

4.TEMATS LENĶA JĒDZIENS, TRIJSTŪRI[Temata apraksts](#)[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)[Uzdevumu piemēri](#)

M_10_SP_04_P1	<u>Attālumu noteikšana dabā</u>	Skolēna darba lapa
M_10_UP_04_P1	<u>Vienlieli trijstūri</u>	Skolēna darba lapa
M_10_UP_04_P2	<u>Laukuma aprēķināšana</u>	Skolēna darba lapa
M_10_UP_04_P3	<u>Trijstūra laukuma aprēķināšanas formulas</u>	Skolēna darba lapa
M_10_LD_04	<u>Trijstūra bisektrises īpašība</u>	Skolēna darba lapa

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

LEŅĶA JĒDZIENS, TRIJSTŪRI

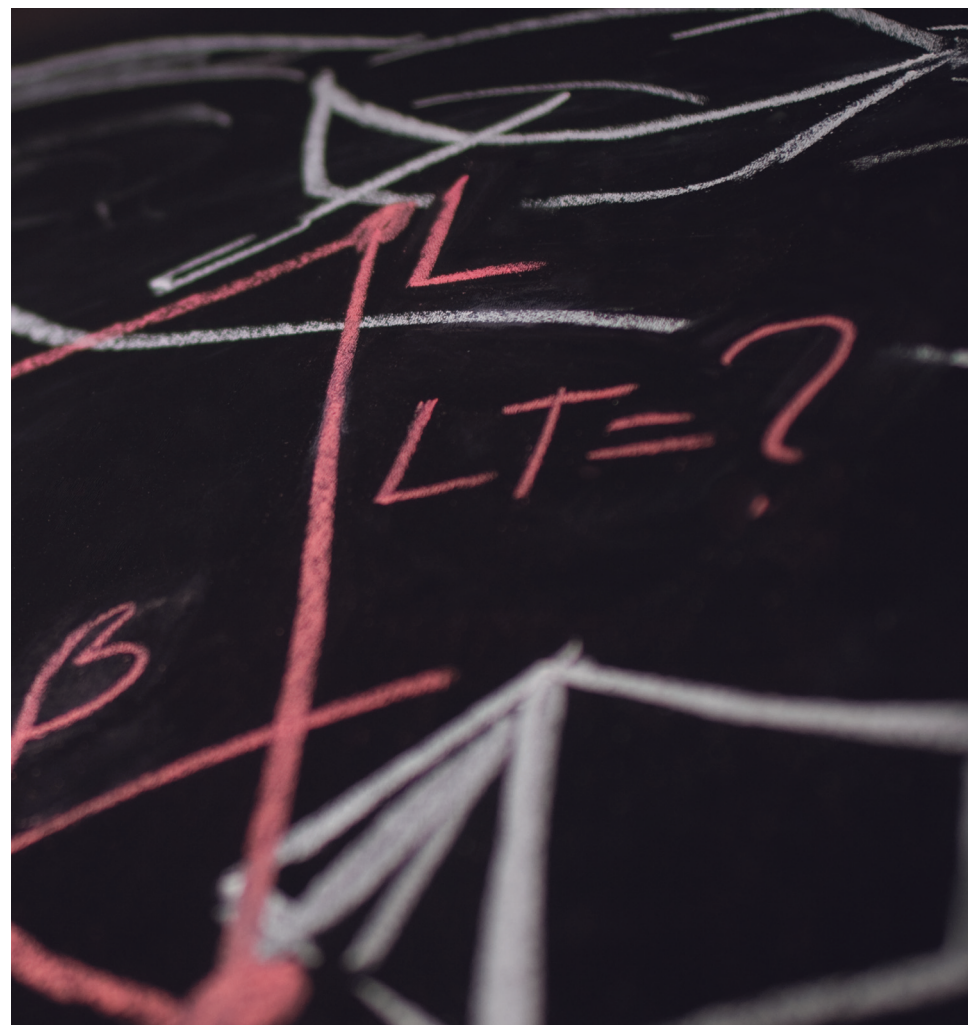
TEMATA APRAKSTS

Skolēnu līdzšinējā pieredzē, mācoties matemātiku un fiziku, jau var būt nācies saskarties ar situācijām, kad nepieciešams aprēķināt dažādmalu trijstūra elementus un nepietiek ar jau zināmajām metriskajām sakarībām taisnleņķa trijstūrī vai Pitaģora teorēmu. Piemēram, vai trigonometriskās sakarības definētas tikai šauram leņķim, vai eksistē un iespējams aprēķināt sinusa un kosinusa vērtības platam leņķim? Kā izmērīt attālumus vai leņķus dabā, pie kuriem praktiski nevar piekļūt (ar šādām problēmām nereti jāsastopas mērnikiem vai būvniekiem)? Skolēni iegūs zināšanas un prasmes, kas ļaus atrisināt konkrētus uzdevumus, pilnveidos izpratni par ģeometrisko figūru īpašībām, kā arī gūs pieredzi plānošanā, spriedumu un pierādījumu veidošanā.

Temata ietvaros skolēni nostiprina pamatskolā iegūtās zināšanas par trijstūriem, paplašina tās, pierādot sinusa un kosinusa teorēmas. Definē trigonometrisko riņķi un, izmantojot jau pamatskolā apgūto leņķa kā plaknes figūras jēdzienu, ievieš pagrieziena leņķa jēdzienu, kas ļauj definēt trigonometriskās funkcijas arī platam leņķim (pagaidām tikai I un II kvadrantā bez radiāna jēdziena apskatīšanas).

Būtiski ir akcentēt prasmi plānot risinājumu, izmantot mērījumu un aprēķinu rezultātus, lai formulētu hipotēzi, veicināt nepieciešamību un prasmi pamatot gan risinot aprēķina uzdevumus, gan veicot pierādījumus. Svarīgi ir piedāvāt praktiska satura uzdevumus, kuru atrisināšanai nepieciešams izmantot sakarības trijstūrī.

Ieteicams veltīt uzmanību sadarbības prasmju pilnveidošanai, veicot pētnieciskos un praktiskos darbus. Minētās teorēmas ir jaunie iegaumējamie fakti, taču vēlams skolēniem piedāvāt uzdevumus, kuru risinājumos jāizmanto arī citas sakarības, kuras skolēni atrod uzziņas literatūrā, attīstot prasmi meklēt nepieciešamo informāciju.



CEĻVEDIS

Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

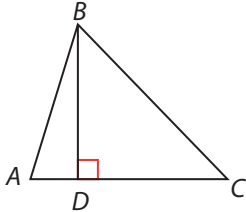
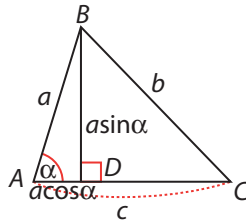
STANDARTĀ	Lieto ģeometrisku figūru īpašības (teorēmas), pamatojot ģeometrisku figūru vai to elementu īpašības un savstarpējo novietojumu, aprēķinot ģeometrisku figūru un ķermeņu elementu, virsmas laukuma, tilpuma skaitliskās vērtības.	Izprot funkcijas un ar to saistītos jēdzienus; lieto dažādus funkcijas uzdošanas veidus (grafiski, analitiski, ar tabulu); pazīst lineāru funkciju, kvadrātfunkciju, pakāpes funkciju ar veselu kāpinātāju, eksponentfunkciju, logaritmisko funkciju, trigonometriskās funkcijas, virkni kā naturāla argumenta funkciju.	Lieto dažādus spriedumu iegūšanas veidus; vispārina, klasificē, saskata analogijas, novērtē procesu tendences; izvirza hipotēzi, izmantojot iepriekšējās zināšanas vai darba gaitā iegūtos rezultātus.	Plāno risinājumu; izvēlas vai izveido problēmai atbilstošu matemātisko modeli.	Izprot pierādījuma nepieciešamību, būtību un struktūru, lieto dažādus pierādījumu veidus.	Apzinās sadarbības priekšrocības, risinot problēmas, izvērtējot rezultātus.	Apzinās matemātikas zināšanu un prasmju nozīmi ikdienas dzīvē, apgūstot dabas un sociālās zinātnes, tālākizglītībā un profesionālajā darbībā.
PROGRAMMĀ	- Lieto sinusu teorēmu, kosinusu teorēmu. - Aprēķina trijstūrī ievilkta un ap trijstūri apvilkta riņķa līnijas rādītājus.	Lieto trigonometrisku funkciju definīcijas vienības riņķī.	Izvirza hipotēzi, izmantojot iepriekšējās zināšanas par trijstūri vai veicot mērījumus un aprēķinus.	Plāno risinājumu, aprēķinot trijstūra elementus un laukumu.	Pierāda teorēmas, pamato aprēķina un pierādījuma uzdevumu risinājumus.	Sadarbojas, veicot pētnieciskos un praktiskos darbus par trijstūriem.	Atrīsina praktiska satura uzdevumus, izmantojot sakarības trijstūrī.
STUNDĀ	VM. Trijstūra mediānas, bisektrises, augstumi, malu vidusperpendikuli. VM. Ievilkts / apvilkts trijstūris.	VM. Pagriezienu leņķis. VM. Trigonometriskās funkcijas vienības riņķī.	Izpēte. LD. Trijstūra bisektrises īpašība.	KD. Risinājuma gaitas plānošana.	Izpēte. LD. Trijstūra bisektrises īpašība.	Izpēte. LD. Trijstūra bisektrises īpašība. Uzdevumu risināšana. SP. Attālumu noteikšana dabā.	Uzdevumu risināšana. SP. Attālumu noteikšana dabā.

UZDEVUMU PIEMĒRI

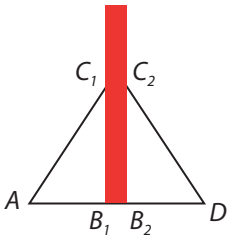
Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot pagriezienu leņķa jēdzienu.	Attēlo dotos pagriezienu leņķus! 150°, 270°, 450°, -135°.	Uzskicē 155° lielu pagriezienu leņķi! Nosaki vēl divus pozitīvus un divus negatīvus pagriezienu leņķus, kuriem atbilst zīmējumā attēlotais kustīgais stars!	Vēro pagriezienu leņķus animācijā (M_10_UP_04_VM1) un nosaki: a) visus tos pagriezienu leņķus α , kuriem atbilstošais kustīgais stars sakrīt ar pagriezienu leņķa $-\alpha$ atbilstošo kustīgo staru, b) kāda sakarība pastāv starp pozitīvā un negatīvā pagriezienu leņķu skaitliskajām vērtībām noteiktam kustīgajam staram!
Lieto trigonometrisko funkciju definīcijas vienības riņķī.	1. Vienības riņķī iezīmē platu leņķi un attēlo tā kosinusu! 2. Izmantojot vienības riņķa līniju, aptuveni nosaki $\sin\alpha$ un $\cos\alpha$ vērtības, ja $\alpha=5^\circ$! 3. Vēro animācijā (M_10_UP_04_VM2) trigonometrisko funkciju zīmju maiņu atkarībā no tā, kurā kvadrantā atrodas pagriezienu leņķis. Uzraksti secinājumus!	1. Aprēķini $\sin 135^\circ$, $\cos 120^\circ$, $\operatorname{ctg} 150^\circ$! 2. Salīdzini! a) $\sin 100^\circ$ un $\sin 130^\circ$ b) $\cos 100^\circ$ un $\cos 130^\circ$ 3. Vēro animācijā (M_10_UP_04_VM3), kā tiek konstruēti pagriezienu leņķi α , kuriem $\sin\alpha = \frac{2}{5}$. Konstruē pagriezienu leņķus α , kuriem $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$! 4. Nosaki trijstūra ABC veidu vai pamato, ka tāds trijstūris neeksistē, ja: a) $\cos B = -0,2$ un $\operatorname{tg} A = \operatorname{tg} C$; b) $\sin A = 1$ un $\cos B = -0,1$!	1. Salīdzini leņķu α un β lielumus, ja $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ un $\sin\beta = \frac{3}{4}$, pie tam $\alpha, \beta \in (0^\circ; 90^\circ)$! Salīdzini α un β ar 45° leņķi! 2. Pierādi, ka ir spēkā vienādība $\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$!

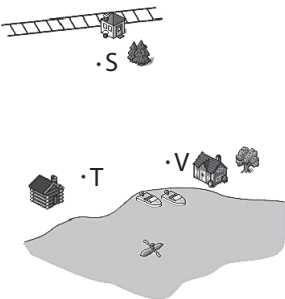
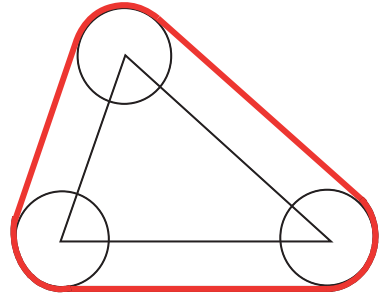
Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Aprēķina trijstūrī ievilkta un ap trijstūrī apvilkta riņķa līnijas rādus.	1. Regulārā trijstūrī ABC , kura malas garums ir 6 cm, ievilkta riņķa līnija ar centru O . a) Nosaki leņķa OAC lielumu! b) Aprēķini AD garumu, kur D ir AC viduspunkts! c) Aprēķini trijstūrī ievilkta riņķa līnijas rādus! 2. Trijstūra malas ir 15 cm, 13 cm un 4 cm. Izvēlies atbilstošas formulas un aprēķini ap trijstūrī apvilkta un trijstūrī ievilkta riņķa līnijas rādus! 3. Ap trijstūrī ABC apvilkta riņķa līnija, AB ir riņķa līnijas diametrs, $\angle A = 60^\circ$, $AC = 5$. Aprēķini riņķa līnijas rādus!	1. Vienādsānu trijstūra sānu malas garums ir 12 cm, bet apvilkta riņķa līnijas centrs daļa augstumu, kas novilkts pret pamata malu, attiecībā 5:3! Aprēķini ap vienādsānu trijstūrī apvilkta riņķa līnijas rādus! 2. Taisnleņķa trijstūrī ievilkta riņķa līnija, kura pieskaras hipotenūzai AC punktā E . Katetes AB garums ir 5 cm, hipotenūzas garums ir 7 cm. Aprēķini nogriežņa AE garumu!	1. Apkopo informāciju par rādus garuma aprēķināšanu ap trijstūrī apvilkta riņķa līnijai! Ilustrē šo informāciju grafiski! 2. Pierādi, ka taisnleņķa trijstūrī ievilkta riņķa līnijas rādus r ir spēkā formula $r = \frac{a+b-c}{2}$, kur a, b – katetes, c – hipotenūza!
Lieto sinusu teorēmu, kosinusu teorēmu.	Trijstūrī ABC dots, ka $AB = 6$, $BC = 4$ un $\angle B = 60^\circ$. Aprēķini malas AC garumu!	1. Trijstūrī ABC doti malu garumi: $AB = 3$, $BC = \sqrt{7}$, $AC = 2$. Aprēķini leņķa BAC lielumu! 2. Vienādsānu trijstūra virsotnes leņķis ir 120° , bet pamata leņķa bisektrises garums ir b . Aprēķini sānu malas garumu!	1. Trijstūrī zināmi divu malu garumi un viena leņķa lielums. Jāaprēķina trešās malas garums. Kādus faktus, formulas izmantosi, lai aprēķinātu trijstūra trešās malas garumu? Aplūko visas iespējas, atkarībā no doto trijstūra elementu lieluma un savstarpējā novietojuma! 2. Trijstūrī ABC novilkta bisektrise BD . Pierādi, ka $\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{BC}$!
Veido aprakstam atbilstošus zīmējumus, lietojot pieņemtos apzīmējumus vienāda garuma nogriežņu un vienādu leņķu attēlošanai.	Uzzīmē taisnleņķa trijstūrī! Atzīmē ievilkta riņķa līnijas centru un no tā novelc perpendikulus pret visām trijstūra malām! Atzīmē zīmējumā redzamos vienādos nogriežņus!	Uz šaurleņķu trijstūra vienas malas kā uz diametra konstruē riņķa līniju! Trijstūra un riņķa līnijas kopīgos punktus savieno ar riņķa līnijas centru! Atzīmē zīmējumā redzamos vienādos leņķus un nogriežņus!	Vienādsānu trijstūrī ABC zināms, ka $\cos C = -\frac{1}{8}$, bet garākās malas garums ir 5 cm. Izveido zīmējumu! Pamato to!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Saskata vienlielus trijstūrus.	1. Paralelograma $ABCD$ diagonāles krustojas punktā O . Uzraksti vienlielus trijstūrus, kurus vari saskatīt zīmējumā! 2. Uz trijstūra ABC mediānas BD atlikts patvaļīgs punkts M ($M_{10_UP_04_P1}$). Pamato, ka: a) trijstūri AMD un DMC ir vienlieli, b) trijstūri ABM un BMC ir vienlieli!	1. Pierādi, ka trijstūra mediānas sadala trijstūri sešos vienlielos trijstūros ($M_{10_UP_04_P1}$)! 2. Trapeces $ABCD$ ($AD \parallel BC$) diagonāles krustojas punktā O . Pierādi, ka trijstūri ABO un COD ir vienlieli!	Dots trijstūris ABC . Atrodi visu to punktu M ģeometrisku vietu, lai: a) trijstūri ABM un ABC būtu vienlieli; b) trijstūri ABM un ACM būtu vienlieli!
Izmantojot kalkulatoru, datoru vai tabulas, atrod leņķa lielumu, ja zināmas tā trigonometrisko funkciju vērtības un otrādi.	1. Aprēķini $\sin 72^\circ$! 2. Aprēķini leņķi α , ja $\sin \alpha = \frac{1}{3}$!	Vienādsānu trijstūrī ABC zināms, ka $\cos C = -0,6$. Aprēķini trijstūra ABC leņķu lielumus ar precizitāti līdz 1° !	Prognozē aptuvenu izteiksmes vērtību un uzraksti to! Salīdzini uzrakstītās vērtības ar vērtībām, kuras iegūst, izmantojot kalkulatoru! a) $\sin 89^\circ$ b) $\cos 89^\circ$ c) $\tan 89^\circ$ d) $\tan 89,9^\circ$
Izmanto vienības riņķi, lai noteiktu sakarības starp trigonometrisku funkciju vērtībām.	1. Vienības riņķī iezīmē pagrieziena leņķi α , kur $0 < \alpha < 90^\circ$ un iezīmē nogriežņus, kuru garumi ir $\sin \alpha$ un $\cos \alpha$! 2. Vienības riņķī iezīmē pagrieziena leņķi α ($0 < \alpha < 90^\circ$) un leņķi $180^\circ - \alpha$!	1. Izmantojot vienības riņķi, pierādi, ka šauram leņķim α ir spēkā sakarība $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$! 2. Izmantojot vienības riņķi, pierādi, ka $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$!	Novērtē, kādiem pagrieziena leņķiem α , kur $\alpha \in [0^\circ; 360^\circ]$ nevienādība $\sin \alpha > \cos \alpha$ ir patiesa!
Izvirza hipotēzi, izmantojot iepriekšējās zināšanas par trijstūri vai veicot mērījumus un aprēķinus.	Uz trijstūra ABC malas AC atlikts punkts P tā, ka $AP:PC = 2:3$. Kāda ir trijstūru ABP un PBC laukumu attiecība?	1. Dažādmalu trijstūrī ADC novilkta augstums DH , mediāna DM , bisektrise DB . Ko tu vari secināt par nogriežņu DH , DB , DM garumiem? Vai atbilde ir viennozīmīga? 2. Patvaļīgā trijstūrī konstruē augstumu krustpunktu, mediānu krustpunktu un apvilktais riņķa līnijas centru. Izvirzi hipotēzi par šo punktu savstarpējo novietojumu!	1. Trijstūra garākā mala ir 7 cm, bet viena no atlikušajām 4 cm. Kādās robežās var mainīties trešās malas garums, lai trijstūris būtu platleņķa? 2. Dots nogrieznis AB un punkts M , kas atrodas uz taisnei AB paralēlas taisnes a . Punkts M ir trijstūra AMB virsotne. Punkts M tiek pārvietots pa taisni a , bet punkti A un B netiek pārvietoti. Pa kādu līniju pārvietojas šī trijstūra augstumu krustpunkts H ?

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Pierāda teorēmas, pamato aprēķina un pierādījuma uzdevumu risinājumus.	Dots: $\triangle ABC$, $\sin A = \frac{a}{c}$. Jāpierāda: $AB = DC$!  Izveido pierādījumu pēc dotā plāna! $\triangle ABC$ izsaka $\sin A$. $\triangle BCD$ izsaka $\sin C$. - No izteiktajām vienādībām iegūst pierādāmo vienādību. Pierādījums:	1. Izmantojot doto zīmējumu, pabeidz kosinusu teorēmas pierādījumu!  2. Izveido atbilstošu zīmējumu un turpini pierādījumu! Dots: $\triangle ABC$, $BC = a$, $AC = b$, $\angle B = \beta$, $\angle A = \alpha$. Jāpierāda: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$! Pierādījums: Novelkam augstumu CD pret malu AB. Izmantojot sinusa definīciju 3. Pierādi, ka trijstūra laukumu var aprēķināt pēc formulas $S = p \cdot r$, kur p – trijstūra pusperimetrs un r – trijstūri ievilktais riņķa līnijas rādiuss!	1. Pierādi teorēmu: Jebkuras trijstūra malas garums ir vienāds ar apvilktās riņķa līnijas diametra un šīs malas pretleņķa sinusa reizinājumu! 2. Dots regulārs trijstūris. Tā iekšpusē atlikti punkti P un R. No punkta P pret trijstūra malām novilkta perpendikuli PK, PL, PM. No punkta R pret trijstūra malām novilkta perpendikuli RA, RB, RC. Pamato vienādību $PK + PL + PM = RA + RB + RC$!
Ir iepazinies ar tematā sastopamo faktu, sakarību atklāšanas vēsturi.	Atrodi nepieciešamo informāciju un atbildi uz jautājumiem! Kurš no matemātiķiem un kurā laikā pirmais aprakstīja ģeometriju kā aksiomātisku sistēmu? Vai Pitagors ir atklājis taisnleņķa trijstūra malu īpašību, kas pazīstama kā Pitagora teorēma? Kādas teorēmas kā pirmais ir pierādījis Pitagors? Kurš no matemātiķiem pirmais pierādīja, ka trijstūra smaguma centrs ir mediānu krustpunkts? [Šī informācija ir pieejama, piemēram, grāmatā Z.Briedis "Izcilie matemātiķi" (Rīga, Zvaigzne, 1990)]	Atrodi nepieciešamo informāciju un raksturo Pitagora un Eiklīda devumu ģeometrijas attīstībā!	Atrodi nepieciešamo informāciju un raksturo kādu ar trijstūriem saistītu faktu (teorēmu), kurš pierādīts salīdzinoši nesen!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Plāno risinājumu, aprēķinot trijstūra elementus un laukumu.	1. Dots uzdevums – vienādmalu trijstūra laukums ir $\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Aprēķināt trijstūra augstumu! Papildini dotos uzdevuma risināšanas plāna soļus un sakārto tos pareizā secībā! Risināšanas plāns: - Aprēķina trijstūra augstumu, izmantojot - Aprēķina trijstūra malas garumu, izmantojot - Izveido zīmējumu. 2. Katešu garumi ir doti. Izveido plānu ap trijstūri apvilkts riņķa līnijas rādiusa aprēķināšanai!	1. Izlasi doto uzdevumu! Dots vienādsānu trijstūris, tā pamata malas garums un leņķis pie virsotnes. Aprēķināt trijstūrī ievilkts riņķa līnijas rādiuss! Izveido plānu, papildinot uzdevuma risināšanas soļus un sakārtojot tos pareizā secībā! Risināšanas soļi: - Aprēķina ievilkts riņķa līnijas rādiusu, izmantojot formulu $S = p \cdot r$. - Aprēķina trijstūra laukumu, izmantojot formulu $S = \frac{1}{2} c \cdot b \cdot \sin \alpha$. - Aprēķina trijstūra sānu malu, izmantojot - Izveido uzdevumam atbilstošu zīmējumu. - Aprēķina trijstūra pusperimetru, izmantojot 2. Izveido plānu, lai varētu aprēķināt dažādmalu šaurleņķu trijstūra leņķus, ja doti visu malu garumi!	Doti 3 soļi uzdevuma risināšanai. Izveido uzdevumu, kuru varētu atrisināt pēc dotā plāna! - solis. Aprēķina trijstūra trešo malu. - solis. Aprēķina trijstūra laukumu. - solis. Aprēķina apvilkts riņķa līnijas rādiusu.
Sadarbojas, veicot pētnieciskos un praktiskos darbus par trijstūriem.	<i>Uzdevums risināms skolēnu grupām.</i> Izmantojot tāfeles taisnleņķa trijstūri, kura šaurais leņķis ir zināms, nosakiet staba (koka, skolas ēkas vai tml.) augstumu!	<i>Uzdevums risināms skolēnu grupām.</i> Dažādmalu trijstūrī ADC novilkts augstums DH, mediāna DM, bisektrise DB. Ko var secināt par nogriežņu DH, DB, DM garumiem? Vai atbilde ir viennozīmīga? Katrs no grupas dalībniekiem pēta noteiktu trijstūru veidu. Apspriežoties grupā, veidojiet atrisinājumu! Pamatojiet to!	<i>Uzdevums risināms skolēnu grupām.</i> - Katra grupa izveido uzdevumu/-us par trijstūriem, kura atrisinājums grupas dalībniekiem nav viennozīmīgi skaidrs. - Katra grupa izveido iespējamo sava uzdevuma risinājuma plānu. - Katra grupa, saņemot citas grupas uzdevumu, izveido tā risinājuma plānu. - Saņemot atpakaļ otras grupas piedāvāto plānu, uzdevumu autori to salīdzina ar savu plānu, uzraksta komentārus. - Katra grupa sagatavo sava izveidotā uzdevuma un iespējamo tā risinājuma plānu (sava un citas grupas) prezentāciju.

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Prezentē pētnieciskos un praktiskos darbos par trijstūriem iegūtos rezultātus.	Sagatavo mutisku dotā uzdevuma risinājuma prezentāciju! Kā, izmantojot tāfeles taisnleņķa trijstūri, kura šaurais leņķis ir zināms, var noteikt staba (koka, skolas ēkas vai tml.) augstumu!	Izmantojot IT iespējas, izveido dotajā uzdevumā iekļauto konstrukciju demonstrējumu! Brīvi izraudzītā trijstūrī konstruē augstumu krustpunktu, mediānu krustpunktu un apvilktās riņķa līnijas centru! Izvirzi hipotēzi par šo punktu savstarpējo novietojumu!	Izveido uzskatāmu dotā uzdevuma risinājuma prezentāciju! Trijstūra garākā mala ir 7 cm, bet viena no atlikušajām 4 cm. Kādās robežās var mainīties trešās malas garums, lai trijstūris būtu platleņķa?
Atrod uzziņas literatūrā nepieciešamās formulas, lai aprēķinātu trijstūra elementus un laukumu.	Norādi formulu, ar kuras palīdzību var aprēķināt trijstūra laukumu, ja doti lielumi! a) Dažādmalu trijstūra trīs malas. b) Dažādmalu trijstūra divas malas un leņķis starp tām. c) Dažādmalu trijstūra trīs malas un ievilktais riņķa līnijas rādiuss. d) Dažādmalu trijstūra trīs malas un apvilktās riņķa līnijas rādiuss. e) Vienādsānu trijstūra sānu mala un leņķis pie pamata. f) Vienādmalu trijstūrī mala. g) Vienādsānu trijstūrī sānu mala un pamata mala.	1. Trijstūrī ABC malu garumi ir $AB=6$, $AC=9$, $BC=8$. Trijstūrī novilkta bisektrise AK . Aprēķini nogriežņu BK un CK garumu! 2. Aprēķini doto trijstūru laukumus (M_10_UP_04_P3)! Pareizās atbildes atrodas starp dotajiem 16 atbilžu variantiem. Atbilstošos numurus ieraksti tabulā!	Trijstūrim ABC doti malu garumi a, b, c . Atrodi formulas un sastādi plānu trijstūra ABC augstumu, mediānu un bisektrišu garumu aprēķināšanai!
Novērtē skaitliskās atbildes precizitātes nozīmi teorētiskos un praktiskos uzdevumos.	Lai nostiprinātu skursteni, tam jāpiestiprina metāla balsti AC_1 un C_2D (zīm). Zināms, ka $AB_1=DB_2=2$ m, $B_1C_1=B_2C_2=6$ m. Cik gari balsti jāizgatavo? 	Saimniekam pieder zemes gabals, kam ir trijstūra forma ar malu garumiem 52 m, 48 m un 50 m. Pavasarī viņš plāno apsēt šo zemi ar kviešiem. Lai varētu zināt, kāds daudzums graudu nepieciešams, jāaprēķina zemes gabala laukums. Līdz kādai precizitātei ir lietderīgi rēķināt? Kuru no laukuma formulām ir visērtāk lietot? Kāda ir atbilde uz abiem iepriekšējiem jautājumiem, ja saimniekam jāaprēķina savas zemes gabala platība, lai noskaidrotu, vai pareizi aprēķināts zemes nodoklis?	Izlasi tekstu! <i>Kārlis atrisināja uzdevumu un vēlējās pārlicināties par atrisinājuma pareizību, apspriežoties ar mājiniekiem.</i> <i>Uzdevums: Apsveikuma pagatavošanai jāizgriež taisnstūrveida kartona loksne, kuras platums ir 10 cm un diagonāles garums 30 cm. Kāds ir loksnes garums?</i> <i>Atrisinājums: $\sqrt{900-100}=\sqrt{800}=20\sqrt{2}$ cm.</i> <i>Ģimenes locekļu komentāri:</i> • Pilnīgi pareizi. • Es gan rakstītu 28,3 cm. Kuram no komentāriem tu piekriti? Izsaki savu viedokli un pamato to!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto vektorus vienkāršos pierādījuma uzdevumos.	Trijstūra ABC mediānas AA_1, BB_1, CC_1, krustojas punktā O. Nosauc: a) vienādus vektorus, b) pretējus vektorus, c) vienādi vērstus vektorus, kuru moduļi atšķiras 2 reizes, d) pretēji vērstus vektorus, kuru moduļi atšķiras 3 reizes!	Trijstūrī ABC novilkta viduslīnija MN, kur $M \in AB$, $N \in CB$. Pierādi, ka $MN \parallel AC$ un $MN = \frac{1}{2}AC$, izmantojot vektorus!	Pierādi teorēmu! Ja punkts M ir trijstūra ABC mediānu krustpunkts, tad ir spēkā sakarība $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$.
Atrisini praktiska satura uzdevumus, izmantojot sakarības trijstūrī.	1. Darba lapā (M_10_UP_04_P2) iezīmēti neregulāri daudzstūri. Nosauc to laukumus, veicot nepieciešamos mērījumus un/vai aprēķinus! 2. Kā, izmantojot tāfeles taisnleņķa trijstūri, kura šaurais leņķis ir zināms, var noteikt staba (koka, skolas ēkas vai tml.) augstumu?	Kartē redzama stacijas (S), tūristu bāzes (T) un viesu nama (V) atrašanās vieta. Attālums no stacijas līdz tūristu bāzei ir 8 km, bet attālums no tūristu bāzes līdz viesu namam ir 6 km. Leņķa SVT lielums ir 41°. Aprēķini attālumu no stacijas līdz viesu namam! 	Trīs diski, kuru rādiusi ir 0,5 m, veido trijstūra veida trišu sistēmu (zīm.). Attālumi starp disku centriem ir 4 m, 5 m, 6 m. Aprēķini garumu siksnai, kura uzmontēta šai sistēmai, izmantojot dotos attālumus un pieņemot, ka sikсна nestiepjās! 
Argumentē viedokli par planimetrijas kursā iegūto zināšanu un prasmju pielietošanas iespējām.	Nosauc, kuru profesiju pārstāvji izmanto ģeometrijas zināšanas savā darbā!	Paskaidro, kā visracionālāk aprēķināt zemes gabala laukumu – dabā vai, ja dots zemes gabala plāns! Kādas matemātiskās zināšanas tam nepieciešamas?	Raksturo situāciju (ja tāda ir bijusi!) vai problēmu, kuru: a) tu vai tavi ģimenes locekļi sekmīgi atrisināja, izmantojot ģeometrijas zināšanas, b) tu vai tavi ģimenes locekļi nevarēja atrisināt nepietiekamu ģeometrijas zināšanu dēļ!

ATTĀLUMU NOTEIKŠANA DABĀ

1. uzdevums

Nosakiet attālumu no punkta A līdz nepieejamam punktam B!

2. uzdevums

Nosakiet neaizsniedzama objekta augstumu!

Darba gaita

- Izdomājiet, kā iespējams noteikt prasīto attālumu!
- Kādas ģeometrijas teorēmas, sakarības un formulas izmantosiet?
- Uzskicējiet atbilstošu zīmējumu!
- Kādi punkti bez dotajiem objektiem nepieciešami, lai veiktu mērījumus un aprēķinus?
- Iezīmējiet šos punktus dabā, izmantojot mietiņus!
- Aiciniet skolotāju salīdzināt skici ar situāciju dabā!
- Izvēlieties mērinstrumentus un veiciet nepieciešamos mērījumus!
- Pierakstiet mērījumu rezultātus!
- Izdariet nepieciešamos aprēķinus!
- Novērtējiet rezultāta precizitāti, uzrakstiet iemeslus iespējamajām neprecizitātēm! Kādi uzlabojumi būtu jāveic, lai precizitāti palielinātu?



ATTĀLUMU NOTEIKŠANA DABĀ

1. uzdevums

Nosakiet attālumu no punkta A līdz nepieejamam punktam B!

2. uzdevums

Nosakiet neaizsniedzama objekta augstumu!

Darba gaita

- Izdomājiet, kā iespējams noteikt prasīto attālumu!
- Kādas ģeometrijas teorēmas, sakarības un formulas izmantosiet?
- Uzskicējiet atbilstošu zīmējumu!
- Kādi punkti bez dotajiem objektiem nepieciešami, lai veiktu mērījumus un aprēķinus?
- Iezīmējiet šos punktus dabā, izmantojot mietiņus!
- Aiciniet skolotāju salīdzināt skici ar situāciju dabā!
- Izvēlieties mērinstrumentus un veiciet nepieciešamos mērījumus!
- Pierakstiet mērījumu rezultātus!
- Izdariet nepieciešamos aprēķinus!
- Novērtējiet rezultāta precizitāti, uzrakstiet iemeslus iespējamajām neprecizitātēm! Kādi uzlabojumi būtu jāveic, lai precizitāti palielinātu?

Vārds

Uzvārds

klase

datums

VIENLIELI TRIJSTŪRI

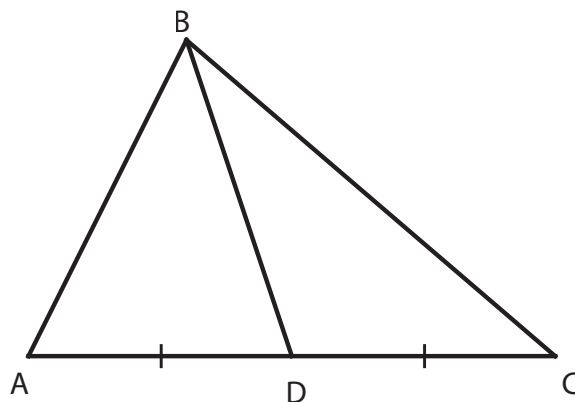
1. uzdevums

Trijstūrī ABC novilkta mediāna BD . Papildini pamatojumu tam, ka $S_{ABD} = S_{BCD}$!

Trijstūru ABD un BCD malas
 un augstumi pret šīm malām

Trijstūra laukums ir vienāds ar pusi no malas un pret to vilktā augstuma reizinājuma. Tā kā vienādu lielumu reizinājumi arī ir, tad

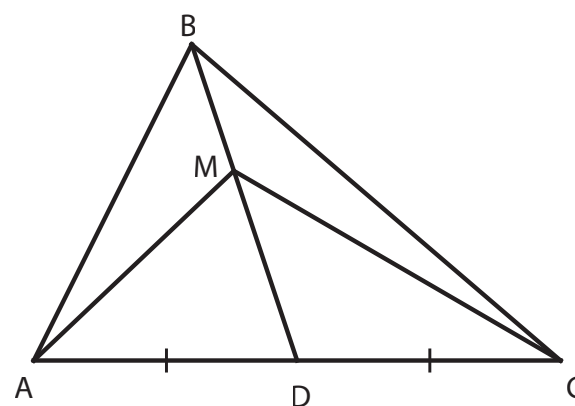
$$S_{ABD} = S_{BCD}.$$



2. uzdevums

Uz trijstūra ABC mediānas BD atlikts punkts M .

a) Pamato, ka $S_{AMD} = S_{MCD}$!



b) Pamato, ka $S_{AMB} = S_{MCB}$!

3. uzdevums

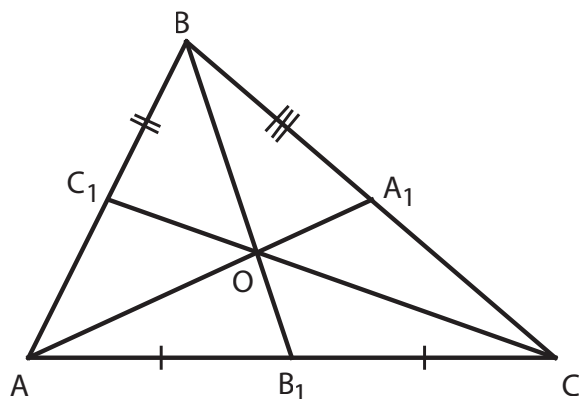
Trijstūrī ABC novilkta mediānas A_1 , B_1 un C_1 , kas krustojas punktā O . Mediānas sadala trijstūri sešos trijstūros.

- a) Papildini vienādības, indeksā norādot trijstūrus, kuri ir vienlieli ar vienādību kreisajā pusē esošajiem trijstūriem!

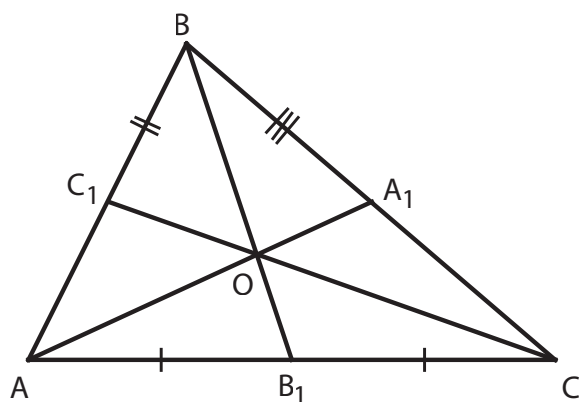
$$S_{AOB_1} = S \dots$$

$$S_{BOC_1} = S \dots$$

$$S_{COA_1} = S \dots$$



- b) Pierādi, ka trijstūra mediānas sadala trijstūri sešos vienlielos trijstūros!



Vārds

uzvārds

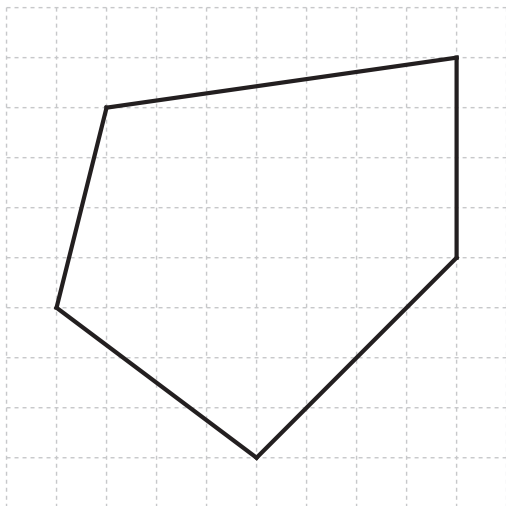
klase

datums

LAUKUMA APRĒĶINĀŠANA

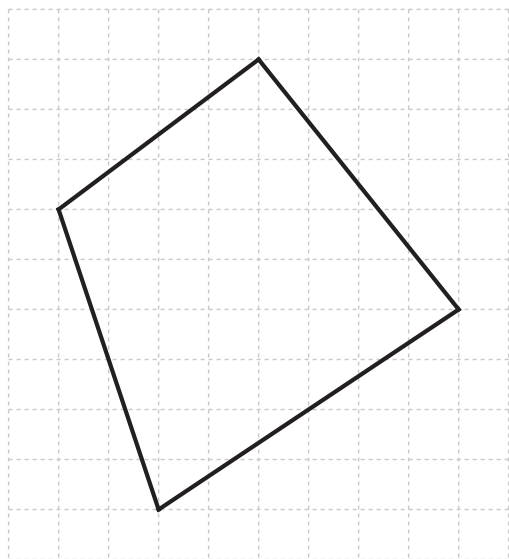
1. uzdevums

Dots neregulārs daudzstūris. Nosaki daudzstūra laukumu!



2. uzdevums

Dots zemes gabala plāns mērogā 1:10000. Nosaki, cik m^2 liels ir attēlotais zemes gabals!



Vārds

uzvārds

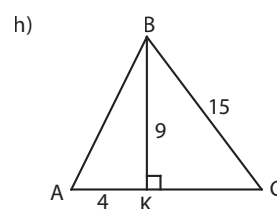
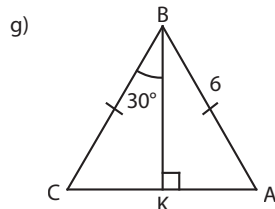
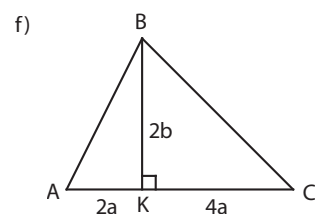
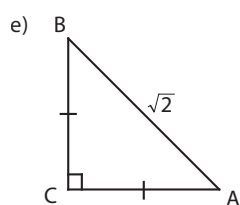
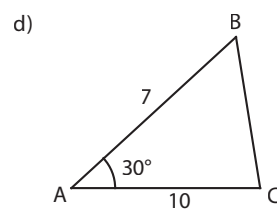
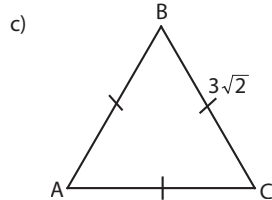
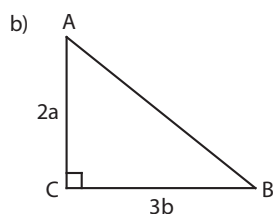
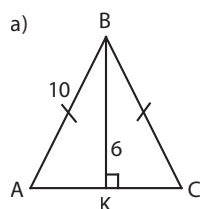
klase

datums

TRIJSTŪRA LAUKUMA APRĒĶINĀŠANAS FORMULAS

Uzdevums

Aprēķini doto trijstūru laukumus! Pareizās atbildes izvēlies no dotajiem 16 atbilžu variantiem un atbilstošos numurus ieraksti tabulā!



Atbilžu varianti:

1) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$	5) $6ab$	9) 72	13) $3ab$
2) $\frac{70\sqrt{3}}{2}$	6) 17,5	10) $2a + 3b$	14) $\sqrt{2}$
3) 96	7) $\frac{1}{2}$	11) 1	15) $9\sqrt{3}$
4) 128	8) $12ab$	12) 48	16) 36

Piemērs	a	b	c	d	e	f	g	h
Atbildes numurs								

Vieta aprēķiniem:

Vārds

uzvārds

klase

datums

TRIJSTŪRA BISEKTRISES ĪPAŠĪBA

Situācijas apraksts

Dots trijstūris, kurā nepieciešams novilkt viena leņķa bisektrisi, bet nav pieejams ne transportieris, ne cirkulis, ir tikai lineāls, kuru var izmantot gan mērīšanai, gan taisņu novilkšanai. Kāds no klātesošajiem atceras, ka dzirdējis faktu, ka trijstūra leņķa bisektrise dalot trijstūra pretējo malu īpašā attiecībā.

Pētāmā problēma

Kādā attiecībā trijstūra leņķa bisektrise dala trijstūra pretējo malu?

Darba gaita

1. Uzzīmē trīs dažādus trijstūrus ABC (vienu šaurleņķa, vienu platleņķa un vienu taisnleņķa)! Konstruē tajos leņķa A bisektrisi AD !
2. Izmēri malas BC nogriežņu BD un DC garumus, aprēķini to attiecības ar precizitāti līdz 0,1 cm! Datus apkopo tabulā!
3. Izmēri citus zīmējumā redzamos nogriežņus, aprēķini dažādas šo nogriežņu attiecības!

Mērījumu un aprēķinu reģistrēšana

Nogriežņu garumi un to attiecības trijstūrī

Nr.	BD cm	DC cm	AB cm	AC cm	$\frac{BD}{DC}$	$\frac{AB}{AC}$	$\frac{AC}{DC}$	$\frac{AB}{DB}$

Izmantojot tabulas datus, izvirzi hipotēzi par interesējošo nogriežņu garumu attiecību!

Hipotēze

.....

Hipotēzes pierādījums

Rezultātu analīze, izvērtējums un secinājumi

- Izskaidro, kā tu rīkosies, ja patvaļīgā trijstūrī jānovelk leņķa bisektrise, izmantojot tikai lineālu!
- Izskaidro, kāpēc darba gaitā paredzēts zīmēt dažāda veida trijstūrus!
- Izskaidro cēloņus hipotēzes izvirzīšanas grūtībām, ja tādas bija!