

6.TEMATS**VIRKNES**[Temata apraksts](#)[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)[Uzdevumu piemēri](#)

M_10_UP_06_P1

[Iracionāla skaitļa \$\pi\$ aptuvenās vērtības noteikšana](#)

Skolēna darba lapa

M_10_LD_06

[Virknes](#)

Skolēna darba lapa

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

VIRKNES

TEMATA APRAKSTS

Skolēniem virknes, aritmētiskās un ģeometriskās progresijas jēdziens ir zināms no pamatskolas. Vidusskolā iespējams parādīt skolēniem, ka temats, kurš nosacīti ir savrups, būtībā ir cieši saistīts ar citiem matemātikas jautājumiem.

Virknes ir lielumu maiņu veidu kvantitatīvi raksturotāji (tai skaitā aritmētiskās un ģeometriskās progresijas raksturo divus ļoti izplatītus lielumu maiņu veidus – ja process rit vienmērīgi vai ir process, kurā pieaugums pats kļūst par jauna pieauguma avotu).

Virknes var interpretēt kā naturāla argumenta funkcijas, kuras atspoguļo lielumu maiņas likumus. Jāakcentē virkņu uzdošanas veidu dažādība, būtiska ir simbolikas lietošanas prasmju pilnveidošana, iespējams nostiprināt prasmi izteikt lielumus no formulas.

Tematā iespējams pievērsties hipotēžu izvirzīšanai, saskatot likumsakarības (par virknes nākamo locekli, virknes locekļu summu), veicināt izpratni par pierādījuma nepieciešamību, pilnveidot prasmi pierādīšanai lietot matemātiskās indukcijas principu.

Izpratne par virknēm ir ieguldījums turpmākajā izglītībā (kad būs nepieciešams apgūt robežas, rindas), radot priekšstatu par bezgalīgas virknes summas aprēķināšanas iespēju.

Izmantojot bezgalīgi dilstošas ģeometriskas progresijas summas formulu, var pāriet no skaitļa pieraksta bezgalīgas periodiskas decimāldaļas formas uz parasto daļu. Virkņu saistību ar citiem matemātikas un ne tikai matemātikas jautājumiem var akcentēt, demonstrējot Zelta griezumu un Fibonači virkni.

Temata apguvē ir būtiskas skolēnu iepriekšējās zināšanas, pieredze, intuīcija. Akcentējot prasmi saskatīt likumsakarības, jānorāda, ka dažu virknes pirmo locekļu apskatīšana neļauj neko apgalvot par virknes veidošanas vispārīgo likumu, tā būs tikai hipotēze.



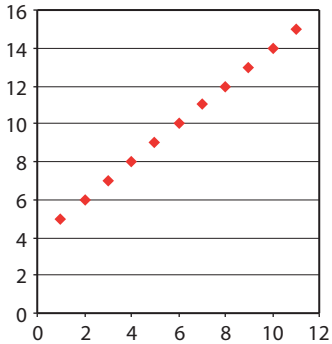
C E Ļ V E D I S

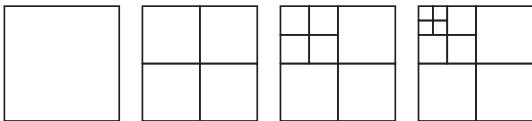
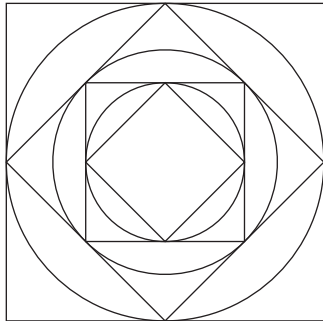
Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Izprot funkcijas un ar to saistītos jēdzienus; lieto dažādus funkcijas uzdošanas veidus; pazīst lineāru funkciju, kvadrātfunkciju, pakāpes funkciju ar veselu kāpinātāju, eksponentfunkciju, logaritmisko funkciju, trigonometriskās funkcijas, virkni kā naturāla argumenta funkciju.	Lieto dažādus spriedumu iegūšanas veidus (empīrisko, induktīvo, deduktīvo); vispārina, klasificē, saskata analogijas, novērtē procesu tendences.	Izprot pierādījuma nepieciešamību, būtību un struktūru, lieto dažādus pierādījumu veidus.	Izprot matemātikas kā zinātnes attīstības tendences un novērtē matemātikas svarīgāko sasniegumu nozīmi sabiedrības attīstībā, nosaucot piemērus.
PROGRAMMĀ	- Izprot skaitļu virknes jēdzienu, virknes uzdošanas veidus (aprakstoši, ar vispārīgā locekļa formulu, rekurenti), lieto atbilstošo simboliku. - Uzraksta virknes locekļus, ja dota virknes vispārīgā locekļa formula, virkne uzdota rekurenti vai aprakstoši.	Saskata likumsakarības un izsaka hipotēzi par virknes nākamo locekli, par virknes uzdošanu rekurenti vai virknes vispārīgā locekļa formulu, par virknes locekļu summu.	Pierāda virknes n-tā locekļa formulu un pirmo n locekļu summas formulu, izmantojot matemātisko indukciju.	Analizē virkņu saistību ar citiem matemātikas jautājumiem (Fibonači virkne un Zelta griezum, virkne $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ un skaitlis e).
STUNDĀ	Vizualizēšana. Darbs ar tekstu. <i>SP. Virknes jēdziens.</i> <i>KD. Virknes pieraksts.</i>	Izpēte. <i>LD. Virknes.</i>	<i>KD. Formulas pierādīšana.</i>	<i>VM. Zelta griezums</i> <i>VM. Fibonači virkne.</i> <i>VM. Koha sniegpārslīņa.</i>

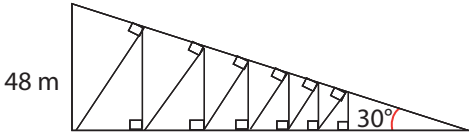
UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot skaitļu virknes jēdzienu, virknes uzdošanas veidus (aprakstoši, ar vispārīgā locekļa formulu, rekurenti), lieto atbilstošo simboliku.	1. Ar kuru no formulām ir definēta virkne? a) $a_n = 2n - 5, n \in R$ b) $a_n = 2n - 5, n \in N$ c) $a_n = 2n - 5, n \in Z$ 2. Kuras no kopām var būt virknes definīcijas apgabals? a) Z b) N c) R d) $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ 3. Kā katrā no gadījumiem ir definēta virkne (aprakstoši, ar vispārīgā locekļa formulu, rekurenti)? a) $a_n = 2n + 3, n \in N$ b) Virkni veido visi pirmskaitļi, sakārtoti augošā secībā. c) $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 4, n \in N$	1. Virkni a_n veido visi skaitļa 3 dalāmie augošā secībā. Nosaki virknes pirmos trīs locekļus! Definē šo virkni rekurenti! Uzraksti virknes vispārīgā locekļa formulu! 2. Izveido četras dažādas virknes, kurām pirmie divi locekļi ir skaitļi 1 un 4! Apraksti ar vārdiem likumsakarības, pēc kurām veidoji šīs virknes! 1; 4; ... 1; 4; ... 1; 4; ... 1; 4; ...	1. Izveido divas tādas skaitļu virknes, lai to definīcijas apgabali sakristu, bet vērtību apgabali nesakristu, pie tam, vienas virknes vērtību apgabals būtu otras virknes vērtību apgabala apakškopa! 2. Dota virkne 2; 4; 6; 8; Vai virkne ir definēta viennozīmīgi? Atbildi pamato!
Uzraksta virknes locekļus, ja dota virknes vispārīgā locekļa formula, virkne uzdota rekurenti vai aprakstoši.	1. Pabeidz teikumu! a) Virkne uzdota ar vispārīgā locekļa formulu. Lai aprēķinātu virknes trešo locekli, vispārīgā locekļa formulā b) Virkne (a_n) uzdota rekurenti $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 3, n \in N$. Lai aprēķinātu šīs virknes divdesmit septīto locekli, ir jāzina šīs virknes 2. Uzraksti virkņu (a_n) un (x_n) pirmos 3 locekļus! a) $a_n = \frac{2n}{n+1}, n \in N$ b) $x_n = 4, n \in N$	1. Augošas virknes (a_n) locekļi ir visi tie naturālie skaitļi, kurus dalot ar 5, atlikumā iegūst 3. Uzraksti pirmos četrus šīs virknes locekļus, trīspadsmīto un divdesmit pirmo šīs virknes locekli! 2. Uzraksti pirmos četrus dotās virknes locekļus! a) $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 5, n \in N$ b) $a_1 = 1, a_2 = -4, a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n, n \in N$	Virknes (a_n) un (b_n) definētas visiem naturālajiem skaitļiem. Virkne (a_n) uzdota rekurenti, bet virkne (b_n) ar vispārīgā locekļa formulu. Izvērtē šo virkņu divdesmitā locekļa skaitliskās vērtības aprēķināšanas gaitu!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Atšķir augošas, dilstošas, maiņzīmju, nemainīgas, galīgas, bezgalīgas virknes.	1. Uzraksti galīgas dilstošas virknes piemēru! 2. Pabeidz iesāktos teikumus! Aritmētiskā progresija ir augoša, ja tās difference ir Ģeometriskā progresija ir dilstoša, ja tās kvocients ir Aritmētiskā progresija ir nemainīga virkne, ja tās difference ir	Raksturo dotās virknes, lietojot jēdzienus augoša vai dilstoša, maiņzīmju, galīga vai bezgalīga, nemainīga! a) $b_n = \frac{1}{n}, n \in N$ b) Visu trīsciparu skaitļu virkne, kuras locekļi sakārtoti augošā secībā. c) $a_n = n^0, n \in N$ d) $x_n = (-1)^n, n \in N$	Dota virkne $a_n = \frac{n+2}{n+5}, n \in N$. a) Izsaki hipotēzi par to, vai virkne ir augoša vai dilstoša! b) Formulē faktu, kas būtu jāpierāda, lai pamatotu, ka virkne $a_n = \frac{n+2}{n+5}, n \in N$ ir augoša!
Lieto virknes grafiku.	Dots virknes grafiks. Nosaki: šīs virknes devīto locekli, kārtas numuru virknes loceklim, kura skaitliskā vērtība ir 9! 	1. Virknes (a_n) visi locekļi ar nepāra kārtas numuriem ir -1, bet locekļi ar pāra kārtas numuriem ir 0. Attēlo šo virkni grafiski, atliekot pirmos sešus locekļus! 2. Ģeometriskās progresijas pirmais loceklis ir 8, bet kvocients $\frac{1}{2}$. Attēlo to grafiski, atliekot vismaz piecus punktus!	1. Nekonstruējot grafikus, raksturo virknes $a_n = n^2 - 5$ un funkcijas $y = x^2 - 5$ grafikus! 2. Nosaki virknes $a_n = n^2 - 20n + 120$ mazāko locekli! Atbilde pamato! 3. Ģeometriskās progresijas pirmais loceklis ir 8, bet kvocients $\frac{1}{2}$. Attēlo to grafiski, atliekot vismaz piecus punktus! Uzraksti formulu eksponentfunkcijai, kuras grafikam pieder visi šīs progresijas punkti!
Pāriet no skaitļa pieraksta bezgalīgas periodiskas decimāldaļas formā uz parasto daļu, izmantojot bezgalīgi dilstošas ģeometriskas progresijas summas formulu.	Dota virkne $0,4; 0,04; 0,004, \dots$, kuras katrs nākamais loceklis ir 10 reižu mazāks nekā iepriekšējais. a) Pamato, ka dotā virkne ir bezgalīgi dilstoša ģeometriskā progresija! b) Skaitli $0,4$ uzraksti kā summu, kuras saskaitāmie ir dotās virknes locekļi! c) Ar bezgalīgi dilstošas ģeometriskas progresijas summas formulu aprēķini dotās virknes visu locekļu summu! d) Uzraksti skaitli $0,4$ kā parasto daļu!	Pārveido skaitli $0,62$ par parasto daļu, izmantojot bezgalīgi dilstošas ģeometriskas progresijas summas formulu!	Pārveido skaitli $2,6$ par parasto daļu: izmantojot bezgalīgi dilstošas ģeometriskas progresijas summas formulu; apzīmējot doto skaitli ar x un apskatot tā decimālos daudzkārtņus $10x, 100x, \dots$ Novērtē, kurš no paņēmieniem tev šķiet racionālāks!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto jēdzienus – <i>virknēs n-tais loceklis, pirmo n locekļu summa, aritmētiskā un ģeometriskā progresija, difference, kvocients</i> , – formulējot reālus, sadzīviskus faktus, procesus matemātiskā valodā.	Virkni veido augoša secībā sakārtoti skaitļa 5 dalāmie. Raksturo virkni, lietojot jēdzienus: pirmais loceklis, n – tais loceklis, progresija, augoša, dilstoša, galīga, bezgalīga, difference!	Amfiteātri ir 10 rindas, katrā nākamajā rindā ir par 20 vietām vairāk nekā iepriekšējā rindā. Pēdējā rindā ir 280 vietu. Apraksti šo situāciju, lietojot ar virknēm saistītus matemātiskus jēdzienus!	2000. gadā firmas peļņa bija Ls 50 000. Laikā no 2000. gada līdz 2006. gadam firmas peļņa katru gadu pieauga par 10 %, salīdzinājumā ar iepriekšējo gadu. Apraksti šo situāciju, lietojot ar virknēm saistītus matemātiskus jēdzienus!
Raksturo grafiskos attēlos ietverto informāciju ar skaitļu virknēm (piemēram, zīmējumā attēloto figūru perimetru vai laukumu skaitliskās vērtības veido virkni).	Figūras tiek veidotas, ievērojot noteiktu likumsakarību. Izsaki hipotēzi par nākamo figūru un uzzīmē to! “Ķieģeļu” skaitu figūrās raksturo ar skaitliskas virknes palīdzību! a)  b)  c) 	Dots kvadrāts. Tas tiek sagriezts četros vienādos kvadrātos, viens no iegūtajiem kvadrātiem atkal tiek sagriezts četros vienādos kvadrātos, viens no iegūtajiem kvadrātiem atkal tiek sagriezts četros vienādos kvadrātos utt. (zīm.). Raksturo kvadrātu skaitu kā skaitlisku virkni! Definē šo virkni rekurenti un ar vispārīgā locekļa formulu! 	1. Dots kvadrāts, kura malas garums ir 1 vienība. Pirmajā solī ar nogriezni savieno divu pretējo malu viduspunktus un iekrāso pusi no laukuma. Nākamajā solī ar nogriezni savieno neiekrāsotās daļas pretējo malu viduspunktus un iekrāso pusi no vēl neiekrāsotā laukuma, utt. Katrā solī iekrāsoto laukumu pieraksti kā skaitli! Aprēķini, kāds laukums ir iekrāsots pēc pieciem soļiem, un kāds – pēc astoņiem soļiem! Ko tu vari secināt, ja krāsošana turpinās bezgalīgi? 2. Kvadrātā, kura malas garums 12 cm, ievilkta riņķa līnija, riņķa līnijā ievilkts kvadrāts, kvadrātā ievilkta riņķa līnija utt. Šis process tiek turpināts bezgalīgi. Saskati trīs ģeometriskās progresijas, ar kuru palīdzību var skaitliski raksturot šo procesu! Divām no šīm virknēm aprēķini pirmos trīs locekļus! 

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Saskata likumsakarības un izsaka hipotēzi par virknes nākamo locekli, par virknes uzdošanu rekurenti vai virknes vispārīgā locekļa formulu, par virknes locekļu summu.	Saskati likumsakarību, pēc kuras veidota dotā virkne! Izsaki hipotēzi par virknes nākamo locekli un n -to locekli! a) 1; 4; 9; 16; 25; ... b) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots$ c) $\frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{4}{7}; \frac{8}{9}; \dots$	Doti virknes pirmie trīs locekļi 2; 6; 18; ... Saskati vismaz divas likumsakarības, pēc kurām varētu būt veidota dotā virkne! Apraksti šīs likumsakarības, saskaņā ar katru no tām uzraksti nākamo virknes locekli un izsaki hipotēzi par n -to locekli vai definē aprakstīto likumsakarību rekurenti!	1. Izsaki hipotēzi par virknes $0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}; \dots$ vispārīgā locekļa formulu! 2. Dota virkne (a_n) , kas definēta rekurenti: $a_1=3, a_{n+1}=2a_n$. Izsaki hipotēzi par šīs virknes vispārīgā locekļa formulu! Pierādi to ar matemātisko indukciju!
Pierāda virknes n-tā locekļa formulu un pirmo n locekļu summas formulu, izmantojot matemātisko indukciju.	Dots, ka (a_n) ir aritmētiskā progresija ar diferenci d . Izmantojot matemātiskās indukcijas principu, pierādi, ka visiem, $n \in N$ ir spēkā formula $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$!	Izmantojot matemātiskās indukcijas principu, pierādi ģeometriskās progresijas: a) n -tā locekļa formulu; b) pirmo n locekļu summas formulu!	Dota nepāra skaitļu virkne. Izsaki hipotēzi par šīs virknes pirmo n locekļu summas formulu! Pierādi to ar matemātisko indukciju!
Izmanto IT, aprēķinot virknes locekļus, pirmo n locekļu summu.	Virkne (a_n) uzdota ar vispārīgā locekļa formulu $a_n = \ln(n)$, $n \in N$. Nosaki pirmos 10 locekļus, un uzzīmē šīs virknes grafiku, izmantojot lietojumprogrammu Excel!	Stāsta, ka Indijas karalis Jāvis šaha spēles izgudrotājam pieprasīt no karaļa jebkuru atalgojumu. Spēles izgudrotāja lūgums bija visai dīvains: uz šaha galda pirmā lauciņa novietot 1 kviešu graudu, uz otrā divreiz vairāk jeb 2 graudus, uz trešā – atkal 2 reizes vairāk nekā uz otrā jeb 4 graudus, utt. līdz pēdējam 64. lauciņam. Protams, par tādu “nieka” lūgumu karalis tikai pasmaidījis, bet, kad viņa kalpi sākuši lūgumu izpildīt, atklājies, ka tik daudz kviešu graudu nav pat visā Indijā. Aprēķini pieprasīto graudu skaitu!	Izlasī doto tekstu (M_10_UP_06_P1)! Atrodi nepieciešamo rindas locekļu skaitu, lai iegūtu skaitļa π vērtību, ar precizitāti līdz tūkstošdaļām, ar Leibnīca rindas palīdzību un ar 1995. gadā atklātā algoritma palīdzību!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izmanto zināšanas par virknēm, atrisinot praktiskus uzdevumus.	1. Izvēloties mobilā telefona programmu "Sazvanīsimies", abonentam pirmajā mēnesī nav jāmaksā par 5 sarunas minūtēm, bet katrā nākamajā mēnesī bezmaksas sarunu laiks tiek palielināts par 30 sekundēm. Cik bezmaksas sarunu minūšu abonentam būs pēc gada? 2. Sienas pulkstenis pusstundās sit tikai vienu reizi, bet pilnās stundās sit pilnu stundu skaitu. Cik reizes diennaktī sit sienas pulkstenis?	Zīmējumā attēlota metāla konstrukcija. Aprēķini otra īsākā vertikālā balsta garumu! 	1. No fizikas kursa zināms, ka vienmērīgi paātrinātā kustībā (formula $s = \frac{at^2}{2}$) ir spēkā šāds fakts: viens otram sekojošos vienādos laika intervālos veikto attālumu attiecība ir 1:3:5:7: ... Pamato to! 2. Izlasi tekstu! <i>Ņūtons ir formulējis atdzišanas likumu. Ja t_0 ir objekta temperatūra pie vides temperatūras R, tad objekta temperatūra t_n pēc n minūtēm, ir aprēķināma no rekurenti definētas vienādošanas $t_n - t_{n-1} = k(t_{n-1} - R)$, kur k – proporcionalitātes koeficients.</i> Izmantojot šo likumu, atrisini uzdevumu! Krūzīti ar kafiju, kuras temperatūra ir 98°C, ienesa istabā, kuras temperatūra 18°C, un pēc vienas minūtes kafija atdzisa līdz 94°C. Aprēķini proporcionalitātes koeficientu un kafijas temperatūru pēc 5 minūtēm!
Analizē virkņu saistību ar citiem matemātikas jautājumiem (Fibonači virkne un Zelta griezums, virkne $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ un skaitlis e).	Dotas skaitliskas izteiksmes: $\sin 30^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\sin 90^\circ$. Pārveido doto izteiksmju vērtības formā $\frac{\sqrt{n}}{m}$, kur $n, m \in N$!	1. Regulāriem n-stūriem ir spēkā formula $a_n = 2R \cdot \sin \frac{\pi}{n}$, kur a_n ir n-stūra malas garums un R ir ap n-stūri apvilktās riņķa līnijas rādiuss. Šo formulu var uzskatīt par kādas virknes vispārīgā locekļa formulu. a) Apraksti, kas veido šo virkni! b) Nosaki šīs virknes definīcijas apgabalu! c) Aprēķini šīs virknes pirmos trīs locekļus! d) Raksturo šīs virknes īpašības! 2. Virkne (a_n) uzdota ar vispārīgā locekļa formulu $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Aprēķini šīs virknes pirmos astoņus, piecdesmito un simto locekli, izmantojot IT! Izvērtē iegūtos rezultātus un prognozē, kādam skaitlim tuvosies virknes locekļu vērtības, palielinot n!	Matemātikā īpašu vietu ieņem Fibonači virkne. Tā tiek definēta šādi: virknes pirmie divi locekļi ir 1 un katrs nākamais virknes loceklis tiek iegūts, saskaitot divus iepriekšējos. Animācijā (M_10_UP_06_VM1) tiek demonstrēts Fibonači virknes "ģeometriskais modelis". Noteiktā veidā definētām Fibonači virknes locekļu attiecībām ir saistība ar Zelta griezumu (ja nepieciešams, noskaidro šī jēdziena saturu). Vēro animāciju, veic aprēķinus un izvirzi hipotēzi par to, kāda ir šī saistība!

IRACIONĀLA SKAITĻA π APTUVENĀS VĒRTĪBAS

NOTEIKŠANA

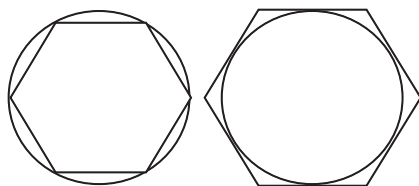
Uzdevums

Izlasi doto tekstu! Atrodi nepieciešamo rindas locekļu skaitu, lai iegūtu skaitļa π vērtību ar precizitāti līdz tūkstošdaļām ar Leibnica rindas palīdzību un ar 1995.gadā atklātā algoritma palīdzību!

Matemātikā dažādu lielumu apzīmēšanai lieto burtus. Grieķu alfabēta burtu π matemātikā lieto kā skaitļa apzīmējumu. Kā zināms, ģeometrijā skaitli π definē kā riņķa līnijas garuma un diametra attiecību. Taču skaitli π plaši izmanto arī citās matemātikas nozarēs. Skaitlis π ir iracionāls.

Arhimēds skaitli π aptuveni novērtēja ar $\frac{2}{7}$, senie ķīniešu matemātiķi ar $\frac{355}{113}$.

Iespējams, ka Arhimēds bija pirmais zinātnieks, kas ierosināja aprēķināt skaitli π , izmantojot matemātiskas metodes. Šai nolūkā viņš ievilka riņķa līnijā un apvilka ap riņķa līniju regulārus daudzstūrus.



Viņš pieņēma, ka riņķa līnijas diametrs ir 1 (viena vienība). Tāpēc ievilkta daudzstūra perimetrs ir riņķa līnijas garuma jeb skaitļa π novērtējums ar iztrūkumu, bet apvilktā daudzstūra perimetrs ir skaitļa π novērtējums ar uzviju. Piemēram, ja ievilk riņķa līnijā un apvelk ap riņķa līniju regulāru sešstūri un aprēķina to perimetrus, tad iegūst šādu novērtējumu: $3 < \pi < 2\sqrt{3}$. Aprēķinot ievilkta un apvilktā regulāra 96-stūra perimetrus, Arhimēds ieguva šādu novērtējumu: $3\frac{1}{7} < \pi < 3\frac{10}{71}$.

17. gadsimtā matemātiķi atklāja, ka skaitli π var aprēķināt, izmantojot rindas. Rinda ir bezgalīga summa $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$, kur $u_1; u_2; u_3; \dots; u_n \dots$ ir rindas locekļi. Daudzpunkte rindas beigās nozīmē, ka šai izteiksmei nav pēdējā saskaitāmā. Ja mēs saskaitām galīgu skaitu rindas locekļu, mēs allaž iegūstam skaitlisku rezultātu. Taču pilnīgi visus rindas locekļus nespēj saskaitīt ne cilvēks, ne dators.

Vācu matemātiķis Leibnics skaitļa π vērtības tuvinātai aprēķināšanai izmantoja šādu rindu:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots + (-1)^k \frac{1}{2k+1} \dots = \frac{\pi}{4}.$$

Ir skaidrs, ka jo vairāk rindas locekļu saskaitīs, jo aprēķini būs precīzāki.

Rindu var pierakstīt arī īsi, ja izmanto simbolu $\sum$ (grieķu burts “sigma”, pirmais burts vārdā “summa”). Simbolu $\sum_{k=1}^{\infty}$ lasa: summa, ja k mainās no 1 līdz bezgalībai. Iepriekš doto Leibnica rindu īsāk var pierakstīt: $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{1}{2k-1} \dots = \frac{\pi}{4}$.

Gadu gaitā matemātiķi ir atraduši daudzus algoritmus, kas ātri nonāk pie vēlamā rezultāta. 1995. gadā zinātnieku grupa (*D.H.Bailey, P.Borwein un S.Plouffe*) atklāja šādu veiksmīgu skaitļa π aprēķināšanas rindu:

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right).$$

$$\pi = 1 \left(\frac{4}{1} - \frac{2}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{4}{9} - \frac{2}{12} - \frac{1}{13} - \frac{1}{14} \right) + \frac{1}{256} \left(\frac{4}{17} - \frac{2}{20} - \frac{1}{21} - \frac{1}{22} \right) + \dots + \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right) \dots$$

Vārds

uzvārds

klase

datums

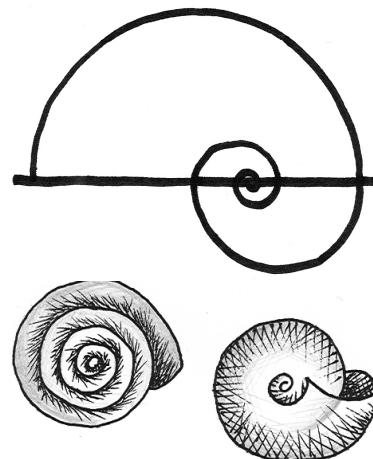
VIRKNES

Situācijas apraksts

Uzmanīgi vērojot apkārtni, varam saskatīt dažādus objektus, kuriem ir spirālveida forma, piemēram, gliemežnīca (skt. attēlu).

Mūsu izpētes objekts ir spirāle, kas sastāv no pusriņķa līniju lokiem. Pirmā (lielākā) pusloka rādiuss ir 12 cm. Katram nākamajam puslokam rādiuss ir divas reizes mazāks. Zīmējumā ir redzami spirāles pirmie 6 loki. Teorētiski spirāles loku skaits nav ierobežots (ir bezgalīgi liels).

Nepieciešams praktiski izveidot – izlocīt no stieples, šādu spirāli ar ļoti lielu loku skaitu (pieņemsim, ka tas ir iespējams). Stieplei nevajadzētu būt ne par garu, ne par īsu.



Pētāmā problēma

Cik gara stieple nepieciešama, lai varētu izlocīt šādu spirāli?

Darba gaita

1. Aprēķini zīmējumā redzamo sešu loku un nākamā (vēl neuzzīmētā) loka rādiusus un loku garumus! Rezultātus ieraksti tabulā!
2. Nosaki spirāles garumu, ja to veido pirmie divi, pirmie trīs, ..., pirmie septiņi loki, un rezultātus ieraksti tabulā!
3. Izpēti virkni, ko veido loku garumi, un ieraksti tabulā 8., 9. un 10. loka garumu!
4. Aprēķini spirāles garumu, ja to veidotu pirmie astoņi, pirmie deviņi un pirmie desmit loki!
5. Nosaki veidu virknei, ko veido loku garumi, šīs virknes raksturojošos lielumus!
6. Izvirzi pieņēmumu/hipotēzi par spirāles garumu, ja loku skaits neierobežoti pieaug!

Aprēķinu veikšana, iegūto rezultātu reģistrēšana

Vieta aprēķiniem

Spirāli veidojošo loku rādiusi, loku garumi un spirāles garums dažādam loku skaitam

Loka kārtas numurs	Loka rādiuss (cm)	Loka garums (cm)	Spirāles garums, ja dotais loks ir pēdējais (cm)

Virkne, ko veido loku garumi ir ...

Hipotēze

Hipotēzes pierādījums

Rezultātu analīze, izvērtējums, secinājumi