1.TEMATS EKSPONENTVIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS

Lai atvēru dokumentu aktivējiet saiti. Lai atgrieztos uz šo satura rādītāju, lietojiet taustiņu kombināciju **CTRL+Home.**

EKSPONENTVIENĀDOJUMI UN NEVIENĀDĪBAS

TEMATA APRAKSTS

Temats paplašina vidusskolēna izpratni par eksponenciāliem procesiem ķīmijā, bioloģijā un ekonomikā. Matemātikā daudz svarīgākas par prasmēm veikt skaitliskus aprēķinus, atrisināt dotos vienādojumus, reproducēt jau zinātnē zināmo faktu patiesuma pamatojumus ir vienīgi cilvēkam dotās spējas izveidot dabas un sabiedrības procesu matemātiskos modeļus. Matemātisko modeļus pētīšana, analīze vai atrisināšana būtībā jau ir, tēlaini izsakoties, tehnikas jautājums. Temata “Eksponentvienādojumi un eksponentnevienādības” virsuzdevums būtu sasniegts, ja skolēns apjaustu, ka daudzu procesu dabā un ekonomikā, piemēram, radioaktīvo izotopu sabrukšana, baktēriju vairošanās, salikto procentu augšana, matemātiskais modelis ir viens un tas pats, proti, eksponentvienādojums.

Mācoties atrisināt eksponentvienādojumus un eksponentnevienādības, skolēni aktualizē pakāpes ar daļveida kāpinātāju jēdzienu, lieto pakāpju īpašības, pilnveido vienādojumu un nevienādību atrisināšanas prasmes. Pamatskolā ir jau apgūtas pakāpju īpašības, lietojot tās pakāpēm ar veselu kāpinātāju. Skolēni, aktualizējot pieredzi par vienādojumu un nevienādību atrisināšanas metožu saskatīšanu un lietošanu, kas veidojusies 10. un 11. klasē, mācoties par algebriskiem un trigonometriskiem vienādojumiem un nevienādībām, veido izpratni par eksponentnevienādību atrisināšanu, pamatojoties uz eksponentfunkciju monotonitātes īpašībām.

CEĻVEDIS

Galvenie skolēnam sasniedzamie rezultāti

STANDARTĀ	Izprot izteiksmju definīcijas apgabala nozīmi, izpilda matemātisku izteiksmju (algebrisku, eksponenciālu, logaritmisku, trigonometrisku) identiskos pārveidojumus.	Izprot, ko nozīmē atrisināt vienādojumu, vienādojumu sistēmu, lieto vienādojumam, vienādojumu sistēmai piemērotus atrisināšanas algoritmus vai vispārīgās metodes. Izprot, ko nozīmē atrisināt nevienādību, nevienādību sistēmu, lieto nevienādībai, nevienādību sistēmai piemērotus atrisināšanas algoritmus vai vispārīgās metodes.	Izvērtē iegūtos rezultātus, to ticamību un atbilstību kontekstam, novērtē izvēlēto problēmas risinājumu, iesaka uzlabojumus, piedāvā citu risinājumu.	Novērtē matemātikas iespējas sabiedrībai nozīmīgu praktisku problēmu risināšanā.
PROGRAMMĀ	• Lieto pakāpju (kāpinātājs – racionāls skaitlis) īpašības un n – tās pakāpes saknes definīciju izteiksmju pārveidojumos. • Prot eksponentvienādojumu un eksponentnevienādību pārvērst pamatformā, izpildot darbības ar pakāpēm.	• Atrisina eksponentvienādojumus $a^{f(x)}=b$, $a^{f(x)}=a^{g(x)}$. • Atrisina eksponentnevienādības $a^{f(x)}>a^{g(x)}$, izmantojot augošas (dilstošas) funkcijas īpašības. • Lieto vispārīgās vienādojumu risināšanas metodes (sadalīšana reizinātājos, substitūcijas metode, grafiskā metode) eksponentvienādojumu risināšanā.	• Izdara secinājumus, analizējot rezultātus, kurus iegūst, atrisinot ekspontvienādojumu vai eksponentnevienādību kā reālas situācijas modeli.	• Saskata un izveido matemātiskus modeļus – eksponentvienādojumus, eksponentnevienādības (piemēram, veicot aprēķinus par radioaktīvu izotopu pussabrukšanas periodu, pasaules iedzīvotāju skaitu, baktēriju vairošanos, ģeometrisko progresiju, banku rēķiniem).
STUNDĀ	**Uzdevumu risināšana.** *SP. Eksponentvienādojumu atrisināšana.*	**Darbs ar tekstu. Uzdevumu risināšana.** *SP. Eksponentvienādojumu atrisināšana.* *KD. Eksponentnevienādību atrisināšana.*		KD. Eksponenciālās augšanas/dilšanas modeļi.

UZDEVUMU PIEMĒRI

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto pakāpju (kāpinātājs – racionāls skaitlis) īpašības un *n* – tās pakāpes definīciju izteiksmju pārveidojumos.	Pārveido par pakāpi! a) $3^{\frac{2}{3}}\cdot 3^{-\frac{1}{3}}$ b) $(14^{\frac{1}{2}})^4$ c) $\sqrt[3]{a^4}$	Pārveido izteiksmi $\dfrac{(x^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[6]{x^5})}{x^{\frac{1}{6}}}$ par pakāpi, ja $x>0$!	1. Novērtē lielumu c, ja izteiksmei $\sqrt[4]{-c^5}$ ir jēga! 2. Uzraksti augošā secībā dotās skaitliskās izteiksmes! $3^{3^{3^3}}$, $(3^{3^3})^3$ un $(3^3)^3$
Prot eksponentvienādojumu un eksponentnevienādību pārveidot pamatformā, izpildot darbības ar pakāpēm.	1. Komentējot vienādojuma $8^x=4^{x+1}$ atrisinājumu, paskaidro, ko nozīmē eksponentvienādojumu pārvērst pamatformā! 2. Nosauc a vērtību, kuru iegūs, doto vienādojumu vai nevienādību pārveidojot formā $a^{f(x)}=a^{g(x)}$, $a^{f(x)}<a^{g(x)}$! a) $25^x=0{,}2$ b) $27^{x-2}=9^{2x-1}$ c) $3^x\cdot 7^x>21^{5x-5}$ d) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{1-x}<\dfrac{16}{81}$ e) $13^{x+6}=1$	Pārveido doto eksponentvienādojumu pamatformā! $0{,}125\cdot\sqrt{2^{x-1}}=4^{-1{,}25}$	1. Pārveido doto eksponentvienādojumu pamatformā! $5^{x-1}=10^x\cdot 2^{-x}\cdot 5^{x+1}$ 2. Pārveido doto eksponentnevienādību pamatformā! $(2-\sqrt{3})^{x+2}<2+\sqrt{3}$
Atrisina eksponentvienādojumus $a^{f(x)}=b$, $a^{f(x)}=a^{g(x)}$.	1. Atrisini vienādojumu! a) $(5^2)^{\frac{1}{x}}=25$ b) $10^{x^2+x-2}=1$ c) $9^{x+1}=27^{x-1}$ d) $2^x=-4$ 2. Nosauc vienu parametra a vērtību, ar kuru vienādojumam $3^x=a$ nav sakņu!	1. Atrisini vienādojumu! a) $\sqrt{3^x}\cdot 5^{\frac{x}{2}}=225$ b) $(0{,}4)^{x-1}=(6{,}25)^{6x-5}$ 2. Atrisini vienādojumu! $2^{x-3}=3^{x-3}$	Atrisini vienādojumu veselos skaitļos! $x^{x+3}=1$

<table>
<tr><th>Sasniedzamais rezultāts</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr>
<td>Atrisina eksponentnevienādības $a^{f(x)}>a^{g(x)}$, izmantojot augošas (dilstošas) funkcijas īpašības.</td>
<td>1. Salīdzini skaitļus!
a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ un $\left(\frac{1}{2}\right)^3$
b) $1{,}2^{-1}$ un $1{,}2^{-2}$

2. Salīdzini kāpinātājus!
a) $0{,}01^m>0{,}01^n$
b) $13{,}5^a>13{,}5^b$

3. Atrisini nevienādību!
a) $2^x>-4$
b) $5^x\leq-5$
c) $\left(\frac{1}{3}\right)^x>0$</td>
<td>1. Atrisini nevienādību!
a) $(0{,}1)^{4x^2+2x+2}\leq(0{,}1)^{2x+3}$
b) $25^x>125^{3x-2}$
c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3+2x}>\left(\frac{16}{9}\right)^{x-2}$
d) $2^{\frac{3x-2}{x-3}}\leq\frac{1}{4}$

2. Atrisini nevienādību!
$5^x>3^x$</td>
<td>1. Atrisini nevienādību $2^x>a+2$ atkarībā no parametra a vērtības!

2. Atrisini doto nevienādību!
$\frac{2\cdot5^{x+1}-5\cdot2^{x+1}}{3^x+3}<0$</td>
</tr>
<tr>
<td>Lieto vispārīgās vienādojumu risināšanas metodes (sadalīšana reizinātājos, substitūcijas metode, grafiskā metode) eksponentvienādojumu atrisināšanā.</td>
<td>1. Atrisini vienādojumu!
$3^{2x}-8\cdot3^x-9=0$

2. Sadali reizinātājos!
a) $7\cdot5^x-5^x$
b) $3^{x+2}-3^x$

3. Savieto vienādojumu ar tā atrisināšanai atbilstošo metodi (metodēm)!
<table>
<tr><td>$5^{2x}-2\cdot5^x-15=0$</td><td>sadalīšana reizinātājos</td></tr>
<tr><td>$4^x=8^{2x-3}$</td><td>substitūcijas metode</td></tr>
<tr><td>$3^{x-1}+3^{x-2}+3^{x-3}=13$</td><td>grafiskā metode</td></tr>
<tr><td>$\left(\frac{1}{2}\right)^x=x+3$</td><td>pārvēršana pamatformā</td></tr>
</table></td>
<td>1. Pārveido vienādojumu $2^{x+3}+4^{x+4}=18$, izmantojot doto substitūciju!
a) $2^x=a$
b) $2^{x+3}=b$
c) $2^{x+4}=c$

2. Atrisini vienādojumu, izvēloties piemērotu risināšanas metodi!
a) $3\cdot2^{4x-1}+4^{2x-1}-16^x=48$
b) $5\cdot5^{2x-4}-2\cdot5^{x-2}=3$
c) $2^x=-x+3$</td>
<td>1. Uzraksti vispārīgā veidā eksponentvienādojumu, kuru var atrisināt ar substitūcijas metodi!

2. Atrisini vienādojumu sistēmu!
$\begin{cases}8^x=10y\\2^x=5y\end{cases}$</td>
</tr>
</table>

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Lieto jēdzienus: *bāze, kāpinātājs, pakāpe, augoša, dilstoša funkcija, pakāpju īpašības*, komentējot izteiksmju pārveidojumus, eksponentvienādojumu un eksponentnevienādību risināšanu.	Komentē uzdevuma risināšanas gaitu! $\frac{1}{3}\cdot 3^x<27\cdot\sqrt{3}$ $3^{-1}\cdot 3^x<3^3\cdot 3^{\frac{1}{2}}$ $3^{x-1}<3^{3,5}$ $x-1<3,5$ $x<4,5$	Nosauc metodi, kuru lietosi, lai atrisinātu doto vienādojumu! Īsi raksturo risinājuma gaitu! a) $2^{x-1}\cdot 5^{x-1}=0,001\cdot 10^{2x+5}$ b) $3\cdot 4^{\frac{x}{4}}-7\cdot 2^{\frac{x}{4}}=20$ c) $2^x=x+2$	Raksturo dotā vienādojuma sakņu skaitu atkarībā no parametra *a* vērtības! a) $5^x=a$ b) $5^{x^2}=a$
Izmanto eksponentvienādojumus un eksponentnevienādības eksponentfunkciju pētīšanā.	Īsi raksturo risinājuma gaitu, ja jānosaka funkcijas $y=2^x-4$ krustpunkti ar koordinātu asīm!	1. Nosaki tās argumenta vērtības, ar kurām funkcijas $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ vērtības nav mazākas par 9! 2. Dotas funkcijas $y=0,3^x$ un $y=0,3^{x+2}$. Noskaidro: a) vai šo funkciju grafikiem ir kopīgi punkti, b) ar kādām argumenta vērtībām funkcijas $y=0,3^{x+2}$ vērtības ir lielākas nekā funkcijas $y=0,3^x$ vērtības!	Dotas funkcijas $y=4^x$ un $y=2^x+2$. Kādas šo funkciju īpašības un raksturojošos lielumus Tu vari noskaidrot, izmantojot vienādojumus vai nevienādības? Sastādi atbilstošos vienādojumus, nevienādības un atrisini tos!
Izdara secinājumus, analizējot rezultātus, kurus iegūst, atrisinot eksponentvienādojumu vai eksponentnevienādību kā reālas situācijas modeli.	Izlasi doto tekstu "Pasaules iedzīvotāju skaits" (M_12_UP_01_P1)! Izmantojot iegūto informāciju, nosaki pasaules iedzīvotāju skaitu 2000.gadā! Salīdzini šo rezultātu ar pieejamo informāciju par pasaules iedzīvotāju skaitu no citiem informācijas avotiem!	Izlasi doto tekstu "Pasaules iedzīvotāju skaits" (M_12_UP_01_P1)! Sameklē informāciju par pasaules iedzīvotāju skaitu 1900.gadā un noskaidro, vai šie dati "iekļaujas" tekstā modelētajā notikumu attīstības aprakstā!	Izlasi doto tekstu "Pasaules iedzīvotāju skaits" (M_12_UP_01_P1)! Kas tevi pārsteidza, nepārliecināja, vai tev kaut kas ir iebilstams, kā tu prognozē notikumu attīstību? Vai tev ir matemātikā pamatoti argumenti un "nematemātiski" argumenti? Atbildot uz šiem un līdzīgiem jautājumiem, pārdomā iegūto informāciju un uzraksti argumentētu eseju "Vai pasaulei draud pārapdzīvotība?"!

Sasniedzamais rezultāts	I	II	III
Saskata un izveido eksponenciālus modeļus – vienādojumus, nevienādības (veicot aprēķinus par radioaktīvo izotopu pussabrukšanas periodu, pasaules iedzīvotāju skaitu, baktēriju vairošanos, ģeometrisko progresiju, banku rēķiniem).	1. Sastādi vienādojumu un nosaki tā veidu, pamato to! Ģeometriskās progresijas pirmais loceklis ir 3, kvocients vienāds ar 2. Pirmo n locekļu summa ir 189. Aprēķini, cik progresijas locekļi summēti, izmantojot ģeometriskās progresijas summas formulu $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$! 2. Atrisini uzdevumu, iepriekš iepazīstoties ar tekstu M_12_UP_01_P2! 1950. gadā Ēģiptes piramīdas pētījumos tika atrastas koka detaļas, kuru sastāvā bija aptuveni 59 % no tā oglekļa ^{14}C radioaktīvā izotopa daudzuma, kuru satur dzīvi organismi mūsdienās. Aprēķini atrasto koka detaļu vecumu atrašanas brīdī!	Novērtēts, ka Bērziņam piederošajā meža gabalā ir 5000 m³ koksnes. Katru gadu koksnes daudzums pieaug par $\frac{1}{50}$ daļu no iepriekšējā gada koksnes daudzuma. Aprēķini, pēc cik pilniem gadiem koksnes daudzums būs vismaz divas reizes lielāks nekā pašlaik! Aprēķinos lieto zinātnisko kalkulatoru! Aprēķinus veic ar precizitāti līdz simtdaļām!	Zaļaļģes ir organismi, kas ļoti strauji un, kā noskaidrojuši botāniķi, eksponenciāli vairojas. Ievietojot kādā ūdenskrātuvē vienu zaļaļģi, to skaits dienā palielinājās par 8 % un 50 dienu laikā pārklāja visu ūdenskrātuves virsmu. Cik ilgā laikā zaļaļģes noklātu šīs ūdenskrātuves virsmu, ja sākotnēji tiktu ievietotas 10 zaļaļģes?

EKSPONENTVIENĀDOJUMU ATRISINĀŠANA

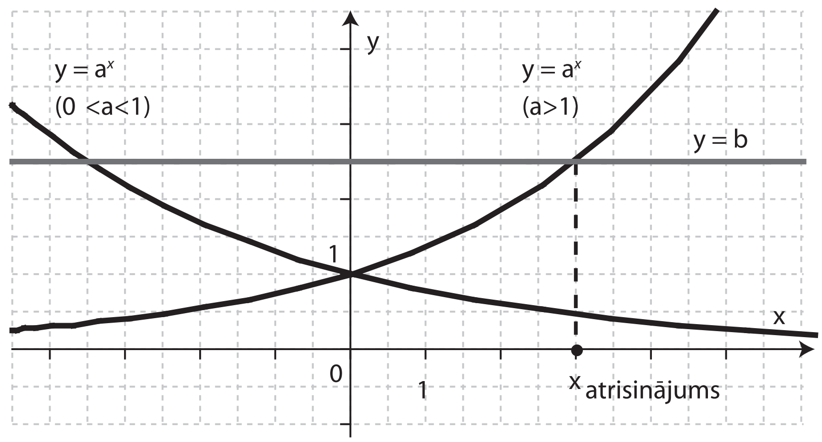
Par eksponentvienādojumu sauc vienādojumu, kurā nezināmais lielums atrodas kāpinātājā, bāze ir pozitīvs no 1 atšķirīgs skaitlis.

Piemēram, $2^x=8$; $7^{x-2}-7^{x-3}=6$; $2^{x^2-4x}=16\cdot 0{,}5^x$

Vienkāršāko eksponentvienādojumu var uzrakstīt formā $a^x=b$, kur $a>0$ un $a\neq 1$. Eksponentvienādojuma atrisinājumu ģeometriski var ilustrēt kā eksponentfunkcijas $y=a^x$ grafika un taisnes $y=b$ krustpunkta abscisu.

No grafiskās ilustrācijas redzams:

1. ja $b\leq 0$, tad eksponentvienādojumam $a^x=b$ nav atrisinājuma (neviena taisne, kas atrodas zem Ox, ass eksponentfunkcijas grafiku nekrusto);
2. ja $b>0$, tad eksponentvienādojumam $a^x=b$ ir viens atrisinājums un to var pierakstīt $x=\log_a b$.



Lūk, dažu eksponentvienādojumu, kuru forma ir $a^x=b$, atrisinājumi:

- $3^x=4$ atrisinājums ir $x=\log_3 4$
- $5^x=-2$ atrisinājumu kopa ir tukša ($x\in\phi$)
- $2^x=8 \Rightarrow x=\log_2 8 \Rightarrow x=3$

Pēdējo vienādojumu var atrisināt arī, izmantojot šādus spriedumus – *ja pakāpes ir vienādas un to bāzes arī ir vienādas, tad arī kāpinātājiem ir jābūt vienādiem:*

$2^x=8 \Rightarrow 2^x=2^3 \Rightarrow x=3$

Šādu risinājumu, kas pamatojas uz eksponentfunkcijas $y=a^x$ īpašībām, var izmantot visu eksponentvienādojumu atrisināšanai, kuri uzrakstīti formā:

$a^{f(x)}=a^{g(x)}$

Tā kā divas pakāpes ir vienādas, uz ko norāda vienādības zīme, un bāzes ir vienādas (a), tad arī kāpinātājiem jābūt vienādiem:

$f(x)=g(x)$

Iegūtais vienādojums ir ekvivalents dotajam eksponentvienādojumam.

Lielāko daļu eksponentvienādojumu, izmantojot pakāpju īpašības, var reducēt (pārveidot) vai nu formā $a^x=b$, vai $a^{f(x)}=a^{g(x)}$.

Eksponentvienādojumu atrisināšanas piemēri – risinājums un komentāri

$2^{x+3}=64$	Izsaka skaitli 64 kā skaitļa 2 pakāpi – abās vienādojuma pusēs iegūst pakāpes ar vienādām bāzēm. Iegūst vienādojumu pamatformā.
$2^{x+3}=2^6$	Uzraksta algebrisku vienādojumu.
$x+3=6$	Atrisina algebrisko vienādojumu.
$x=6-3$ $x=3$	

$5\cdot5^{2-4x}=25^{x+3}$	Pāriet uz bāzi 5.
$5^1\cdot5^{2-4x}=(5^2)^{x+3}$	Izmanto pakāpju reizināšanas un kāpināšanas īpašības.
$5^{1+2-4x}=5^{2(x+3)}$	Vienkāršo izteiksmes, kas ir kāpinātājā. Iegūst vienādojumu pamatformā.
$5^{3-4x}=5^{2x+6}$	Uzraksta algebrisku vienādojumu.
$3-4x=2x+6$	Atrisina algebrisko vienādojumu.
$x=-0,5$	

Vārds .... uzvārds .... klase .... datums ....

EKSPONENTVIENĀDOJUMU ATRISINĀŠANA

1. uzdevums

Atrisini eksponentvienādojumus!

$7^x=\frac{1}{49}$ $4^x=1$ $8^x=2$ $10^x=0{,}001$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x=\frac{8}{27}$ $5^x=\sqrt{5}$ $3^{4x}\cdot 3^{x-2}=3^x$

2. uzdevums

Uzraksti kā pakāpi! Blakus ailē, kur iespējams, ieraksti izmantotās īpašības, definīcijas numuru!

1. $16=$		**Pakāpju īpašības un definīcijas**
2. $0{,}01=$		
3. $-\frac{1}{27}=$		1. $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$
4. $1=$		
5. $x^2\cdot x^4=$		2. $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$
6. $b^7:b^3=$		3. $(a^n)^m=a^{n\cdot m}$
7. $2^x\cdot 3^x=$		
8. $(a^3)^{-2}=$		4. $a^n\cdot c^n=(a\cdot c)^n$
9. $(y^{25})^0=$		5. $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$
10. $x\cdot\frac{1}{x^2}\cdot x^5=$		6. $a^0=1$
11. $\sqrt[3]{a^5}=$		
12. $(25)^{x+2}=$		
13. $32\cdot 0{,}5^x=$		
14. $\sqrt[3]{3^{5+2x}}=$		

3. uzdevums

Pārveido doto eksponentvienādojumu pamatformā un pārej uz algebrisku vienādojumu! Iegūtais vienādojums nav jāatrisina.

Paraugs! $6\cdot6^{1+3x}=36^{x-1}$	$6^{1+1+3x}=(6^2)^{x-1}$ $6^{2+3x}=6^{2x-2}$	$2+3x=2x-2$
1. $3^{5x+2}=81$		
2. $2^{x^2-5x+6}=1$		
3. $2^x\cdot5^x=0{,}01$		
4. $3^{x^2-3x}=\left(\frac{1}{9}\right)^{x-3}$		
5. $\sqrt[3]{3^{4x-5}}=\frac{1}{27}$		
6. $2^{x^2-4x}=16\cdot0{,}5^x$		

Vārds .... uzvārds .... klase .... datums ....

PASAULES IEDZĪVOTĀJU SKAITS

Raksturojot mūsu planētas Zemes attīstības tendences un lielumus, piemēram, pasaules iedzīvotāju skaitu, energoresursu patēriņu, informācijas apjomu, vides piesārņotību bieži tiek lietots jēdziens *eksponenciāla augšana.* Daudzi cilvēki lieto šo jēdzienu, neizprotot tā patieso nozīmi. Matemātiķiem atbilde ir skaidra; lielums y aug eksponenciāli, ja šo procesu var aprakstīt ar funkciju $y=A\cdot a^x$, kur $a>0$, $A\in R$.

Konstatēts, ka pasaules iedzīvotāju skaits palielinās aptuveni par 2 % gadā. 1975. gadā pasaulē bija 4 miljardi iedzīvotāji. Tas nozīmē, ka ar formulu $p(t)=4\cdot 1{,}02^t$ var aprēķināt pasaules iedzīvotāju skaitu (miljardos) pēc t gadiem kopš 1975. gada.

No sakarības $(1{,}02)^{35}\approx 2$ (pārbaudi ar kalkulatoru!) var secināt, ka pasaules iedzīvotāju kopskaits katros 35 gados divkāršojas. Ja 1975. gadā tas bija aptuveni 4 miljardi, tad 2010. gadā tam vajadzētu būt 8 miljardiem.

Saistīsim šo informāciju ar dzīvošanai piemēroto platību. Konstatēts, ka uz Zemes dzīvošanai piemērotās virsmas laukums ir aptuveni 1 000 000 miljardi kvadrātpēdu. Ja visi iedzīvotāji nostātos cits pie cita, katram būtu nepieciešama aptuveni 1 kvadrātpēda*. Kurā gadā būs tik daudz cilvēku, ka visiem pietiks vietas tikai nostāties citam pie cita? Sastādīsim vienādojumu

$4\cdot 1{,}02^t=1\ 000\ 000$, jeb

$1{,}02^t=250\ 000$

Izmantojot sakarības $(1{,}02)^{35}\approx 2$ un $250000\approx 2^{18}$ (pārbaudi ar kalkulatoru!) pārveidosim vienādojumu:

$((1{,}02)^{35})^{\frac{t}{35}}=2^{18}$, jeb $2^{\frac{t}{35}}=2^{18}$

$\frac{t}{35}=18 \qquad t=35\cdot 18=630$

Tātad, pēc 630 gadiem uz katru Zemes iedzīvotāju būs 1 kvadrātpēda zemes.

1. uzdevums

Izmantojot iegūto informāciju, nosaki pasaules iedzīvotāju skaitu 2000.gadā! Salīdzini šo rezultātu ar pieejamo informāciju par pasaules iedzīvotāju skaitu no citiem informācijas avotiem!

2. uzdevums

Sameklē informāciju par pasaules iedzīvotāju skaitu 1900.gadā un noskaidro, vai šie dati "iekļaujas" tekstā modelētajā notikumu attīstības aprakstā!

3. uzdevums

Kas tevi pārsteidza, nepārliecināja? Vai tev kaut kas ir iebilstams, kā tu prognozē notikumu attīstību? Vai tev ir matemātikā pamatoti argumenti un "nematemātiski" argumenti? Atbildot uz šiem un līdzīgiem jautājumiem, pārdomā iegūto informāciju un uzraksti argumentētu eseju "Vai pasaulei draud pārapdzīvotība?"!

* 1 pēda ir aptuveni 30,48 cm.

Vārds .... uzvārds .... klase .... datums ....

FOSILIJU VECUMA NOTEIKŠANA

Iežu un fosiliju (augu un dzīvnieku atlieku) vecuma noteikšanai, ja tās nav vecākas par 60 –70 tūkstošiem gadu, var izmantot radioaktīvā oglekļa datēšanas metodi. Šo metodi atklāja amerikāņu zinātnieks V. F. Libijs 1949. gadā.

Dabā oglekļa atomi parasti sastopami ^{12}C veidā (atoma kodols sastāv no 6 protoniem un 6 neitroniem), taču pastāv arī oglekļa izotops jeb radioaktīvais ogleklis ^{14}C (kodolā 6 protoni un 8 neitroni).

Radioaktīvā oglekļa ^{14}C daudzums dzīvos organismos ir tāds pats kā apkārtējā gaisā. Radioaktīvais ogleklis ^{14}C ir aptuveni 10^{-12} no oglekļa atomiem, kas ietilpst dzīvu šūnu molekulās. Pēc organisma bojā ejas radioaktīvā oglekļa daudzums samazinās (radioaktīvais ogleklis ^{14}C pārveidojas pār slāpekli) pēc eksponenciālā likuma. Ir zināms, ka radioaktīvā oglekļa pussabrukšanas periods – laiks, kurā sadalās (sabrūk) ½ no radioaktīvās vielas daudzuma – ir 5730 gadu. Tas nozīmē, ka pēc 5730 gadiem radioaktīvā oglekļa būs divas reizes mazāk, bet pēc 2 × 5730 = 11460 gadiem – 4 reizes mazāk utt.

Šo procesu matemātiski var aprakstīt ar vienādojumu: $\frac{A(t)}{A_0}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{N½}}$, kur $\frac{A(t)}{A_0}$ ir parauga radioaktīvo elementu daudzuma attiecība pret radioaktīvo elementu daudzumu dzīvā organismā, t – parauga vecums gados, $N½$ – radioaktīvā elementa pussabrukšanas periods.

Šī metode tika veiksmīgi izmantota, lai noteiktu faraonu kapeņu, Mīnojiešu kultūras pieminekļu un Nāves jūras rakstu tīstokļu vecumu, taču to nevar izmantot, lai noteiktu vēl senāku fosiliju, piemēram, dinozauru vecumu, jo tie ir vecāki par 65 miljoniem gadu.

1968. gadā Kanādā, Kalgari, tika atrasts bizona kauls. Tas saturēja aptuveni *37 %* no tā oglekļa ^{14}C radioaktīvā izotopa daudzuma, ko satur dzīvi organismi mūsdienās. Zinātnieki, izmantojot šo metodi, noteica, ka bizons gājis bojā apmēram pirms 8200 gadiem.

Atrisinājuma paraugs

Uzraksta vienādojumu, izmantojot konkrētos datus	$\frac{37}{100}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$
Izsaka pakāpi ar logaritmu	$\frac{t}{5730}=\log_{\frac{1}{2}}0,37$
Izsaka t	$t=5730\cdot\log_{\frac{1}{2}}0,37$
Lai varētu izmantot zinātnisko kalkulatoru, lieto formulu $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$, pārejai uz decimāllogaritmiem	$t=5730\cdot\frac{\lg 0,37}{\lg 0,5}$
Veic aprēķinus	$t\approx 8219,12\approx 8200$

Uzdevums

1950. gadā Ēģiptes piramīdas pētījumos tika atrastas koka detaļas, kuru sastāvā bija aptuveni 59 % no tā oglekļa ^{14}C radioaktīvā izotopa daudzuma, kuru satur dzīvi organismi mūsdienās. Aprēķini atrasto koka detaļu vecumu atrašanas brīdī!