

2.TEMATS Ģeometriskie pārveidojumi[Temata apraksts](#)[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)[Uzdevumu piemēri](#)

M_11_SP_02_P1 (a)	<u>Paralēlā pārnese</u>	Skolēna darba lapa
M_11_SP_02_P1 (b)	<u>Aksiālā simetrija</u>	Skolēna darba lapa
M_11_SP_02_P1 (c)	<u>Pagrieziens</u>	Skolēna darba lapa
M_11_SP_02_P1 (d)	<u>Homotētijs</u>	Skolēna darba lapa
M_11_UP_02_P1	<u>Joslu raksti</u>	Skolēna darba lapa
M_11_LD_02_P1	<u>Plaknes pārklājumi</u>	Skolēna darba lapa
M_11_LD_02_P2	<u>Radošā konkursa “Parketa zīmējumi” nolikums</u>	Skolēna darba lapa

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

ĢEOMETRISKIE PĀRVEIDOJUMI

TEMATA APRAKSTS

Ikviens savā ikdienas dzīvē saskaras ar dažādiem ģeometriskiem pārveidojumiem. Piemēram, arhitektūras, etnogrāfijas vai mākslas darbos var saskatīt, ka to elementi ir izkārtoti noteiktā ritmā vai simetriski. Ģeometrijas mācību saturā nozīmīga ir ne vien figūru un to īpašību izpratne un pielietošana, bet arī figūru pārveidojumi. Ģeometrisko pārveidojumu izpratne attīsta tēlaino, konstruktīvo un kombinatorisko domāšanu. Ģeometrisko pārveidojumu apguves laikā skolēns atkārto plaknes figūru īpašības, piemēram, saskata homotētijas saistību ar līdzību, interpretē paralēlo pārnesei ar vektoru palīdzību. Definējot ģeometriskos pārveidojumus kā funkcijas, tiek paplašināta funkcijas un ar to saistīto jēdzienu izpratne.

Priekšstats par paralēlo pārnesei un simetriju ir radīts pamatskolā ne tikai matemātikas, bet arī informātikas, vizuālās mākslas un mājturības stundās.

Tematā tiek aplūkota *paralēlā pārnese*, *aksiālā simetrija*, *pagrieziens (centrālā simetrija kā pagrieziens speciālgadījums)* un *homotētija*, kā arī šo pārveidojumu svarīgākās īpašības, šo īpašību lietojums konstrukcijas, aprēķinu un pierādījuma uzdevumos.

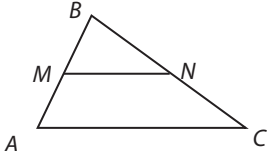


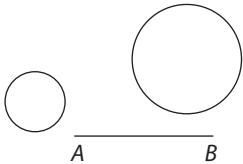
CEĻVEDIS

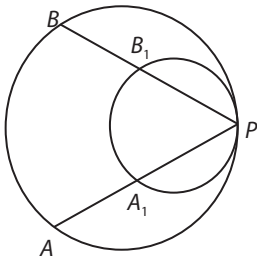
Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

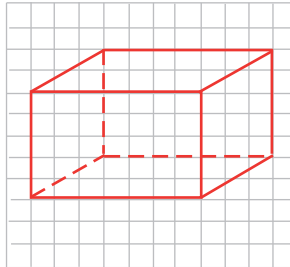
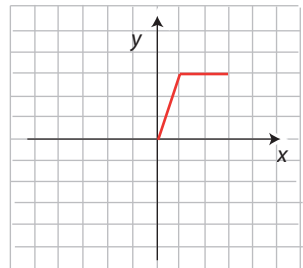
STANDARTĀ	Izprot ģeometriskos modeļus un to attēlošanu plaknē.	Lieto ģeometriskos pārveidojumus, pamatojot ģeometrisku figūru vai to elementu īpašības un savstarpējo novietojumu.	Plāno risinājumu; izvēlas vai izveido problēmai atbilstošu matemātisko modeli.	Saskata matemātikas saikni ar dabas un humanitārajām zinātnēm.
PROGRAMMĀ	- Izprot ģeometriskos pārveidojumus kā funkcionālas sakarības. - Izprot paralēlās pārnese, aksiālās simetrijas, pagriezienu definīcijas un īpašības.	- Lieto paralēlās pārnese, aksiālās simetrijas, pagriezienu īpašības konstrukcijas, aprēķina un pierādījuma uzdevumos. - Lieto homotētijas īpašības konstrukcijas, aprēķina un pierādījuma uzdevumos.	Veic plaknes pārklājumus, izmantojot plaknes figūras.	Analizē pagriezienu, simetriju, paralēlās pārnese un homotētijas lietojumu mākslā (piemēram, Ešera zīm.), etnogrāfijā, kartogrāfijā, astronomijā, optikā u.c.
STUNDĀ	Vizualizēšana. Darbs ar tekstu. <i>SP. Ģeometriskais pārveidojums kā funkcija.</i> <i>VM. Ģeometriskie pārveidojumi.</i>	<i>KD. Pagriezienu lietojums.</i>	Modeļu izgatavošana. <i>LD. Plaknes pārklājumi.</i> Demonstrēšana. <i>VM. Paralēlā pārnese.</i> <i>VM. Plaknes pārklājumi.</i>	Demonstrēšana. <i>VM. Ešera zīmējumi.</i> <i>VM. Ģeometriskie pārveidojumi.</i>

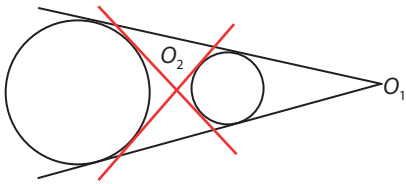
UZDEVUMU PIEMĒRI

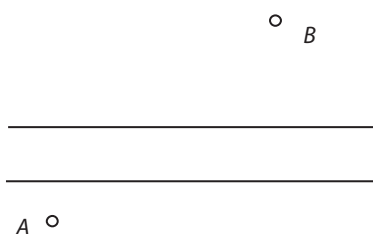
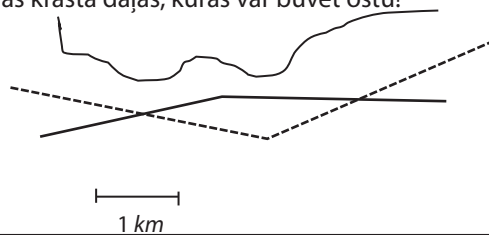
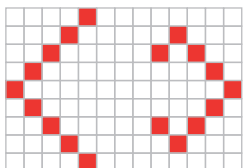
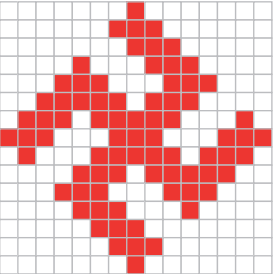
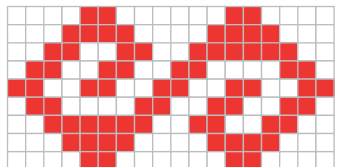
Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izprot ģeometriskos pārveidojumus kā funkcionālas sakarības.	Pabeidz teikumu, pasvītrotot, tavuprāt, atbilstošo frāzi! Ģeometriskie pārveidojumi ir: a) figūru konstrukcijas gaita, b) funkcijas, kuru argumenti un vērtības ir plaknes punkti, c) laukumu vai perimetru aprēķināšanas gaita ģeometriskām figūrām.	Analizējot paralēlo pārnesei kā funkcionālu sakarību, nosaki: a) definīcijas apgabalu, b) atbilstības formulējumu, c) vērtību apgabalu!	Vai lineāru funkciju $y=ax+b$ arī var uzskatīt par "ģeometrisku pārveidojumu"? Atbilde pamato!
Izprot paralēlās pārnesei, aksiālās simetrijas, pagriezienu un homotētijas definīcijas un īpašības.	1. Paralēlajā pārnesei punkts $A(4;0)$ attēlojas par punktu $X(-3;2)$. Iezīmē pārvietojuma vektoru! Nosaki tā koordinātas! 2. Uzraksti aksiālās simetrijas definīciju! Izveido zīmējumu, kas ilustrē definīciju! 3. Uzraksti paralēlās pārnesei īpašības!	1. Dots, ka MN ir trijstūra ABC viduslīnija. Nosauc homotētijas centru un koeficientu, ja: a) M attēlojas par A , b) C attēlojas par N !  2. Definē centrālo simetriju, izmantojot: a) pagriezienu jēdzienu, b) homotētijas jēdzienu!	1. Uzzīmē tādu figūru, kura nav ne kvadrāts, ne riņķa līnija, kura attēlojas par sevi pagriezienos par 90° un 180° ! 2. Uzzīmē tādus divus aksiāli simetriskus trijstūrus, lai vienu no tiem varētu pārveidot par otru plaknes pagriezienu rezultātā! Nosaki pagriezienu leņķi un pagriezienu centru!
Izprot ģeometriskos pārveidojumus vispārīgās īpašības un secinājumus no tām, kopīgo un atšķirīgo starp dažādiem pārveidojumiem.	1. Ieraksti trūkstošo! a) Ja visiem figūras F punktiem pielieto vienu un to pašu paralēlo pārnesei, pagriezienu vai aksiālo simetriju, tad iegūtā figūra F' ir ar figūru F . b) Ja visiem figūras F punktiem katram atsevišķi pielieto vienu un to pašu homotētiju, tad iegūtā figūra F' ir ar figūru F . c) Ja paralēlās pārnesei rezultātā trijstūris ABC pārveidojas par trijstūri $A'B'C'$, tad trijstūra ABC mediānu krustpunkts M pārveidojas par 2. Nosauc ģeometriskos pārveidojumus, kuros saglabājas gan ģeometriskā figūru forma, gan izmēri!	Trijstūris $A_1B_1C_1$ ir iegūts no trijstūra ABC ar paralēlo pārnesei. Trijstūra ABC augstumi krustojas punktā H , bet trijstūra $A_1B_1C_1$ augstumi krustojas punktā H_1 . Pierādi, ka $HH_1=CC_1$!	Dots: ABC, ADE – regulāri trijstūri, $\angle CAD=15^\circ$, O ir trijstūri ABC ievilktais riņķa līnijas centrs, bet O_1 ir trijstūri ADE ievilktais riņķa līnijas centrs. Pamato $\angle OAO_1$ lielumu!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Konstruē pagriezienā iegūtas figūras, aksiāli simetriskas figūras, veic figūru paralēlo pārnesei un konstruē homotētiskas figūras.	1. Dots trijstūris ABC un punkts E, kas atrodas uz trijstūra malas BC. Konstruē trijstūra ABC attēlu paralēlajā pārnese, ko nosaka vektors $\vec{EA}$! 2. Uzzīmē vienādsānu taisnleņķa trijstūri! Konstruē trijstūri, kuru iegūst, doto trijstūri pagriežot par 45° ap taisnā leņķa virsotni!	1. Dots pagrieziena centrs O un leņķis ϕ. Uzraksti plānu nogriežņa AB attēlojuma konstruēšanai šajā pagriezienā! 2. Uzzīmē trijstūri ABC, izvēlies homotētijas centru ārpus tā un konstruē trijstūrim ABC homotētisku trijstūri, ja homotētijas koeficients a) $k=3$, b) $k=-2$!	Dotas divas riņķa līnijas ω_1 un ω_2 un nogrieznis AB. Ar cirkuli un lineālu konstruē punktu M uz ω_1 un punktu N uz ω_2 tā, ka $\vec{MN} = \vec{AB}$! 
Lieto paralēlās pārnese, aksiālās simetrijas, pagrieziena īpašības konstrukcijas, aprēķina un pierādījuma uzdevumos.	Izmantojot pagriezienu, pierādi, ka hordas, kas savēl vienādus lokus, ir vienāda garuma!	1. Dots šaurs leņķis un punkts D tā iekšpusē. Izmantojot centrālo simetriju, konstruē taisni AB, kas leņķa malas krusto punktus A un B tā, lai $AD=DB$! 2. Vienādmalu trijstūris tiek pagriezts par 30° ap vienu no virsotnēm. Pamato, ka dotā trijstūra un pagriezienā iegūtā trijstūra kopīgā daļa ir aksiāli simetriska figūra! 3. Kvadrāts tiek pagriezts ap vienu no virsotnēm par 30°. Nosaki dotā kvadrāta un pagriezienā iegūtā kvadrāta kopīgo daļu! Aprēķini iegūtās daļas un kvadrāta laukumu attiecību!	1. Pierādi, ka vienādsānu trapecē $ABCD$ ($AD \parallel BC$) pamatu viduspunkti, diagonāļu krustpunkts un sānu malas pagarinājumu krustpunkts atrodas uz vienas taisnes! 2. Dots regulārs trijstūris ABC ar centru punktā O. Caur O novilkta divas taisnes, leņķis starp kurām ir 60°. Viena no taisnēm krusto trijstūra ABC malas punktus N un L, bet otra punktus K un M. Pierādi, ka $NL=KM$! 3. Vienādmalu trijstūra ABC iekšpusē dots punkts M tā, ka $AM=1$, $BM=\sqrt{3}$, $CM=2$. Aprēķini $\angle AMB$, $\angle BMC$, malas AB garumu! Piezīme: Izmanto pagriezienu ap punktu C par 60° virzienā no A uz B!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto homotētijas īpašības konstrukcijas, aprēķina un pierādījuma uzdevumos.	1. Rombs $ABCD$ ir homotētisks rombam $EFGH$. Kādi ir romba $EFGH$ leņķi, ja $\angle A = 35^\circ$! 2. Papildini homotētijas īpašību formulējumus! a) Ja taisne l homotētijā attēlojas par taisni l_1, tad vai nu l_1 sakrīt ar l, vai arī b) Ja riņķa līnija ω homotētijā ar centru O attēlojas par riņķa līniju ω_1 un centrs O atrodas uz ω, tad vai nu ω_1 sakrīt ar ω (ja $k=1$), vai arī	1. Trapecē $ABCD$ (AD – garākais pamats) diagonāles krustojas punktā E. Pamata malu garumi ir 4 cm un 10 cm. Nosaki, vai trijstūri AED un BEC ir homotētiski! Nosaki homotētijas centru un koeficientu! 2. Trijstūra $A_1B_1C_1$ malas ir trijstūra ABC viduslīnijas. Konstruē centru homotētijai, kas trijstūri ABC attēlo par trijstūri $A_1B_1C_1$! Nosaki homotētijas koeficientu! 3. Divas riņķa līnijas iekšēji pieskaras punktā P. Caur punktu P novilkta divas taisnes, kas katra krusto katru riņķa līniju vēl citā punktā. Pierādi, ka ABA_1B_1 ir trapecē! 	1. Trijstūris ABC ($\angle A = 90^\circ$) ir vienādsānu taisnleņķa trijstūris. Ar homotētijas centru punktā A konstruēts tam homotētisks trijstūris AB_1C_1 tā, ka trijstūra AB_1C_1 laukums ir divas reizes lielāks nekā trijstūra ABC laukums. Pierādi, ka $AB_1 = BC$! 2. Pierādi, ka divi trijstūri, kuri ir homotētiski, ir arī līdzīgi! Vai arī apgrieztais apgalvojums ir spēkā? 3. Doti divi trijstūri. Uzraksti kādu nepieciešamo nosacījumu, lai šie trijstūri būtu homotētiski!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto jēdzienus pārveidojums, pagrieziens, centrālā simetrija, aksiālā simetrija, simetriskas figūras, paralēlā pārnese, homotētija, homotētiskas figūras, homotētijas koeficients, līdzība, līdzīgas figūras – , aprakstot reālas situācijas, komentējot ģeometrisko pārveidojumu lietošanu citos matemātikas tematos.	1. Ar kādu ģeometrisko pārveidojumu viena no figūrām attēlojas par otru? Ja iespējams, norādi pārveidojumu parametrus! a  b  c  d  e  f  g  2. Dots taisnstūra paralēlskaldņa zīmējums. Saskati vismaz trīs paralēlās pārnese un raksturo tās, lietojot vektora jēdzienu! 	1. Rombs tiek pagriezts par 90° ap diagonāļu krustpunktu. Iezīmē dotās un pagriezienā iegūtās figūras kopīgo daļu! Raksturo iegūto figūru un tās īpašības! 2. Attēlā dota daļa no funkcijas $y=f(x)$ grafika! Papildini funkcijas $y=f(x)$ grafiku, lai funkcija būtu: a) pāra; b) nepāra; c) periodiska! Nosauc izmantotos ģeometriskos pārveidojumus!  3. Lietojot matemātikā pieņemtos jēdzienus, raksturo animācijā demonstrēto! (M_11_UP_02_VM1)	1. Konstruē doto funkciju grafikus un raksturo iegūto zīmējumu, lietojot ar ģeometriskajiem pārveidojumiem saistītus jēdzienus: a) $y=2x-1$ un $y=2x+3$, b) $y=2x-1$ un $y=-2x-1$, c) $y=2x-1$ un $y=-\frac{1}{2}x-1$! 2. Vienādsānu trijstūrī novilkta visas viduslīnijas. Saskati un apraksti ģeometriskos pārveidojumus: aksiālo simetriju, homotētiju, pagriezienu, paralēlo pārnese, centrālo simetriju!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Veic plaknes pārklājumus, izmantojot plaknes figūras.	Pārklāj plakni ar vienādiem dažādmalu trijstūriem, izmantojot ģeometriskos pārveidojumus! Nosauc izmantotos ģeometriskos pārveidojumus!	1. Izveido plaknes pārklājumu, kurā izmantotas vismaz divas dažādas plaknes figūras! 2. Izveido zīmējumu konkursam "Oriģinālākais parkets"!	1. Izveido plaknes pārklājumu, kurā izmantoti gan regulāri trijstūri, gan regulāri četrstūri, gan regulāri sešstūri! Vai vari izveidot pārklājumu, kurā kopīgas malas ir tikai dažādām figūrām (trijstūrim un četrstūrim, četrstūrim un sešstūrim, trijstūrim un sešstūrim)? 2. Vai plakni var pārklāt ar regulāriem piecstūriem, izmantojot ģeometriskos pārveidojumus? Ja var, apraksti šo procesu, bet ja nevar, pamato to!
Iegūst informāciju par ģeometriskajiem pārveidojumiem, fraktāļiem no teksta.	Ģeometrisko pārveidojumu konstrukcijas gaitu var sadalīt atsevišķos soļos – operācijās: a) caur doto punktu novelk taisni paralēli dotajam nogrieznim; b) dotā garuma nogriezni atliek uz jau novilkta stara no šī stara sākumpunkta; c) no dotā punkta novelk perpendikulu pret taisni; d) atliek dotā lieluma leņķi tā, lai tā viena mala sakristu ar doto staru; e) konstruē k reizes garāku nogriezni. Kuras no šīm operācijām tiek lietotas visu ģeometrisko pārveidojumu konstrukcijās?	Definējot funkcijas, tiek izmantoti parametri – konstantes, kas ietilpst funkcijas aprakstā. Parametri ir nemainīgi attiecībā pret visiem definīcijas apgabala punktiem. Piemēram, uzdodot lineāru funkciju $y = ax + b$, izmanto divus parametrus – lineārā locekļa koeficientu a un brīvo locekli b . Arī ģeometriskajiem pārveidojumiem ir parametri, kas tos nosaka. Nosauc paralēlās pārnese, aksiālās simetrijas un pagriezienu parametrus!	Ja divas riņķa līnijas nav vienādas, tad vienmēr eksistē tieši divas homotētijas (viena – ar negatīvu, otra – ar pozitīvu koeficientu), kas attēlo vienu riņķa līniju par otru. Homotētijas koeficienta modulis vienmēr vienāds ar rādiusu attiecību. Ja riņķa līnijas atrodas viena ārpus otras un nepieskaras, tad "pozitīvās" homotētijas centrs ir kopējo ārējo pieskaru krustpunkts O_1 , bet "negatīvās" – kopējo iekšējo pieskaru krustpunkts O_2 (sk. zīm.). Izvirzi hipotēzi par homotētijas centru atrašanās vietu, ja: a) riņķa līnijas ārēji pieskaras, b) riņķa līnijas iekšēji pieskaras! 
Izmanto IT informācijas iegūšanai, ģeometrisko pārveidojumu demonstrēšanai.	Izmantojot datorā pieejamos zīmēšanas rīkus, paša izveidotai figūrai konstruē: a) figūru, kas iegūta paralēlās pārnese rezultātā, b) aksiāli simetrisku figūru, c) centrāli simetrisku figūru, d) figūru, kas iegūta pagriežot doto figūru par -90° !	Izmantojot datora pieejamos zīmēšanas rīkus, dotajam trijstūrim konstruē homotētisku trijstūri, ja homotētijas centrs ir: a) trijstūra iekšpusē, b) trijstūra virsotnē, c) trijstūra ārpusē!	Izmantojot datorā pieejamos zīmēšanas rīkus, atrisini uzdevumu: a) rombam "izgriez" neregulāras formas fragmentu, paralēli to pārnese par vektoru, kas sakrīt ar malu un "pielīmē" pie "romba" pretējās malas, b) izveido vizuālu prezentāciju, kas demonstrē plaknes pārklāšanu ar doto figūru!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Izmanto ģeometriskos pārveidojumus uzdevumos ar praktisku saturu.	Pilsētas <i>A</i> un <i>B</i> atrodas vienā pusē no dzelzceļa līnijas. Jāizveido ceļš no <i>A</i> uz <i>B</i> tā, lai tas ietu caur staciju, kura atrodas pie dzelzceļa līnijas. Kur jābūvē stacija, lai braucot caur to, pa visīsāko ceļu savienotu punktus <i>A</i> un <i>B</i>? 	Starp pilsētām <i>A</i> un <i>B</i> atrodas kanāls ar paralēliem krastiem. Kur jāceļ pārceltuve (perpendikulāri kanāla krastiem), lai pilsētas <i>A</i> un <i>B</i> savienotu pa visīsāko maršrutu? 	Zīmējumā attēlots jūras krasts, automaģistrāle (nepārtraukta līnija) un dzelzceļš (pārtraukta līnija). Ostu jābūvē vietā, kas ir vismaz 1 km attālumā no automaģistrāles un ne vairāk kā 1 km attālumā no dzelzceļa. Atrast zīmējumā tās jūras krasta daļas, kurās var būt ostu! 
Analizē pagrieziena, simetriju, paralēlās pārnese un homotētijas lietojumu mākslā (piem. Ešera zīm.) etnogrāfijā, kartogrāfijā, astronomijā, optikā, u.c.	1. Kurus ģeometriskos pārveidojumus var saskatīt dotajos latvju rakstos? Mēness zīmē  Pērkona zīmē  Zalkša zīmē  2. Izpēti attēlus dotajā vietnē http://www.worldofescher.com/gallery/ Kādus pārveidojumus šeit var saskatīt?	1. Kur apkārtējā dzīvē var saskatīt homotētisku, pagrieziena vai ar paralēlo pārnese iegūtu figūru modeļus? 2. Izvēlies vienu no prezentācijā demonstrētajiem Ešera zīmējumiem un komentē ģeometriskos pārveidojumu lietojumu tajā (M_11_UP_02_VM2)!	Par joslu rakstiem sauc ornamentus, ko ierobežo 2 paralēlas malas un joslas platums atbilst vienam elementam. Joslu raksta garums ir neierobežots. Joslu raksti tiek veidoti no atsevišķiem elementiem. Pētot joslu rakstus, var ievērot, ka to elementiem piemīt simetriskums – gan pret asi (asim), gan pret punktu; tos iegūst ar citu elementu paralēlo pārnese. Par paraugiem izmantosim elementus L, Z un C un tiem simetriskus elementus, arī spoguļattēlus (sk. zīm.). Par matemātiski vienādiem sauc rakstus, kuri iegūstami paši no sevis ar vieniem un tie pašiem ģeometriskajiem pārveidojumiem. Cik matemātiski dažādus joslu rakstus iespējams izveidot, izmantojot dotos paraugus (M_11_UP_02_P1)?

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Ir ieguvusi priekšstatu par fraktāļiem kā mūsdienu matemātikas pētījumu objektiem.	Izmantojot vietni http://www.fraktalis.lv un citus pieejamos materiālus, sagatavo atbildes uz jautājumiem! a) Kā var nodefinēt fraktāli? b) Kad sākās matemātiski pētījumi par fraktāļiem? c) Kādās nozarēs tiek izmantoti fraktāļi? d) Kādi zinātnes sasniegumi jāva attīstīties fraktāļu ģeometrijai?	Uzraksti piemērus no apkārtējās pasaules, kuros sastopamas fraktāļu formas!	Izmantojot datorā pieejamos zīmēšanas rīkus, izveido fraktāli!

PARALĒLĀ PĀRNESE

Paralēlo pārnesei nosaka viens vienīgs parametrs – vektors, par kuru šo pārnesei izdara.

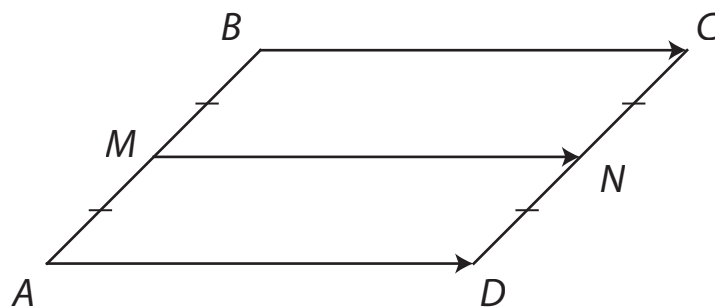
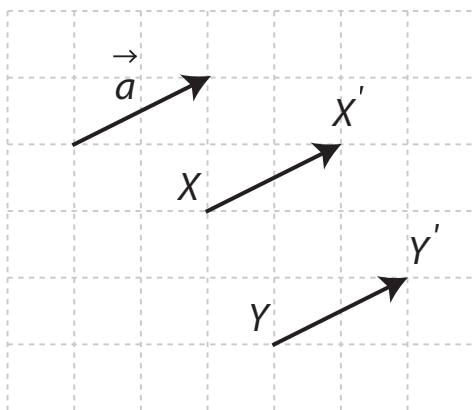
Pieņemam, ka ir fiksēts kaut kāds vektors $\vec{a}$.

Definīcija

Paralēlā pārnese par vektoru $\vec{a}$ katrs punkts X attēlojas par tādu punktu X' , ka $\overrightarrow{XX'} = \vec{a}$.

Piemēri

1. Izdarot paralēlo pārnesei par vektoru $\vec{a}$, X attēlojas par X' , bet Y par Y' .
2. Ja $ABCD$ ir paralelograms un M – malas AB viduspunkts, bet N – malas DC viduspunkts, tad, protams, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MN}$ (jo arī $AMND$ ir paralelograms). Varam ieviest apzīmējumu $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MN} = \vec{a}$. Tad, izdarot paralēlo pārnesei par vektoru $\vec{a}$, punkts B attēlojas par C , punkts A – par D , punkts M – par N .



AKSIĀLĀ SIMETRIJA

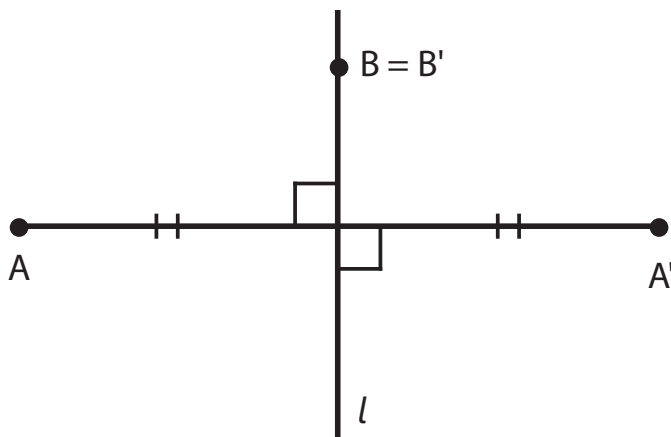
Aksiālo simetriju nosaka viens vienīgs parametrs – simetrijas ass.

Pieņemsim, ka dota brīvi izraudzīta taisne l .

Definīcija

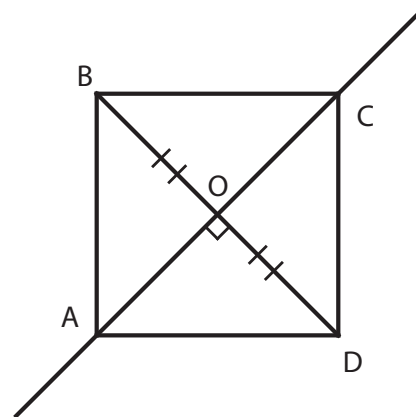
Simetrijā pret asi l

- katrs punkts B , kas atrodas uz ass l , attēlojas pats par sevi,
- punkts A , kas neatrodas uz ass l , attēlojas par tādu punktu A' , ka $AA' \perp l$ un AA' krustpunkts ar l ir AA' viduspunkts.



Piemēri

- Simetrijā pret taisni AC kvadrāta $ABCD$ virsotne B attēlojas par D un otrādi; punkti A un C attēlojas paši par sevi. Arī kvadrāta diagonāļu krustpunkts O attēlojas pats par sevi.



- Simetrijā pret nogriežņa vidusperpendikulu nogriežņa galapunkti attēlojas viens par otru, griežņa viduspunkts attēlojas pats par sevi (jeb, kā vēl saka, paliek uz vietas).

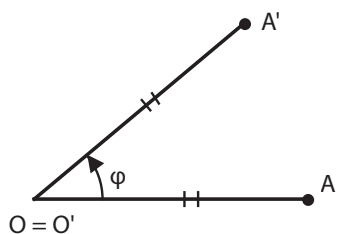
PAGRIEZIENS

Pagriezienu nosaka divi parametri – pagrieziena centrs un pagrieziena leņķis. Atcerēsimies, ka leņķi **orientēti**. Pieņemsim, ka dots pagrieziena centrs – punkts O un pagrieziena leņķis φ .

Definīcija

Pagriezienā ap centru O par leņķi φ

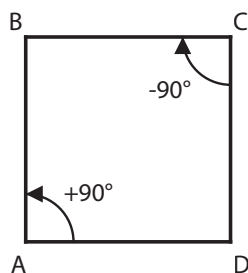
- pats punkts O “paliek uz vietas” jeb attēlojas pats par sevi,
- katrs cits punkts A attēlojas par tādu punktu A' , ka $OA' = OA$ un $\angle AOA' = \varphi$.



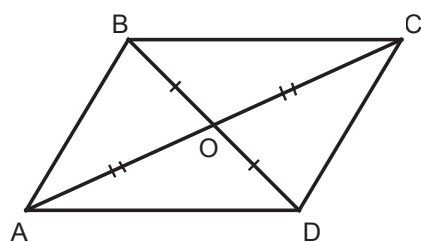
Piezīme: garā vārdu salikuma “pagrieziens ap centru O par leņķi φ ” vietā var sacīt arī vienkārši “pagrieziens ap O par φ ” vai pat “pagrieziens $(O; \varphi)$ ”.

Piemēri

- Ja $ABCD$ – kvadrāts, tad pagriezienā $(A; +90^\circ)$ punkts D attēlojas par B ; arī pagriezienā $(C; -90^\circ)$ punkts D attēlojas par B .

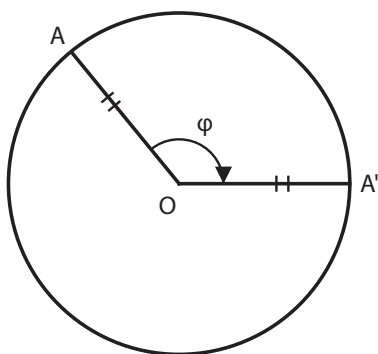


- Pagriezienā par 360° (vienalga ap kādu centru) katrs punkts attēlojas pats par sevi.
- Ja $ABCD$ – paralelograms un O – tā centrs, tad pagriezienā $(O; 180^\circ)$ punkts A attēlojas par C , punkts C – par A , punkts B – par D , punkts D – par B .



Pagriezienu par 180° sauc arī par centrālo simetriju.

- Pieņemsim, ka O – riņķa līnijas centrs, A – kaut kāds šīs riņķa līnijas punkts. Lai kāds arī būtu leņķis φ , punkts A pagriezienā $(O; \varphi)$ attēlosies par kādu šīs pašas riņķa līnijas punktu; par kuru tieši – tas atkarīgs no leņķa φ .



HOMOTĒTIJA

Homotētiju nosaka divi parametri – homotētijas centrs un homotētijas koeficients. Homotētijas centrs ir punkts; homotētijas koeficients ir skaitlis, kas atšķiras no nulles.

Pieņemsim, ka plaknē fiksēts punkts O un izvēlēts no nulles atšķirīgs skaitlis k .

Definīcija

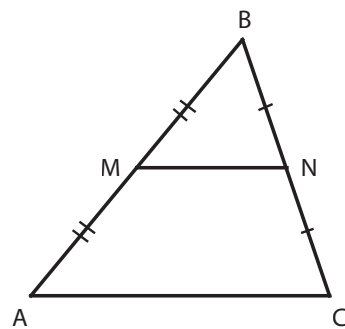
Homotētijā ar centru O un koeficientu k brīvi izraudzīts punkts A attēlojas par tādu punktu A' , ka $\overrightarrow{OA'} = k \cdot \overrightarrow{OA}$.

Izveido atbilstošu zīmējumu!

Piezīme: vārdu salikuma “homotētija ar centru O un koeficientu k ” vietā var lietot īsāku frāzi “homotētija $(O; k)$ ”.

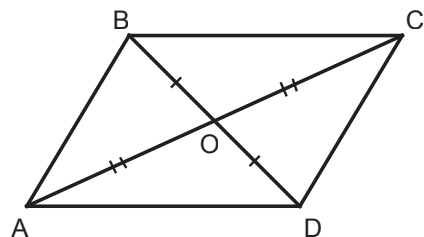
Piemēri

- Ja MN ir $\triangle ABC$ viduslīnija, tad homotētijā $(B; 2)$ punkts M attēlojas par A , bet punkts N – par C . Savukārt homotētijā $(B; \frac{1}{2})$ punkts A attēlojas par M , bet punkts C – par N .



2.

- Ja $ABCD$ – paralelograms ar diagonāļu krustpunktu O , tad homotētijā $(O; -1)$ punkts A attēlojas par C , punkts C – par A , punkts B – par D , punkts D – par B .



- Acīmredzot, homotētija ar koeficientu 1 attēlo katru punktu pašu par sevi (vai, kā vēl pieņemts teikt, atstāj uz vietas), bet homotētija $(O; -1)$ ir tas pats, kas pagrieziens $(O; 180^\circ)$ jeb centrālā simetrija.

Vārds

uzvārds

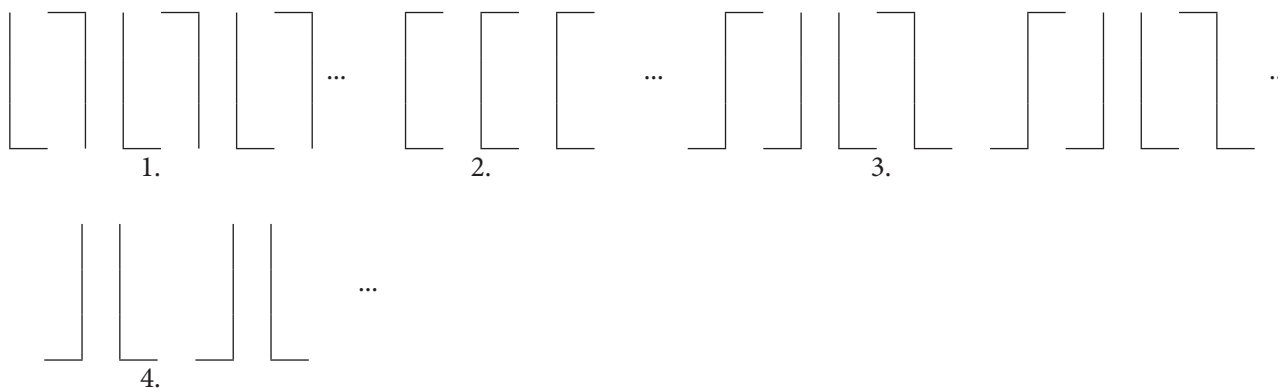
klase

datums

JOSLU RAKSTI

Par joslu rakstiem sauc ornamentus, ko ierobežo 2 paralēlas malas un joslas platums atbilst vienam elementam. Joslu raksta garums ir neierobežots. Joslu raksti tiek veidoti no atsevišķiem elementiem. Pētot joslu rakstus, var ievērot, ka to elementiem piemīt simetriskums – gan pret asi (asīm), gan pret punktu; tos iegūst ar citu elementu paralēlo pārnesei. Par paraugiem izmantosim elementus L, Z un C un tiem simetriskus elementus, arī spoguļattēlus (skat. zīm.). Par matemātiski vienādiem saucim rakstus, kuri iegūstami paši no sevis ar vieniem un tie pašiem ģeometriskajiem pārveidojumiem. Cik matemātiski dažādus joslu rakstus iespējams izveidot, izmantojot dotos paraugus?

Četri joslu rakstu piemēri:



Pirmais un otrais rakstu piemēri nav matemātiski vienādi, jo 1. piemērā raksts iegūstams pats no sevis, izmantojot paralēlo pārnesei un simetriju pret punktiem, bet 2. piemērā raksts iegūstams pats no sevis, izmantojot paralēlo pārnesei un simetriju pret horizontālu asi.

Trešais un ceturtais rakstu piemēri ir matemātiski vienādi, jo gan 3. piemērā, gan 4. piemērā raksts iegūstams pats no sevis, izmantojot paralēlo pārnesei un simetriju pret vertikālām asīm.

.....
Vārds.....
uzvārds.....
klase.....
datums

PLAKNES PĀRKLĀJUMI

Situācijas apraksts

Holandiešu mākslinieks M. Ešers (*Maurits Cornelis Escher* (1898 – 1972)) radījis mākslas darbus, par kuriem matemātiķis varētu teikt: “Plaknes pārklājumi, izmantojot vienu un to pašu figūru daudzos eksemplāros”. Viņa zīmējumos putni, taureņi un zirgi radušies, pārveidojot vienkāršas ģeometriskās figūras. Līdzīgu ideju izmanto, noklājot grīdu ar parketu, kur parketa dēļiem parasti ir ļoti vienkārša forma, bet varētu būt arī sarežģītāka. Iztēlojies, ka tu esi piekritis piedalīties konkursā par grīdas noklāšanu ar interesantāko parketu (pielikums).

Zīmējumu veidošana

Zīmējumu veido uz papildu lapām!

Rezultātu izvērtēšana un secinājumi

Vārds

uzvārds

klase

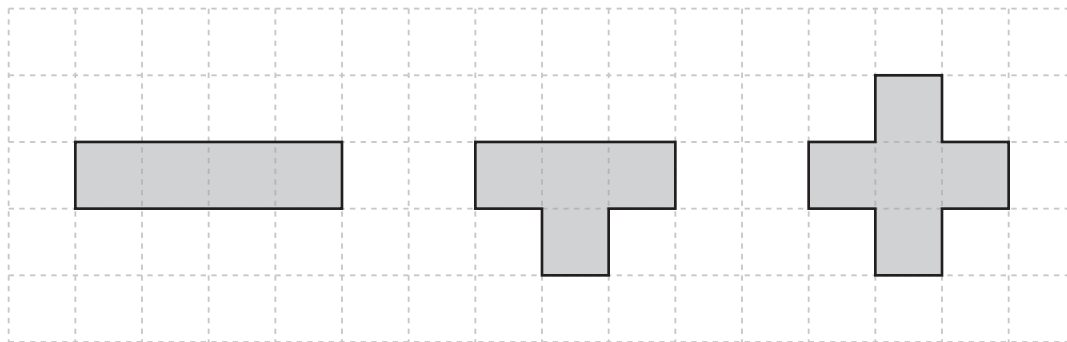
datums

IZRAKSTS NO FIRMAS “PARKETS” IZSLUDINĀTĀ RADOŠĀ KONKURSA “PARKETA ZĪMĒJUMI” NOLIKUMA

Konkursa norise

Konkurss tiek izsludināts divās nominācijās.

1. Par labāko parketa zīmējumu no firmas krājumā esošajiem parketa dēļiem (zīm.).



2. Par labāko parketa zīmējumu no citas formas dēļiem.

Konkursa dalībnieki

Konkursā drīkst piedalīties ikviens 11. klases skolēns, kurš vēl nav apguvis tēmu “Ģeometriskie pārveidojumi”.

Darbu iesniegšanas kārtība

Darbi iesniedzami uz A5 formas papīra lapas (baltas vai rūtiņu). Uz vienas lapas – viens parketa zīmējums. Zīmējums izveidots tā, lai jebkurš parketa klājējs var realizēt pasūtījumu pēc parauga.

Minimālais iesniedzamo zīmējumu skaits – divi.

Darba izpildes termiņš – divas matemātikas mācību stundas.

Laureātus noteiks aizklātā balsošanā, to vārdus un labākos zīmējumus publicēs skolas mājas lapā.