

2.TEMATS LOGARITMISKIE VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS

[Temata apraksts](#)

[Skolēnam sasniedzamo rezultātu ceļvedis](#)

[Uzdevumu piemēri](#)

M_12_SP_02_P1

[Logaritmu īpašības](#)

Skolēna darba lapa

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home**.

LOGARITMISKIE VIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS

TEMATA APRAKSTS

Daudzu dabas un sabiedrības procesu matemātisko modeļu analītiskā pierakstā sastopams logaritma jēdziens. Iespējamās situācijas, ka vai nu jānosaka kāda konkrēta logaritma skaitliskā vērtība, vai arī veidojas logaritmiskais vienādojums (nevienādība). Temata “Logaritmiskie vienādojumi un nevienādības” saturs apguve paplašina izpratni par logaritma jēdzienu un veido iemaņas jauna tipa vienādojumu (nevienādību) atrisināšanā.

Mācoties pārveidot matemātiskās izteiksmes, skolēni nostiprina izpratni par logaritmu, kā arī saskata, pierāda un lieto logaritmu īpašības un bāzu pārejas formulu. Tuvinātiem aprēķiniem lieto zinātnisko kalkulatoru, kas dod iespēju bez pārveidojumiem rīkoties ar decimāliem vai naturāllogaritmiem.

Piemērus atrodot gan akustikā, gan kodolfizikā, gan astronomijā, gan pH līmeņa noteikšanā ķīmijā, jāvelta uzmanība logaritmisko funkciju īpašību lietojumam, kā arī logaritmiskās izteiksmes definīcijas apgabala noteikšanai, kam ir būtiska nozīme logaritmisko vienādojumu un nevienādību atrisināšanā. Nav tādas obligātas prasības – pirms risināšanas noteikt definīcijas apgabalu (pieļaujamo vērtību kopu), var veikt iegūto sakņu pārbaudi. Protams, ir gadījumi, kad definīcijas apgabala noteikšana atvieglo risināšanas gaitu.

Iepriekšējā tematā “Eksponentvienādojumi un nevienādības” skolēnu iegūtā pieredze vienādojumu (nevienādību) atrisināšanā, izmantojot atbilstošo funkciju īpašības, ir nozīmīga, apgūstot arī logaritmisko pamatvienādojumu un nevienādību atrisināšanu.

Saskatot un izprotot logaritmu lietojumu praktisku uzdevumu risināšanā, sastādot un risinot logaritmiskos vienādojumus (nevienādības) uzdevumos par funkcijām, pilnveidojas arī skolēnu prasmes analizēt un pamatot.



CEĻVEDIS

Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Izprot izteiksmju definīcijas apgabala nozīmi, izpilda matemātisku izteiksmju identiskos pārveidojumus.	Izprot, ko nozīmē atrisināt vienādojumu, vienādojumu sistēmu, lieto vienādojumam, vienādojumu sistēmai piemērotus atrisināšanas algoritmus vai vispārīgās metodes. Izprot, ko nozīmē atrisināt nevienādību, nevienādību sistēmu, lieto nevienādībai, nevienādību sistēmai piemērotus atrisināšanas algoritmus vai vispārīgās metodes.	Izprot pierādījuma nepieciešamību, būtību un struktūru, lieto dažādus pierādījuma veidus.
PROGRAMMĀ	- Pārveido izteiksmes vai aprēķina izteiksmju vērtības, lietojot logaritma definīciju, logaritmisko pamatidentitāti, logaritma īpašības (logaritms no reizinājuma, dalījuma, pakāpes) un bāzu pārejas formulu. - Pārveido logaritmiskos vienādojumus un nevienādības pamatformās.	- Atrisina logaritmiskos vienādojumus $\log_a f(x) = b$ un $\log_a f(x) = \log_a g(x)$. - Atrisina logaritmiskās nevienādības $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ un $\log_a f(x) > c$, izmantojot augošas (dilstošas) funkcijas īpašības. - Lieto vispārīgās vienādojumu risināšanas metodes (sadališana reizinātājos, substitūcijas metode, grafiskā metode) logaritmisko vienādojumu risināšanā.	Pierāda logaritmu īpašības, izmantojot logaritma definīciju un pakāpju īpašības.
STUNDĀ	Izpēte. Uzdevumu risināšana. <i>SP. Logaritmu īpašības.</i>	<i>KD. Logaritmisko vienādojumu atrisināšanas metodes.</i>	Izpēte. <i>SP. Logaritmu īpašības.</i>

UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Pārveido izteiksmes vai aprēķina izteiksmju vērtības, lietojot logaritma definīciju, logaritmisko pamatidentitāti, logaritma īpašības (logaritms no reizinājuma, dalījuma, pakāpes) un bāzu pārejas formulu.	1. Aprēķini! a) $\log_{12}3 + \log_{12}4$ b) $\lg 0,01 \cdot \lg 1000$ 2. Pārveido par izteiksmi, kas satur decimāllogaritmus! $\log_5 12$	1. Pārveido par summu! $\log_2(8a^2)$ 2. Aprēķini! a) $\frac{\lg 2 + \lg 3}{\lg 3,6 + 1}$ b) $10^{\lg 2 + \lg 3}$	1. Dots, ka $\lg 2 = a$. Izsaki dotās izteiksmes ar a! a) $\lg 0,02$ b) $\log_2 20$ 2. Salīdzini dotās izteiksmes, neizmantojot kalkulatoru un tabulas! $\log_3 6$ un $\log_4 8$
Pārveido logaritmiskos vienādojumus un nevienādības pamatformās.	1. Uzraksti vienu logaritmisko vienādojumu un vienu logaritmisko nevienādību pamatformā! 2. Nosaki, vai logaritmiskais vienādojums ir pamatformā! Atbilde pamato! a) $2\lg x = \lg(x+6)$ b) $\log_3 x = \log_9 x$ c) $\lg x + \lg(x+1) = \lg(x+4)$	Pārveido pamatformā! a) $\lg(x-1) + \lg(x+1) = 3\lg 2 + \lg(x-2)$ b) $\log_2(x+14) + \log_2(x+2) > 6$ c) $\log_4 x + \log_{\sqrt{3}} x = 5$	Pārveido logaritmisko vienādojumu pamatformā! $3\lg x^2 - \lg(-x) = 5$
Nosaka logaritmisko izteiksmju definīcijas apgabalu.	1. Ar kādām a un b vērtībām izteiksmei $\log_a b$ ir jēga? 2. Uzraksti definīcijas apgabala nosacījumus! $2\log_{0,2} x = \log_{0,2}(x - \frac{1}{3})$	1. Nosaki izteiksmes definīcijas apgabalu! $\log_{x-1}(x+3)$ 2. Uzraksti definīcijas apgabala nosacījumus! $\log_{0,5} \log_5(x^2 - 4) > \log_{0,5} \frac{1}{x}$	1. Izsaki savus argumentus, kāpēc logaritms netiek definēts pie bāzes 1! 2. Vai vienādojumi $2\log_3 x = 2$ un $\log_3 x^2 = 2$ ir ekvivalenti? Atbilde pamato!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Atrisinā logaritmiskos vienādojumus $\log_a f(x) = b$ un $\log_a f(x) = \log_a g(x)$.	1. Sakārto pareizā secībā dotā vienādojuma risinājuma plānu! $2\log_{\frac{1}{3}}(x-1) = \log_{\frac{1}{3}}(13-3x)$... Atrisinā kvadrātvienādojumu. ... Pārveido vienādojumu pamatformā. ... Pāriet uz kvadrātvienādojumu. ... Uzraksta atbildi. ... Nosaka definīcijas apgabalu. 2. Atrisini vienādojumu! $\log_5(x+3) = \log_5(x^2-7x+3)$	Atrisini vienādojumu! a) $\log_{25}(2x-3) = -0,5$ b) $\log_2(x+5) = \log_5 0,2$ c) $\lg(\lg x) = 0$	Izveido vienādojumu formā $\log_2 f(x) = \log_2 g(x)$, kuram: a) ir tieši viena sakne, b) nav sakņu, c) ir tieši divas dažādas saknes!
Atrisinā logaritmiskās nevienādības $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ un $\log_a f(x) > c$, izmantojot augošas (dilstošas) funkcijas īpašības.	1. Salīdzini skaitļus a un b! Papildini pamatojumu! $\log_{0,5} a > \log_{0,5} b$ $a \dots b$ Tā kā logaritmiskā funkcija $y = \log_{0,5} x$ ir funkcija, tad lielākai funkcijas vērtībai atbilst argumenta vērtība. 2. Atrisini nevienādību! $\log_5(x+1) < \log_5 3$	Atrisini nevienādību! a) $\log_{\frac{2}{3}}(2x-3) > 1$ b) $\log_{0,5}(x^2+x-2) > \log_{0,5}(x+3)$ c) $\log_{\frac{\pi}{4}} x < \log_{\frac{\pi}{4}} 25$ d) $\log_{0,5}(2^{\frac{1}{x+1}}) > 0$	1. Izvērtē doto nevienādības atrisinājumu! Ja tas ir kļūdainais, izveido pareizu risinājumu! $\log_3 x^2 \geq -2$ $2\log_3 x \geq -2$ $\log_3 x \geq -1$ $\log_3 x \geq \log_3 \frac{1}{3}$ $x \geq \frac{1}{3}$ Ņemot vērā nosacījumu par pieļaujamām vērtībām $x^2 > 0$, iegūstam atbildi: $x \in \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. 2. Atrisini nevienādību attiecībā pret nezināmo x visām pieļaujamajām parametra a vērtībām! a) $\log_2(x-2) > \log_2 a$ b) $\log_{0,5}(x-2) > \log_{0,5} a$

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto vispārīgās vienādojumu risināšanas metodes (sadališana reizinātājos, substitūcijas metode, grafiskā metode) logaritmisko vienādojumu risināšanā.	1. Dots, ka $\log_2 x = a$. Izsaki ar a doto izteiksmi! a) $\log_2^2 x$ b) $\log_2 x^2$ c) $\log_2(4x)$ d) $\log_2 \frac{8}{x}$ 2. Sadali reizinātājos, iznesot kopīgo reizinātāju pirms iekavām! $\log_5^2 x - 4 \log_5 x$ 3. Pārveido doto vienādojumu par vienādojumu ar nezināmo a, ja $\lg x = a$! $\lg^2 x - 3 \lg x = \lg x^2 - 4$	Atrisini vienādojumus! a) $\log_2^2 x + 2 \log_2 \sqrt{x} - 2 = 0$ b) $\frac{1}{1 - \lg x} = \frac{\lg x - 5}{1 + \lg x}$ c) $\log_3 x = -x + 4$ d) $\log_3 x \cdot \lg x = \log_3 x^2$	1. Atrisini vienādojumu! $(x+2) \log_{\sqrt{6}}(x^2 - 5x) = 2x + 4$ 2. Izvērtē vienādojuma $\log_3 x = x - 2$ atrisināšanas iespējas!
Lieto jēdzienus: <i>logaritms, decimālogaritms, naturālogaritms; logaritms no reizinājuma, dalījuma, pakāpes; bāzu pāreja; logaritmēšana, logaritmiskā funkcija, definīcijas apgabals, augšana, dilšana, komentējot izteiksmju pārveidojumus, vienādojumu un nevienādību risināšanu.</i>	1. Izlasi izteiksmi, lietojot matemātiskus jēdzienus! $\lg 2 - \log_3 8 + \ln e^2 - \log_{\frac{1}{3}} \frac{3}{b}$ 2. Jēdzieniem: <i>logaritms, logaritmēšana, decimālogaritms, naturālogaritms</i>, atrodi sinonīmus no jēdzieniem: <i>bāze, kāpinātājs, pakāpe, logaritms pie bāzes 10, skaitļa 10 pakāpe, logaritms pie bāzes e, skaitļa e pakāpe, kāpinātāja atrašana, bāzes atrašana.</i>	1. Ir veikts pirmais logaritmiskās nevienādības risinājuma solis. Paskaidro to! $\log_{0,2}(3-x) < \log_{0,2}(2x+1)$ $\begin{cases} 3-x > 2x+1 \\ 3-x > 0 \\ 2x+1 > 0 \end{cases}$ 2. Komentē pārveidojumus, kas jāveic, lai pārveidotu logaritmisko vienādojumu pamatformā! a) $2 \lg x - \lg(x+6) = 0$ b) $\log_2(x+14) + \log_2(x+2) = 6$	Ar piemēriem ilustrē atšķirību starp jēdzieniem <i>logaritms no reizinājuma</i> un <i>logaritmu reizinājums</i>!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Pierāda logaritmu īpašības, izmantojot logaritma definīciju un pakāpes īpašības.	Uzraksti visas tev zināmās pakāpju īpašības un logaritma definīciju!	Pabeidz formulas $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$ pierādījumu! Pierādījums: apzīmējam $n = \log_a b$ un $m = \log_a c$. Pēc logaritma definīcijas seko, ka $a^n = b$ un $a^m = c$	Pierādi doto formulu pieļaujamām a, b un c vērtībām! $\log_c a \cdot \log_a b = \log_c b$
Lieto kalkulatoru, risinot praktiskus uzdevumus.	Aprēķini ar precizitāti līdz desmitdaļām! $\log_3 20$	Zemestrīču stipruma noteikšanai lieto Rihtera skalu. Balles pēc Rihtera skalas nosaka ar formulu $r = 0,67 \lg E - 7,6$, kur E – enerģija (ergos). Cik balles pēc Rihtera skalas ir zemestrīcei, kurā izdalās $3,19 \cdot 10^{15}$ ergu liela enerģija? (1 ergs = 10^{-7} J)	
Izmanto logaritmiskos vienādojumus un nevienādības uzdevumos par funkcijām.	Pabeidz doto apgalvojumu! Lai atrastu funkcijas $y = \log_2(4-x)$ grafika krustpunktus ar x asi, Lai atrastu funkcijas $y = \log_2(4-x)$ grafika krustpunktus ar y asi, Lai atrastu intervālu, kurā funkcijas $y = \log_2(4-x)$ vērtības ir mazākas par 2, jāatrisina nevienādība	1. Atrodi doto funkciju grafiku krustpunktu koordinātas! $f(x) = \ln(x^2 - x - 5)$ $g(x) = \ln \frac{x}{3}$ 2. Atrodi intervālus, kuros funkcijas vērtības ir negatīvas! $y = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 6x) + 3$	Dotas funkcijas $y = \log_a f(x)$ un $y = \log_a g(x)$. Kādas šo funkciju īpašības vai lielumus tu vari noskaidrot, izmantojot logaritmiskos vienādojumus vai nevienādības?

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III												
Saskata un izprot logaritmu lietojumu praktisku uzdevumu risināšanā.	1. "Skābais lietus" ir lietus, kurā ūdens pH līmenis ir zemāks par 5,6. Lietojot formulu vielas pH aprēķināšanai $pH = -\lg(H^+)$, kur H^+ ir jonu koncentrācija šķīdumā, noskaidro, vai lietus, kura jonu koncentrācija ir 10^{-4} , ir "skābais lietus"! 2. Pēc cik gadiem bankā noguldītā summa dubultosies, ja sākotnējais noguldījums ir Ls 100 un procentu likme ir 3 %? Aprēķinos izmanto salikto procentu formulu $A = A_0(1 + \frac{r}{100})^t$, kur A_0 – sākotnējais noguldījums, r – procenti, t – gadi.	Mūzikas instrumentu skaņa atbalsojas pret koncertzāles sienām vēl kādu laiku pēc tam, kad mūziķis ir pārstājis spēlēt. Laiku, no spēlēšanas brīža līdz brīdim, kurā skaņa pilnīgi izgaist, sauc par atbalsošanās laiku. Noskaidrots, ka Londonas Karaliskajā Alberta hallē šo laiku tuvināti izsaka funkcija $T = 5,24 - 0,408 \ln f$, kur f ir skaņas frekvence hercos (Hz). a) Aprēķini atbalsošanās laiku, ja vijolnieks Londonas Karaliskajā Alberta hallē spēlē pirmās oktāvas <i>do</i> . Šīs skaņas frekvence ir 261,6 Hz. b) Aprēķini skaņas frekvenci, ja skaņas atbalsošanās laiks ir 2,76 sekundes! Nosaki šo skaņu, izmantojot frekvenču tabulu pirmās oktāvas skaņām!	Atrodi atbilstošu informāciju un apraksti kādu reālu problēmu, kuras atrisināšanai vajadzēja lietot logaritmus!												
		<table><tr><td><i>do</i></td><td><i>re</i></td><td><i>mi</i></td><td><i>fa</i></td><td><i>sol</i></td><td><i>la</i></td><td><i>si</i></td></tr><tr><td>261,6</td><td>293,7</td><td>329,6</td><td>349,2</td><td>392</td><td>440</td><td>494</td></tr></table>	<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>	261,6	293,7	329,6	349,2	392	440
<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>									
261,6	293,7	329,6	349,2	392	440	494									

Vārds

uzvārds

klase

datums

LOGARITMU ĪPAŠĪBAS

1. uzdevums

Aprēķini izteiksmju vērtības, ja nepieciešams, lieto kalkulatoru!

$\log_{12}3 + \log_{12}4 =$	$\log_{12}12 =$
$\log_42 + \log_48 =$	$\log_416 =$
$\log_525 + \log_55 =$	$\log_5125 =$
$\log_3162 - \log_32 =$	$\log_381 =$
$\log_{0,1}0,01 - \log_{0,1}10 =$	$\log_{0,1}0,001 =$
$\log_296 - \log_23 =$	$\log_232 =$
$\log_23^4 =$	$4\log_23 =$
$\log_{0,5}7^2 =$	$2\log_{0,5}7 =$
$\log_264 =$	$3\log_24 =$

2. uzdevums

Salīdzini iegūto izteiksmju vērtības! Raksturo izteiksmes, kuru vērtības ir vienādas! Uzraksti formulas veidā hipotēzi par iespējamajām logaritmu īpašībām! Pierādi īpašības!

3. uzdevums

Izmantojot logaritmu īpašības, aprēķini izteiksmju vērtības!

a) $\log_23 + \log_2\frac{4}{3}$

b) $\lg0,18 - \lg180$

c) $\log_6\frac{1}{18} - \log_6\frac{1}{3}$

d) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{2}}3$

e) $\log_44^{10}$

f) $\log_{\frac{2}{3}}\frac{5}{9} + \log_{\frac{2}{3}}\frac{4}{5}$

g) $\log_50,2 + \log_52 - \log_50,4$

h) $\log_29 - \log_25 - \log_21,8$

i) $3\lg5 + \frac{1}{2}\lg64$