=\sin x$) – 1 punkts	
	Atpazīst kvadrātfunkciju, kuras zari ir vērsti uz leju (uz augšu) – 1 punkts	
	Atpazīst funkciju ar moduli – 1 punkts	
2.	Uzraksta saliktas funkcijas $f((x))$ analītisko izteiksmi – 1 punkts	4
	Aprēķina saliktas funkcijas vērtību dotajā punktā – 1 punkts	
	Uzraksta saliktas funkcijas $g((x))$ analītisko izteiksmi – 1 punkts	
	Aprēķina saliktas funkcijas vērtību dotajā punktā – 1 punkts	
3.	Nosaka funkcijas vērtības vismaz četriem grafika punktiem – 1 punkts	6
	Uzzīmē funkcijas $y=\sqrt{x}-2$ ($y=\sqrt{x}-1$) grafiku, ievērojot tās definīcijas apgabalu – 1 punkts	
	Nosaka funkcijas vismazāko vērtību – 1 punkts	
	Nosaka intervālu, kurā funkcijas vērtības ir pozitīvas (negatīvas) – 1 punkts	
	Nosaka funkcijas nulles – 1 punkts	
	Aprēķina funkcijas vērtības pieaugumu – 1 punkts	
4.	Nosaka funkcijas $E(R)$ ($E(R)$) veidu – 1 punkts	4
	Nosaka, ka funkcija ir augoša visā savā definīcijas apgabalā – 1 punkts	
	Ievieto izteiksmē $E(R)$ vērtību – 1 punkts	
	Aprēķina $E(R)$ vērtību, lietojot kalkulatoru – 1 punkts	

5.	Izsaka trijstūra (paralelograma) laukumu S kā funkciju no a – 1 punkts	6
	Norāda funkcijas S definīcijas apgabalu – 1 punkts	
	Izprot, ka funkcijas grafiks ir sinusoīda – 1 punkts	
	Konstruējot funkcijas S grafiku, ievēro definīcijas un vērtību apgabalus – 1 punkts	
	Nosaka, kādās robežās ir trijstūra (paralelograma) laukuma vērtības – 1 punkts	
6.	Pamato apgalvojuma aplamību – 1 punkts	4
	Uzzīmē funkcijas grafiku vienai konkrētai a vērtībai – 1 punkts	
6.	Formulē pieņēmumu – 0, 1 vai 2 punkti (atkarībā no tā, cik pilnīgi un precīzi tas noformulēts)	4
Kopā		29