1.TEMATS VEKTORI

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home.**

IEVADS

Matemātika skolā tiek mācīta, lai pilnveidotu prasmi lietot matemātiskās metodes pasaules izzināšanā, dabas un sabiedrības procesu aprakstīšanā un daudzveidīgā darbībā. Mācību procesā skolēni apgūst, kā matemātiskās zināšanas un prasmes ir iespējams pielietot dažādās dzīves situācijās, kad nepieciešams pieņemt lēmumus, atrisināt problēmas, radīt idejas.

Matemātikas kursa ievadā ir paredzētas četras mācību stundas, kuru laikā skolēni tiek iepazīstināti ar gaidāmo mācību procesu, gūst izpratni par matemātiku kā zinātni, tās vēsturi, attīstības tendencēm, apakšnozarēm, šo jautājumu saikni ar matemātikas saturu.

Ievadstundās ieteicams runāt par matemātikas kā zinātnes nozīmi ikdienas dzīvē, matemātikas lomu citu zinātņu, sabiedrības un katra cilvēka attīstībā, akcentējot gan matemātikas praktisko lietojamību, gan matemātiku kā garīgu un kultūrvērtību, nosaucot piemērus, kas raksturo zinātnes svarīgāko sasniegumu un arī metožu vērtību. Vēlams noskaidrot kopā ar skolēniem matemātikas mācīšanās mērķi vidusskolā un motivēt skolēnus, mudinot domāt par to, ko viņi matemātikas mācīšanās procesā iegūst, varētu un gribētu iegūt.

Ievadā nav paredzēta pamatskolā apgūtā matemātikas satura atkārtošana, skolēnu iepriekšējās zināšanas un prasmes aktualizējamas katra temata sākumā.

VEKTORI

TEMATA APRAKSTS

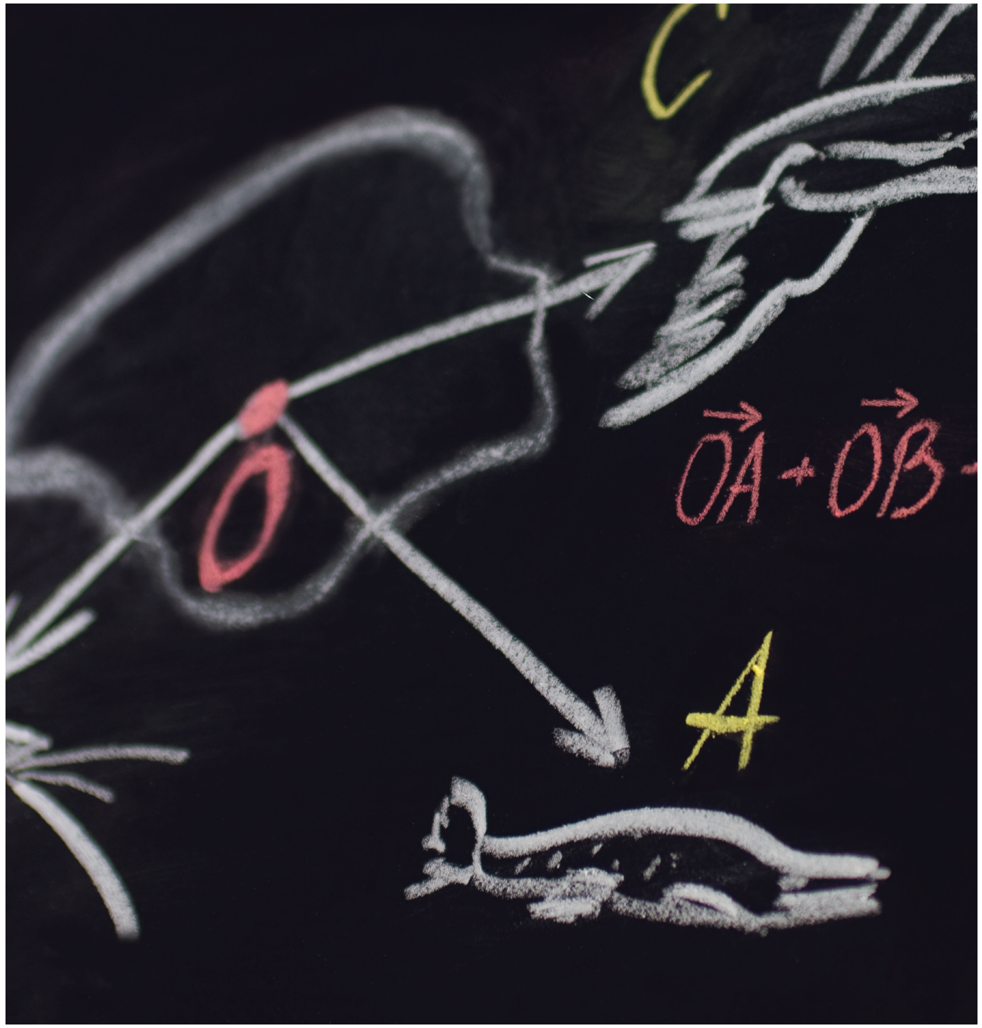
Skolēns savā ikdienas pieredzē jau ir saskāries ar situācijām, kuras raksturo vektoriāli lielumi. Lai raksturotu, piemēram, spēku, ātrumu, pārvietojumu, ir jāzina ne tikai šo lielumu skaitliskās vērtības, bet arī darbības virziens. Rodas nepieciešamība ieviest vektora jēdzienu. Šajā tematā skolēns apgūs galvenos jēdzienus un prasmes darbā ar vektoriem. Par vektoriem, kā instrumentu matemātisku uzdevumu risināšanai, nedaudz tiks runāts tematā “Leņķa jēdziens, trijstūri”.

Vektora un ar to saistīto jēdzienu izpratne un lietošana nepieciešama turpmākai fizikas apguvei. Fizikā svarīgs ir vektora projekcijas jēdziens, ko definē kā skaitli, kas ir vektora moduļa un leņķa starp asi un vektoru kosinusa reizinājums (pagaidām skolēniem zināms tikai kosinuss šauram leņķim).

Nepieciešams akcentēt atšķirību starp jēdzieniem *vektora projekcija* (skaitlis) un *vektora ģeometriskā projekcija* (vektors). Tāpat arī jārunā par *ģeometrisko projekciju*, jo plašākā nozīmē jēdziens *projekcija* skolēnam asociējas ar ģeometrisku objektu. Vektora projekcija uz ass tiek apzīmēta ar a_x vai AB_x (bez vektora zīmes), tomēr var arī norādīt dažādos literatūras avotos sastopamos citus apzīmējumus, piemēram, $\mathrm{proj}_x\vec{a}$. Vektora koordinātas tiek definētas kā vektora projekcijas uz koordinātu asīm. Fizikā vektoru mēdz apzīmēt ar vienu lielo burtu, piemēram, spēka vektors $\vec{F}$.

Temata apguvē būtiskākās prasības ir jēdzienu izpratne, prasme atlikt vektoru no dotā punkta, izpildīt darbības ar vektoriem ģeometriskā un koordinātu formā, lietot vektorus, raksturojot reālus procesus. Svarīgi ir veidot skolēna praktiskā un pētnieciskā darba iemaņas – apguvis galvenos jēdzienus un darbības ar vektoriem ģeometriskā formā, pie nepieciešamajām sakarībām darbību izpildei ar vektoriem koordinātu formā skolēns var nonākt patstāvīgi.

Lai nostiprinātu prasmes izpildīt darbības ar vektoriem, ieteicams izmantot šajā tematā piedāvātos vizuālos materiālus elektroniskā formā.



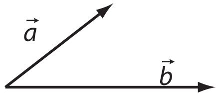
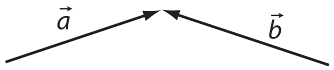
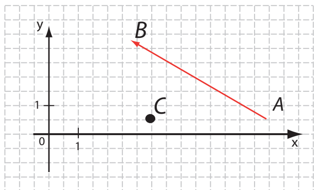
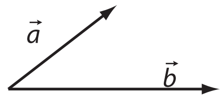
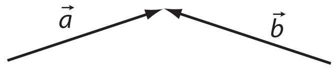
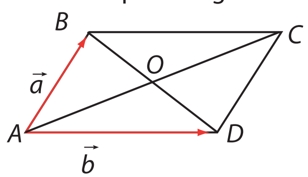
CEĻVEDIS

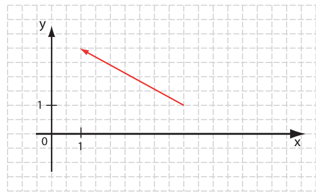
Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Izprot ģeometriskos modeļus (ģeometriskās figūras ģeometriskie ķermeņi, pagrieziena leņķis, ģeometriskie pārveidojumi, darbības ar vektoriem u.c.) un to attēlošanu plaknē.	Lieto dažādus spriedumu iegūšanas veidus (empīrisko, induktīvo, deduktīvo); vispārina, klasificē, saskata analoģijas, novērtē procesu tendences; izvirza hipotēzi, izmantojot iepriekšējās zināšanas vai darba gaitā iegūtos rezultātus.	Apzinās matemātikas zināšanu un prasmju nozīmi ikdienas dzīvē, apgūstot dabas un sociālās zinātnes, tālākizglītībā un turpmākajā profesionālajā darbībā.
PROGRAMMĀ	• Izprot jēdzienus: *skalārs lielums, vektoriāls lielums, vektors, vektora modulis, vektora koordinātas, vienādi vērsti un pretēji vērsti vektori, vienādi un pretēji vektori.* • Atliek vektoru no dotā punkta, izpilda darbības ar vektoriem ģeometriskā formā: saskaita (lietojot paralelograma, trijstūra un daudzstūra likumus), atņem (atņemšanu interpretē kā pretējā vektora pieskaitīšanu), reizina ar skaitli. • Izpilda darbības ar vektoriem koordinātu formā: aprēķina vektora koordinātas, saskaita, atņem vektorus, reizina vektoru ar skaitli, aprēķina vektora garumu.	• Iegūst un pamato sakarības darbību izpildei ar vektoriem koordinātu formā.	• Saskata vektoriālus lielumus reālos procesos un lieto vektorus fizikas uzdevumos par kustību un spēkiem.
STUNDĀ	**Spēle. Uzdevumu risināšana.** *SP. Vektoru izteikšana.* *VM. Darbības ar vektoriem ģeometriskā formā.* *VM. Vektora projekcijas.* *VM. Vektoru izteikšana.* *KD. Vektoru simboliskais pieraksts.* *KD. Vektoru izteikšana ar dotajiem vektoriem.*	**Izpēte.** *LD. Darbības ar vektoriem.*	**Demonstrēšana. Situācijas analīze. Uzdevumu risināšana.** *SP. Darbības ar vektoriem ģeometriskā formā praktiskās situācijās.* *VM. "Pūksprunguļi".*

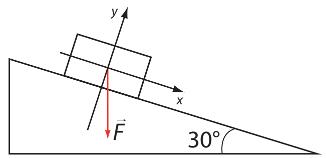
UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot jēdzienus: ***skalārs lielums, vektoriāls lielums, vektors, vektora modulis, vektora koordinātas, vienādi un pretēji vērsti vektori, vienādi un pretēji vektori.***	1. Pabeidz teikumus! a) Par vektoru sauc .... b) Vektoriāli lielumi no skalāriem atšķiras ar to, ka .... c) Divus vektorus sauc par vienādi vērstiem, ja .... d) Divus vektorus sauc par pretēji vērstiem, ja .... e) Divus vektorus sauc par vienādiem, ja .... 2. Izskaidro atšķirību starp jēdzieniem *pretēji vektori* un *pretēji vērsti vektori*! 3. Kuri no lielumiem – *ātrums, garums, ceļš, laiks, pārvietojums, masa, svars* un *paātrinājums* – ir vektoriāli, kuri – skalāri lielumi?	1. Kvadrāta $KLMN$ diagonāles krustojas punktā O. Vektoru sākumpunkts un galapunkts var būt tikai kādā no kvadrāta virsotnēm un diagonāļu krustpunktā O. Nosauc: a) divus dažādus vektorus, kuru moduļi ir vienādi; b) divus pretējus vektorus; c) divus vienādi vērstus vektorus, kuru moduļi ir dažādi; d) divus pretēji vērstus vektorus, kuri nav pretēji vektori! 2. Kāda kopīga īpašība ir visiem vektoriem $\vec{a}(\alpha;2\alpha)$, kur $\alpha \in R$?	1. Dots kvadrāts $ABCD$. Vektoru sākumpunkts un galapunkts var būt tikai kādā no kvadrāta virsotnēm. Cik ir tādu vektoru? 2. Doti punkti $A(-4;-1)$, $B(0;-5)$, $C(3;-3)$, $D(2;3)$. Pierādi, ka četrstūris $ABCD$ ir trapece! 3. Par paralelograma $ABCD$ virsotņu koordinātām zināms, ka $A(2;-2)$, $B(-1;3)$, $C(x;5)$, $D(7;y)$. Nosaki x un y vērtības!

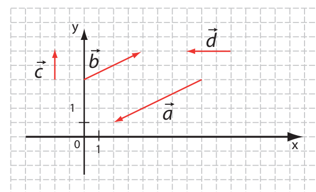
Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Atliek vektoru no dotā punkta, izpilda darbības ar vektoriem ģeometriskā formā: saskaita (lietojot paralelograma, trijstūra un daudzstūra likumus), atņem (atņemšanu interpretē kā pretējā vektora pieskaitīšanu), reizina ar skaitli.	1. Dots vektors $\vec{a}$. Konstruē vektorus $2\vec{a},\ \frac{1}{2}\vec{a},\ -\vec{a}$! 2. Konstruē zīmējumā attēloto divu vektoru summas vektoru, izmantojot gan trijstūra, gan paralelograma likumus! a)  b)  c)  3. Koordinātu plaknē no dotā punkta C atliec vektoru $\overrightarrow{AB}$! 	1. Konstruē vektoru $\vec{a}-\vec{b}$! a)  b)  c)  2. Zīmējumā (M_10_UP_01_VM1) attēlotas darbības ar dotajiem vektoriem $\vec{a}$ un $\vec{b}$. Savieto attēlu ar atbilstošo izteiksmi! 3. $ABCD$ – paralelograms. $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ un $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$.  a) Atliec vektoru $\frac{1}{2}\vec{b}$ no punkta O! b) Atliec vektoru $-\frac{1}{2}\vec{a}$ no punkta O! c) Konstruē vektoru $\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$!	1. Uzzīmē tādus vektorus $\vec{a}, \vec{b}$, kuriem izpildās sakarība $\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert=\lvert\vec{a}-\vec{b}\rvert$! 2. Vektora $\vec{a}$ modulis ir 4, bet vektora $\vec{b}$ modulis ir 7. Kādās robežās var mainīties vektora $\vec{a}+\vec{b}$ modulis? 3. Vektoriem ir spēkā īpašība $k\cdot(\vec{a}+\vec{b})=k\cdot\vec{a}+k\cdot\vec{b}$, kur k ir reāls skaitlis. Izveido zīmējumu, kas ilustrē šo īpašību!
Izpilda darbības ar vektoriem koordinātu formā: aprēķina vektora koordinātas, saskaita, atņem vektorus, reizina vektoru ar skaitli, aprēķina vektora garumu.	1. Doti punkti $A(-5;4)$ un $B(3;-2)$. Aprēķini vektora $\overrightarrow{AB}$ koordinātas un vektora $\overrightarrow{AB}$ garumu! 2. Pabeidz teikumu! a) Ja divi vektori doti koordinātu formā, tad to summas vektora koordinātas iegūst .... b) Ja dotas vektora $\vec{a}$ koordinātas, tad vektora $5\vec{a}$ koordinātas iegūst	Doti vektori $\vec{a}(2;-3)$ un $\vec{b}(-1;5)$. Aprēķini $\lvert-2\vec{a}+\vec{b}\rvert$!	Vektora $\vec{a}+\vec{b}$ koordinātas ir (6;–5), bet vektora $\vec{a}-\vec{b}$ koordinātas ir (–2;3). Aprēķini vektoru $\vec{a}, \vec{b}$ koordinātas!

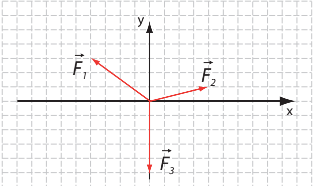
<table>
<tr><th>Sasniedzamais rezultāts</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr>
<td>Nosaka vektora ģeometriskās projekcijas, vektora projekcijas.</td>
<td>1. Savieto ar atbilstošo jēdzienu!
<table>
<tr><td>Vektora ģeometriskā projekcija ir ..</td><td rowspan="2">nogrieznis
vektors
pozitīvs skaitlis
reāls skaitlis</td></tr>
<tr><td>Vektora projekcija ir ..</td></tr>
</table>
2. Uzzīmē dotā vektora ģeometriskās projekcijas uz asīm! Nosaki vektora projekcijas!


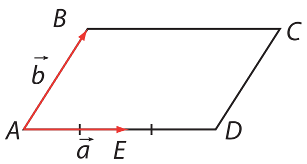
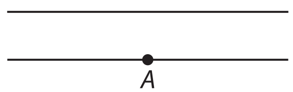
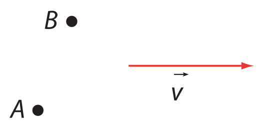
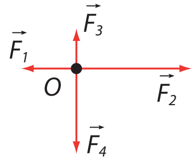
3. Nosaki vektora $\overrightarrow{AB}$ projekcijas uz koordinātu asīm, ja $A(-2;5)$ un $B(3;-1)$!</td>
<td>1. Uzzīmē koordinātu plaknē vektoru, kura projekcija uz abscisu ass ir 4, bet projekcija uz ordinātu ass ir –2!

2. Automašīna novietota uz slīpas estakādes, kas ar horizontālo plakni veido 30° leņķi (zīm.). Automašīnas smaguma spēks $F=15\,kN$. Koordinātu sistēma izvēlēta tā, ka x ass ir paralēla estakādes virsmai.
a) Nosaki leņķi, ko veido smaguma spēka $\vec{F}$ vektors ar y asi!
b) Aprēķini automašīnas smaguma spēka projekciju uz x ass!
c) Kā un cik liels spēks jāpieliek, lai automašīnu noturētu uz estakādes?

</td>
<td>Kā koordinātu plaknē jānovieto vektors, lai:
a) tā projekcijas uz koordinātu asīm būtu vienādas,
b) tā projekcijas uz koordinātu asīm būtu pretēji skaitļi,
c) tā modulis būtu vienāds ar tā ģeometrisko projekciju moduļu summu?</td>
</tr>
<tr>
<td>Lieto ar vektoriem saistītos jēdzienus un simbolus informācijas un rezultātu nolasīšanai, pierakstīšanai un komentēšanai (darbības ar vektoriem; vektora modulis, koordinātas, projekcija).</td>
<td>1. Pieraksti ar simboliem šādus apgalvojumus!
a) Vektora $\vec{a}$ koordināta uz abscisu ass ir 5 un uz ordinātu ass ir –4.
b) Vektors $\overrightarrow{CD}$ ir pretēji vērsts vektoram $\vec{m}$.
c) Vektors $\overrightarrow{AB}$ ir pretējs vektoram $\vec{b}$.
d) Vektora $\vec{a}$ projekcija uz x ass ir 4.

2. Izmantojot animācijas (M_10_UP_01_VM2, VM3, VM4, VM5), komentē, kā notiek vektoru saskaitīšana!</td>
<td>1. Izlasi ar simboliem pierakstītos apgalvojumus un izveido situācijai atbilstošu zīmējumu!
a) $|\vec{a}|=|\vec{b}|,\ \vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$
b) $\overrightarrow{AB}\uparrow\downarrow\overrightarrow{CD},\ |\overrightarrow{AB}|=2,\ |\overrightarrow{CD}|=3$
c) $\vec{a}=-\vec{b},\ a_x=1,\ b_y=2$

2. Izmantojot animāciju (M_10_UP_01_VM6), komentē, kā vektora novietojums koordinātu plaknē saistīts ar šī vektora projekciju zīmēm!</td>
<td>Izveido piecus jautājumus un prognozējamās pareizās atbildes par zīmējumā attēlotajiem vektoriem! Katrā no jautājumiem iekļauj dažādus jēdzienus!

</td>
</tr>
</table>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Iegūst un pamato sakarības darbību izpildei ar vektoriem koordinātu formā.	Doti punkti $O(0;0)$ un $A(2;1)$. a) Uzzīmē vektoru $\overrightarrow{OA}$! b) Nosaki vektora $\overrightarrow{OA}$ koordinātas! c) Uzzīmē vektoru $3\cdot\overrightarrow{OA}$! d) Nosaki vektora $3\cdot\overrightarrow{OA}$ koordinātas! e) Izvirzi pieņēmumu par to, kādas ir vektora $9\cdot\overrightarrow{OA}$ koordinātas!	1. Doti punkti $K(1;1)$ un $M(5;4)$. a) Uzzīmē vektoru $\overrightarrow{KM}$! b) Papildini zīmējumu un aprēķini vektora $\overrightarrow{KM}$ garumu ar Pitagora teorēmu! c) Izvirzi pieņēmumu par to, kā izteikt vektora garumu ar vektoru galapunktu koordinātām! Pamato savu pieņēmumu! 2. Uz materiālo punktu A darbojas trīs spēki – $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ (zīm.). a) Nosaki doto spēku projekcijas uz asīm! b) Aprēķini projekciju summu uz x ass! c) Aprēķini projekciju summu uz y ass! d) Konstruē summas $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3$ vektoru un nosaki tā projekcijas uz asīm! e) Izsaki pieņēmumu par to, kā noteikt summas vektora projekcijas, to nekonstruējot!  	Pierādi, ka divu vektoru summas vektora koordinātas ir vienādas ar doto vektoru atbilstošo koordinātu summu!
Izvēlas piemērotāko vektoru uzdošanas veidu (koordinātu formā, ģeometriski), risinot uzdevumus.	Koordinātu plaknē dots kvadrāts $ABCD$. Zināms, ka $A(0;0)$, $B(0;3)$, $C(3;3)$ un $D(3;0)$. a) Nosaki vektoru $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ koordinātas! b) Aprēķini vektora $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$ koordinātas! c) Konstruē vektoru $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$! d) Nosaki vektora $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$ koordinātas! e) Komentē, kā divos veidos tika iegūtas vektora $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$ koordinātas!	Dots kvadrāts $ABCD$, kur $A(0;0)$, $B(0;1)$, $C(1;1)$ un $D(1;0)$. Kvadrāta iekšpusē dots brīvi izraudzīts punkts O. Pierādi, ka $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$, izvēloties vienu no ieteikumiem! Apzīmē punkta O koordinātas ar $(x;y)$ un izsaki vektoru summas koordinātu formā! Caur punktu O novelc taisnes paralēli kvadrāta malām un uz tām atliec četrus vektorus ar sākumpunktu punktā O!	1. Dots, ka vektori $\overrightarrow{AB}$ un $\overrightarrow{CD}$ ir vienādi. Pierādi, ka vektori $\overrightarrow{AC}$ un $\overrightarrow{BD}$ ir vienādi! 2. Kvadrāta $ABCD$ iekšpusē dots brīvi izraudzīts punkts O. Pierādi, ka $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izsaka vienu vektoru ar citiem vektoriem.	1. Punkts M dala nogriezni AB attiecībā 3:1, skaitot no virsotnes A. Izsaki vektorus $\vec{AB}$, $\vec{MB}$, $\vec{BM}$ ar vektoru $\vec{AM}$! 2. Dots paralelograms $ABCD$, $AE=ED$. $\vec{AE}=\vec{a}$, $\vec{AB}=\vec{b}$.  Izsaki ar $\vec{a}$ un $\vec{b}$ vektoru: a) $\vec{BC}$, b) $\vec{CD}$, c) $\vec{DE}$!	1. Dots, ka $ABCD$ ir paralelograms, punkts M ir tā malas AB viduspunkts, bet $\vec{AB}=\vec{a}$ un $\vec{AD}=\vec{b}$. Izsaki vektoru $\vec{CM}$ ar vektoriem $\vec{a}$ un $\vec{b}$! 2. Dots regulārs trijstūris ABC. Punkts O ir tā mediānu krustpunkts. Izsaki vektoru $\vec{AO}$ ar vektoriem $\vec{AB}$ un $\vec{CB}$! 3. Punkts M atrodas uz nogriežņa AB un sadala to attiecībā $AM : MB=2 : 5$. Punkts O neatrodas uz taisnes AB. Izsaki vektoru $\vec{MO}$ ar vektoriem $\vec{OA}$ un $\vec{OB}$!	1. Doti vektori $\vec{i}$ un $\vec{j}$, kuru virzieni sakrīt attiecīgi ar x un y ass pozitīvo virzienu, bet to moduļi ir 1 (tos sauc par vienības vektoriem). Vektors $\vec{a}$ ir izteikts ar šo vienības vektoru palīdzību $\vec{a}=4\vec{i}+\vec{j}$ (M_10_UP_01_P1). a) Izsaki pārējos zīmējumā redzamos vektorus ar vektoru $\vec{i}$ un $\vec{j}$ palīdzību! b) Vai jebkuru brīvi izvēlētu vektoru var izteikt ar vektoriem $\vec{i}$ un $\vec{j}$? Atbildi pamato! 2. Plaknē doti punkti A, B, C un D. Konstruē tādu punktu M, lai $\vec{MA}+\vec{MB}=\vec{CD}$!
Saskata vektoriālus lielumus reālos procesos un lieto vektorus fizikas uzdevumos par kustību un spēkiem.	1. Kuģis izbrauca no ostas un veica 100 km uz rietumiem, tad 240 km uz dienvidiem, pēc tam 100 km uz rietumiem un tad 90 km uz ziemeļiem. Tad kuģis sabojājās un noenkurojās. Attēlo kuģa pārvietošanos koordinātu plaknē ar vektoriem! Kā no ostas jābrauc glābšanas kuģim, lai tas varētu pēc iespējas ātrāk palīdzēt? Uzzīmē glābšanas kuģa īsāko ceļu! 2. Nosauc kādu reālu procesu, kuru var raksturot ar vektoriem, kas atrodas uz vienas taisnes vai paralēlām taisnēm!	1. Peldētājs no punkta A peldēja pāri straujai upei perpendikulāri krastam. Peldēšanas virzienu peldētājs nemainīja. Attēlo šo procesu, izmantojot pārvietojuma vektorus!  2. Lidmašīna lidoja no punkta A uz punktu B. Lidojuma trajektorija bija taisne. Vektors $\vec{v}$ raksturo vēja ietekmi. Konstruē vektoru $\vec{k}$, kas attēlo lidmašīnas kursu!  	1. Uz materiālo punktu O darbojas četri spēki (zīm.). Nosaki rezultējošā spēka virzienu un skaitlisko vērtību, ja šo spēku skaitliskās vērtības ir $F_1=3N$, $F_2=7N$, $F_3=2N$, $F_4=5N$!  2. Krievu rakstnieka Krilova fabulā aprakstīta situācija, kurā gulbis, līdaka un vēzis velk ratus katrs uz savu pusi, bet rati nekust ne no vietas. Izveido zīmējumu, ar kura palīdzību varētu modelēt šo situāciju un pamatot, ka tāda situācija ir iespējama!

KĀ RADĀS UN ATTĪSTĪJĀS FUNKCIJAS JĒDZIENS

Senajos laikos, kad cilvēki vēl nemācēja skaitīt un nepazina skaitļus, viņi jau zināja, jo vairāk briežu izdosies nomedīt, jo ilgāk cilts būs pasargāta no bada, jo ilgāk kursies ugunskurs, jo siltāk būs alā. Pakāpeniski, attīstoties lopkopībai un zemkopībai, cilvēkiem zināmo sakarību skaits palielinājās: piemēram, jo lielāks lauks, jo lielāka raža, jo lielāks ganāmpulks, jo lielāks nocirptās vilnas daudzums, jo vairāk cilvēku iesaistīti aizsprosta būvēšanā, jo mazāka darba daļa katram jāveic.

Svēršana, garuma un tilpuma mērīšana un citas darbības katram lielumam piekārtoja skaitli – šī lieluma mēru (atbilstošā mērvienību sistēmā). Ikdienas dzīvē reti iznāca saskarties ar sarežģītākām attiecībām.

Matemātiskās zināšanas augstu līmeni sasniedza senajā Babilonijā. Lai atvieglotu aprēķinus, babilonieši sastādīja tabulas (apgrieztiem skaitļiem, skaitļu kvadrātiem, skaitļu kubiem, kā arī skaitļu kvadrātu un kubu summām). Mūsdienu valodā runājot, tās bija funkciju $y=\frac{1}{x}$; $y=x^2$; $y=x^3$ un $y=x^2+x^3$ vērtību tabulas. Šīs tabulas varēja izmantot arī kvadrātsakņu vilkšanai. Lai gan no šīm tabulām līdz vispārīgam funkcijas jēdzienam vēl bija ejams ļoti tāls ceļš, pirmie soļi jau bija sperti.

Senās Grieķijas matemātiķi lielumus neizteica ar skaitļiem, bet ar nogriežņiem, jo zināja, ka eksistē arī nesamērojami nogriežņi. Līdz laikam, kad pēc divām tūkstošgadēm veidosies vispārējs funkcijas jēdziena skaidrojums, grieķi pētīja dažādas līknes – elipses, hiperbolas, parabolas, dažādas spirāles – pētīja lielumu mazākās un lielākās vērtības, atklāja riņķa diametru un hordu savstarpējās attiecības. Grieķi sastādīja tabulas, kas parādīja attiecības starp loku un hordas, kas to savelk, garumu.

Pētījumus par sakarībām starp lielumiem XIV gs. sāka Oremas Nikolajs (Nicole D'oresme, 1320 – 1382). Viņa manuskriptos ir atrodami zīmējumi, kas atgādina mūsdienīgus funkciju grafikus. Viņš pat mēģināja šos grafikus klasificēt, taču tālāk attīstīt šo teoriju traucēja algebriskās simbolikas trūkums, kuru tikai XVI gs. novērsa Fransuā Vjets (François Viète, 1540 – 1603).

XVI - XVII gs. tehnikas, rūpniecības un jūrniecības attīstība piedāvāja uzdevumus, kuri senajos laikos matemātiķiem nebija pieejami. Toreiz matemātiķi nodarbojās ar nekustīgiem objektiem, nemainīgiem lielumiem. Tajā laikā izplatījās uzskats, ka pasaulē valda dabas likumi, kurus ir iespējams izzināt. Lai formulētu šos likumus, nepieciešams radīt jaunas matemātiskas metodes. Lai matemātiski aprakstītu kustības likumu fizikā, bija nepieciešams ieviest jēdzienu – mainīgs lielums jeb mainīgais. To veica franču filozofs un matemātiķis Renē Dekarts (René Descartes, 1596 – 1650).

Zinātnē jauna termina ieviešanu definē precīzi. 1673. gadā vācu zinātnieks Gotfrīds Leibnics (Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646 – 1716) pirmais sāka lietot vārdu funkcija, lai gan viņš to lietoja šaurā nozīmē. Latīņu valodā *funktus* nozīmē izpildīt.

Izmantotie materiāli:

Виленкин Н. Как возникло и развивалось понятие функции - журнал "Квант", 1977.

ĒNA UN TANGENSA DZIMŠANA

Tuvo Austrumu zinātnieki lielu uzmanību veltīja aprēķinu matemātikai, astronomijai un ģeogrāfijai – zinātnēm, kuras bija saistītas ar tirdzniecību, kalendāra sastādīšanu un ceļojumiem. Trigonometriju sāka izmantot saules pulksteņu konstrukcijās.

Jau sirmā senatnē (Babilonijā un Ēģiptē) gudrinieki ievēroja, ka staba ēnas garums un virziens ir atkarīgs no Saules stāvokļa pie debesīm. Tas ļāva izgudrot vienu no pirmajām ierīcēm, ar kurām cilvēki mērīja laiku – Saules pulksteni.

Saules pulksteņi sākotnēji sastāvēja no vertikāli zemē iespraustas kārts. Laiks tika skaitīts pēc kārts ēnas virziena un garuma. Par ciparnīcu izmantoja laukumiņu ar zemē iedzītiem mietiņiem. Vēlāk, paaugstinoties laika mērījumu precizitātei, saules pulksteņi tika pilnveidoti. Izmantoja vertikālas, horizontālas un sfēriskas formas saules pulksteņus, to ciparnīcās tika apslēpta ne tikai laika noteikšana, bet arī informācija par astronomiskajiem datiem un saules virzību.

Viens no al-Horezmī (Muhammet ibn Musa al-Horezmi, 780 – 847) laikabiedriem – Ahmeds al-Marvazi (Ahmad ibn ʿAbdallah Habash al-Hasib al-Marwazi), pētot saules pulksteņus, konstatēja, ka ēnas garuma u attiecība pret kārts garumu k mainās atkarībā no Saules augstuma, kuru var mērīt ar leņķi φ. Par 1 vienību viņš pieņēma kārts garumu k (60 minūtes). Viņš sastādīja ēnas garuma tabulu, ja $\varphi = 1, 2, 3, \ldots$ grādi. Ar šo tabulu varēja noteikt Saules augstumu atkarībā no ēnas garuma, $u=k\cdot tg\varphi$. Gadījumā, kad kārts ir perpendikulāra sienai, Ahmeds al-Marvazi sastādīja tabulu “pagrieztajām” ēnām, jeb ēnām uz sienas, $u'=k\cdot ctg\varphi$. Tādējādi, jēdzieni *tangenss* un *kotangenss*, kā arī šo funkciju pirmās tabulas radās no mācības par saules pulksteņiem, nevis trigonometriskajā riņķī.

XII gs. pārejot uz latīņu valodas apzīmējumiem, jaunās trigonometriskās funkcijas, kotangenss un tangenss, tika nosauktas attiecīgi par *umbra recta* – tiešā ēna un *umbra versa* – pagrieztā ēna. Terminu tangenss ieviesa dāņu matemātiķis Tomass Finks (Thomas Fink,1561 - 1656) tikai 1583. gadā jau saistībā ar atbilstošajām līnijām, saistībā ar trigonometrisko riņķi, savukārt termins *kotangenss* – pirmo reizi ir sastopams 1620. gadā angļu zinātnieka Edmunda Gintera (Edmund Gunter, 1581–1626) darbos.

Izmantotie materiāli:

Глейзер Г.И. История математики в школе – Москва: Просвещение, 1982.

HAOSA TEORIJA

Vai nejaušu procesu var definēt? Vai tajā var konstatēt nejaušības elementus, haotisku rīcību? Pirmajā mirklī šķiet, ka kārtība un nenoteiktība ir divi nesavienojami jēdzieni, taču tieši no haosa rodas kārtība. Vēl vairāk – arī pašā haotiskākajā haosā ir kārtība, un pastāv pat haosa attīstības scenārijs. Neticami? Ne jau velti haosa teoriju dēvē par apvērsumu zinātnē.

Haoss nav pieskaitāms juceklīgu struktūru kategorijai. Drīzāk otrādi. Haoss ir daudz augstāka kārtības forma, kur nejaušība un bezsistēmas impulsi drīzāk kļūst par organizējošu principu nekā tradicionālā cēloņa un seku sakarība Ņūtona un Eiklīda teorijās. Mūsdienu teorijas pamato, ka haoss ir visur.

Zinātnieki ir veikuši vesela cilvēka kardiogrammas izpēti, kurā analizēti attālumi starp kardiogrammas "pīķiem". Vesela cilvēka sirdsdarbības process izrādījās haotisks. Izrādās, ka pilnīgi vienāds attālums starp "pīķiem" ir līdzvērtīgs klīniskajai nāvei. Presē parādījies pat raksts ar nosaukumu *Pēkšņa sirds apstāšanās – pāreja no fraktālas, haotiskas, normālas sirds dinamikas uz stingru periodisku patoloģiju.*

Līdzīgi ir ar cukura diabētu. Noskaidrojies, ka tieši veselam cilvēkam cukura saturs organismā ir mainīgs, turpretī diabēta slimniekiem tas ir stingri noteikts. Tas pats attiecas arī uz sarkano asinsķermenīšu daudzumu, kas ir konstants tikai patoloģiskos gadījumos. Nevilšus rodas jautājums, vai maz pareizi ārstējam pacientus? Vai cilvēkam ir vajadzīgs pastāvīgs sirds ritms, nemainīgs asins sastāvs, mūžīgi labs garastāvoklis, varbūt tas viss ir patoloģija?

Arī cilvēka smadzenēs viena daļa (kreisā puslode) meklē stabilitāti, bet otra (labā puslode) vēlas kārtību pārvērst haosā. Mēs paši, mūsu ķermenis, individualitāte un citas īpašības attīstījušās viltīgā mijiedarbībā starp haosu, kārtību un jucekli.

Haoss ir radījis jaunas datortehnoloģijas, speciālu grafisko tehniku, ar kuru ir iespējams radīt apbrīnojami sarežģītas struktūras, kuras izraisa kaut kāda veida nekārtība, juceklis.

Jēdzieni *fraktāls* un *fraktālā ģeometrija*, kuri radušies XX gs. 70. gadu beigās, jau 80. gadu vidū ir ieviesušies matemātiķu un programmētāju valodā. Vārds fraktāls radies no latīņu *fractus* un tulkojumā nozīmē tāds, kas sastāv no fragmentiem. Šo terminu neregulāru, bet oriģinālam līdzīgu struktūru apzīmēšanai 1975. gadā piedāvāja Benuā Mandelbrots (Benoît Mandelbrot, 1924). Fraktālās ģeometrijas rašanos pieņemts saistīt ar 1977. gadā izdoto Mandelbrota grāmatu *The Fractal Geometry of Nature.*

Atslēgvārds, kurš raksturo fraktāli, ir pašlīdzība. Pateicoties šai spilgtākajai īpašībai, fraktāli ir iespējams noteikt kā ģeometrisku figūru, kurā viens un tas pats fragments pie katra soļa, samazinot mērogu, atkārtojas.

Fraktāļi dod iespēju aprakstīt un attēlot dabā esošus objektus. Mūsdienās ar fraktāļu palīdzību ir iespējams attēlot gandrīz jebkuru objektu dabā. Svarīgi ir tikai atrast īsto formulu.

Izmantoti materiāli:

1. *http://anton.world.lv/sakarup*
2. *www.politeh.lv/fraktali/1.html*

NEEIKLĪDA ĢEOMETRIJA

Matemātikas galīgā izveidošanās par patstāvīgu zinātni noritēja V gs. vidū p.m.ē. un beidzās ar Eiklīda "Elementu" sarakstīšanu III gs. p.m.ē., kur izklāstīta aritmētika, planimetrija un stereometrija. Šim darbam bija izšķiroša nozīme visā turpmākajā ģeometrijas attīstībā. Tajos ģeometrija izklāstīta tā, kā to saprotam arī tagad, runājot par elementāro ģeometriju. Tā ir zinātne par vienkāršākajām plakanajām un telpiskajām formām.

Ikviens no jums zina, ka taisnleņķa trijstūrī katešu kvadrātu summa ir vienāda ar hipotenūzas kvadrātu (Pitagora teorēma) un ka jebkura trijstūra iekšējo leņķu summa ir 180 grādi, un ka paralēlas taisnes nekrustojas. Šīs sakarības ir spēkā Eiklīda ģeometrijā.

Eiklīda ģeometriju tūkstošiem gadu visi uzskatīja par vienīgi iespējamo ģeometrijas sistēmu, kurā ikviena patiesība ir citu, iepriekš pierādītu patiesību loģiskas sekas. Šī ģeometrija balstās uz 5 postulātiem.

1. Divus punktus var savienot ar vienu vienīgu taisni.
2. Taisnes nogriezni abos tā galos uz taisnes var pagarināt.
3. Ap katru punktu kā ap centru var apvilkt riņķa līniju ar jebkādu rādiusu.
4. Visi taisnie leņķi ir vienādi.
5. Ja dotā plaknē ir taisne un punkts, kas neatrodas uz taisnes, tad caur šo punktu var novilkt vienu vienīgu taisni, kura nekrusto doto taisni.

Šie postulāti, ar kuriem aprakstīja pamatjēdzienu (punkta, taisnes, plaknes) īpašības, šķita tik saprotami, ka nevienam neradās šaubas par tiem. Izņēmums bija 5. postulāts par paralēlām taisnēm. Divu tūkstošu gadu laikā daudzi izcilākie sava laikmeta zinātnieki neveiksmīgi mēģināja pierādīt šo postulātu, pamatojoties uz iepriekšējām aksiomām un postulātiem.

Lūzums radās 1826. gadā, kad Lobačevskis* (gandrīz tajā pašā laikā arī ungāru matemātiķis Boljai** un vācu matemātiķis Gauss***) nonāca pie atziņas, ka Eiklīda ģeometrija nav vienīgā un ka ir iespējama arī cita, loģiski tikpat nevainojami uzbūvēta ģeometrija, kuru šodien sauc par Lobačevska (neeiklīda) ģeometriju, un šajā ģeometrijā Eiklīda 5. postulāts aizvietots ar šādu: ja plaknē dota taisne un punkts, kas neatrodas uz taisnes, tad caur šo punktu var novilkt neierobežoti daudz taišņu, kuras nekrusto doto taisni. Tajā trijstūra iekšējo leņķu summa ir mazāka par 180 grādiem, un katram trijstūrim tā var būt savādāka.

Jaunatklātās ģeometrijas viens no nozīmīgākajiem rezultātiem bija uzdrošināšanās izveidot vēl citas neeiklīda ģeometrijas. Viena no tādām – Rīmana jeb eliptiskā ģeometrija. Kā Rīmana plakni var iztēloties lodes virsmu, kā taisni – lodes lielā riņķa līniju. Rīmana taisnes ir slēgtas, galīgas un tām visām ir viens garums. Rīmana plaknē nav paralēlu taišņu, Eiklīda 5. postulāts aizvietots ar šādu: ja plaknē dota taisne un punkts, kas neatrodas uz taisnes, tad caur šo punktu nevar novilkt nevienu dotajai taisnei paralēlu taisni.

Interesanti, ka Lobačevska ģeometrijā trijstūra iekšējo leņķu summa ir mazāka par 180 grādiem, bet Rīmana ģeometrijā – lielāka par 180 grādiem.

Izmantotie materiāli:

Глейзер Г.И. История математики в школе – Москва: Просвещение, 1982

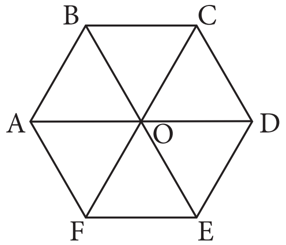
* Николай Лобачевский, 1792 - 1856
** Boljai Janos, 1802 – 1860
*** Johann Carl Friedrich Gauss, 1777 – 1855

Vārds .... uzvārds .... klase .... datums ....

VEKTORU IZTEIKŠANA

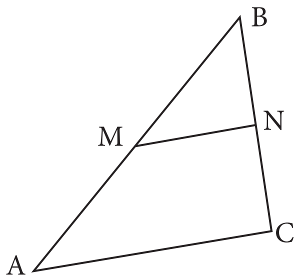
1. uzdevums

Dots regulārs sešstūris *ABCDEF*, *O* – sešstūrim apvilktās riņķa līnijas centrs. Izsaki visus vektorus, kuru sākumpunkts ir punkts *O* un galapunkts kāda no sešstūra virsotnēm, izmantojot vektorus $\overrightarrow{AB}=\vec{x}$ un $\overrightarrow{AF}=\vec{z}$!



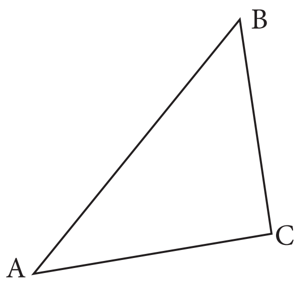
2. uzdevums

MN ir trijstūra *ABC* viduslīnija (*M* atrodas uz malas *AB*, *N* atrodas uz malas *BC*), $\overrightarrow{MA}=\vec{m}$, $\overrightarrow{MA}=\vec{n}$. Izsaki vektorus $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{MC}$ ar vektoriem $\vec{m}$ un $\vec{n}$!



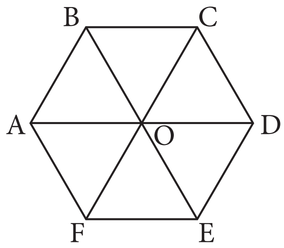
3. uzdevums

Dots trijstūris *ABC*, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ un $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$. Punkts *D* atrodas uz trijstūra malas *BC*. Izsaki vektorus $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AD}$ ar vektoriem $\vec{a}$ un $\vec{b}$, ja $BD : DC = 1 : 2$!



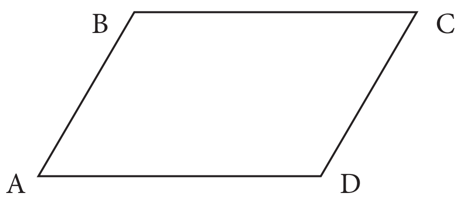
4. uzdevums

Dots regulārs sešstūris *ABCDEF*, *O* – sešstūrim apvilktās riņķa līnijas centrs. Novilktas visas sešstūra diagonāles, kuras iet caur punktu *O*. Vai iespējams, izmantojot vektorus $\overrightarrow{AB}=\vec{x}$ un $\overrightarrow{AF}=\vec{z}$, izteikt visus vektorus, kuri atbilst kādam no sešstūrī redzamajiem nogriežņiem (cik ir šādu vektoru)?



5. uzdevums

Uz paralelograma *ABCD* malas *BC* izvēlēts punkts *K* tā, ka *BK* = *KC*. $\overrightarrow{AK}=\vec{a}$ un $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$. Izsaki vektorus $\overrightarrow{AD}$ un $\overrightarrow{AB}$ ar vektoriem $\vec{a}$ un $\vec{b}$!



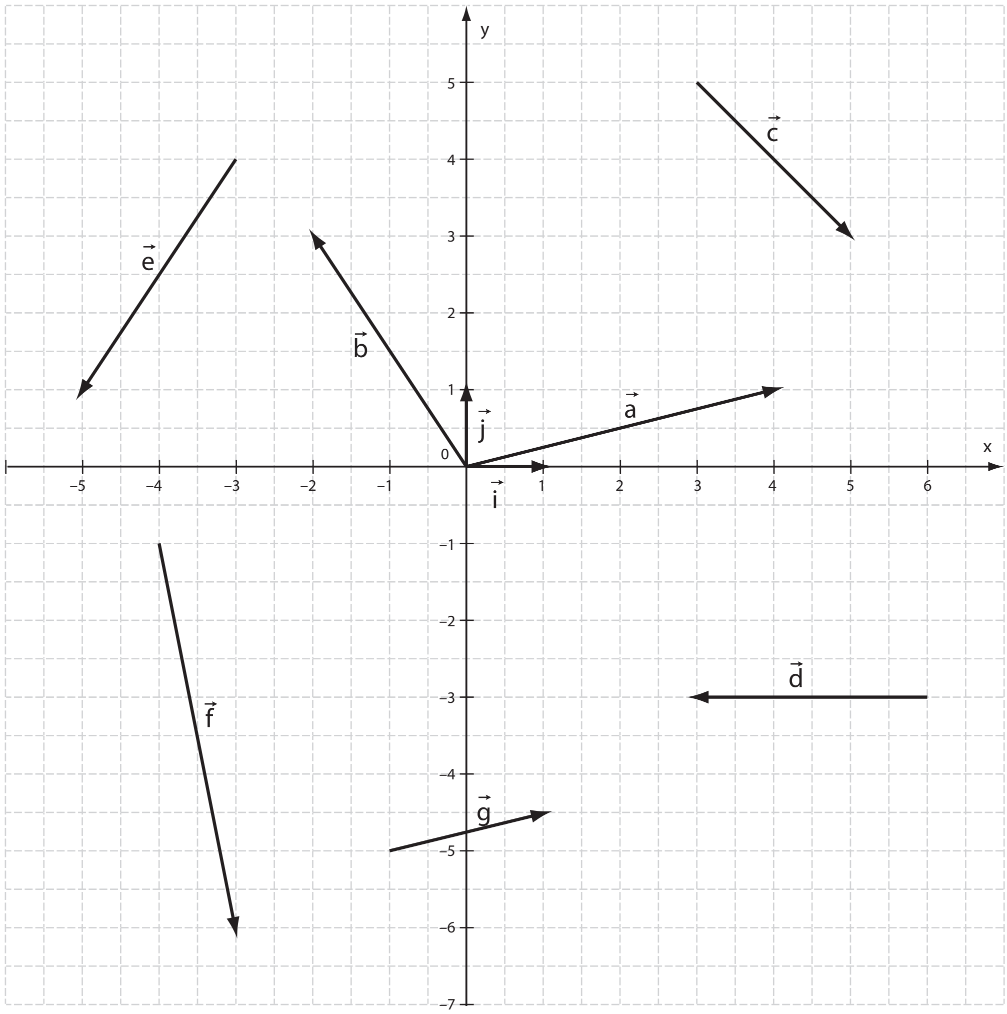
Vārds .... uzvārds .... klase .... datums ....

VEKTORU IZTEIKŠANA AR VIENĪBAS VEKTORIEM

Uzdevums

Doti vektori $\vec{i}$ un $\vec{j}$, kuru virzieni sakrīt attiecīgi ar x un y ass pozitīvo virzienu, bet to moduļi ir 1 (tos sauc par vienības vektoriem). Vektoru $\vec{a}$ var izteikt ar šo vienības vektoru palīdzību šādi: $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j}$.

a) Līdzīgā veidā izsaki arī pārējos zīmējumā redzamos vektorus ar vektoru $\vec{i}$ un $\vec{j}$ palīdzību!



$\vec{b} =$

$\vec{c} =$

$\vec{d} =$

$\vec{e} =$

$\vec{f} =$

$\vec{g} =$

b) Vai jebkuru brīvi izvēlētu vektoru var izteikt ar vektoriem $\vec{i}$ un $\vec{j}$? Atbildi pamato!

Vārds uzvārds klase datums

DARBĪBAS AR VEKTORIEM

Situācijas apraksts

Nosaucot jēdzienu *vektors*, parasti iztēlojamies orientētu nogriezni. Vektorus protam saskaitīt. Šo darbību veicot, veidojam zīmējumu, kurā attēlojam dotos vektorus un vektoru, kurš iegūts darbību izpildes rezultātā. Zinām, ka katru vektoru var raksturot ar tā koordinātām – ja dotas koordinātas, tad dots pats vektors. Izrādās, ka darbības ar vektoriem, ja zināmas to koordinātas, var arī veikt, vektorus neuzzīmējot.

Pētāmā problēma

Kā, nezīmējot pašus vektorus, noteikt to summas vektora koordinātas?

Pārdomā problēmu! Vai saprati, ka

- mērķis ir iegūt sakarību, kas saista doto vektoru koordinātas ar darbības rezultātā iegūtā vektora koordinātām;
- lai iegūtu šo sakarību, vari dotos un meklējamos vektorus arī konstruēt?

Atceries, ko zini un proti saistībā ar vektoriem un kā tas varētu noderēt, risinot šo problēmu!
Domā par risinājumu kopumā, necenties tūlīt katru soli realizēt!
Uzraksti veicamās darbības, esi gatavs paskaidrot to nepieciešamību!

Darba gaita

Veic plānotās darbības un izvirzi hipotēzi!

Risinājums

Hipotēze